

# 干扰解耦观测器设计的新方法\*

李振营 沈 毅 胡恒章  
(哈尔滨工业大学控制工程系 150001)

**摘 要** 提出一种干扰解耦观测器设计的新方法。首先指出:测量中的未知输入作用可以通过简单的代数变换而消除;然后利用类似的变换,提出测量中不含未知输入时干扰解耦观测器设计的新方法,并得到干扰解耦观测器存在的充要条件。新的设计方法直观简单,便于推广应用。设计实例说明了其有效性。

**关键词** 干扰解耦观测器,比例积分观测器,广义逆矩阵

**分类号** TP 273

## Novel Approach to Design of Disturbance Decoupled Observer

*Li Zhenying, Shen Yi, Hu Hengzhang*  
(Harbin Institute of Technology)

**Abstract** A novel disturbance decoupled observer (DDO) design scheme is presented. It is firstly pointed out that unknown input appearing in measurement can be eliminated by a simple algebraic transformation. Then, a new DDO design scheme is proposed via a similar transformation when unknown input does not appear in measurement. The necessary and sufficient conditions for the existence of DDO are presented. The design procedure proposed is simple and straightforward enough to be applied. An example is given to show its efficiency.

**Key words** disturbance decoupled observer, proportional integral observer, generalized inverse matrices

### 1 引 言

研究带有未知输入时线性系统的状态估计问题,具有重要的理论意义及工程应用价值。文献[1]利用  $n$  阶多项式对未知输入建模,引入积分补偿环节,提出了全维比例积分观测器设计。文献[2~9]在不需知道未知输入任何信息的情况下,研究适当选择观测器系统矩阵,使得状态估计与未知输入无关,即干扰解耦观测器设计。从性能上看,干扰解耦观测器具有无可比拟的性能,因此在国内外引起了广泛的注意和研究。

在上述文献中,仅有[2~4]讨论了测量中含有未知输入时的干扰解耦观测器设计问题。与测量中不含未知输入情形相比,测量中含有未知输入时干扰解耦观测器的设计分析要复杂得多。但是我们发现,利用一种简单的代数变换,可以简化测量中含有

未知输入时干扰解耦观测器的设计分析过程。进一步的研究表明:基于类似的代数变换,可以得到干扰解耦观测器设计的一种新方法。新方法的突出优点是简单直观,便于推广应用。

本文首先给出将测量中含有未知输入情形转化为不含未知输入情形的等价变换;然后将这种等价变换进行推广,提出一种干扰解耦观测器设计的新方法;最后通过一个设计实例,说明了这种方法的有效性。

### 2 等价变换

考虑如下线性多变量系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ew(t) \quad (1a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Fw(t) \quad (1b)$$

其中,  $x \in R^n$  是状态向量,  $u \in R^p$  是已知输入信号向量,  $w \in R^q$  是任意未知输入信号向量,  $y \in R^m$  是测量输出信号向量;  $A, B, C, E, F$  是相应维数的矩阵。

将测量中含有未知输入情形转化为不含未知输

\* 1999-07-19 收稿, 1999-10-12 修回

入情形的思路是: 按照常规考虑, 未知输入是任意变化的, 而状态的估计要依据正确的测量来进行, 因此受未知输入影响的测量必须剔除, 而保留不受未知输入影响的测量部分; 对测量方程如此处理损失了测量中含有的未知输入信息, 通过将这部分信息提供给状态方程中的未知输入部分, 保证变换前后信息总量不发生变化; 这种变换等价性的实质在于将测量方程中的未知输入信息转移到状态方程中。具体变换过程如下:

将测量方程(1b) 两边同时左乘以  $I_m - FF^+$  (符号  $A^+$  代表矩阵  $A$  的广义逆, 具体计算时可采用 MATLAB 中的 PINV 函数), 可得

$$\bar{y}(t) = \bar{C}x(t) \quad (2)$$

其中  $\bar{y}(t) = (I_m - FF^+)y(t)$   
 $C = (I_m - FF^+)C$

此时, 新的测量方程中不含未知输入, 而原测量方程中含有的未知输入信息可由式(1b) 对未知输入进行求解, 得到<sup>[10]</sup>

$$w(t) = F^+ [y(t) - Cx(t)] + (I_q - F^+ F)\bar{w}(t) \quad (3)$$

其中  $\bar{w}(t)$  是任意  $q$  维向量。将式(3) 代入系统状态方程(1a), 可得

$$\dot{x}(t) = (A - EF^+ C)x(t) + Bu(t) + EF^+ y(t) + E(I_q - F^+ F)\bar{w}(t) \quad (4)$$

式(4) 和(2) 构成如下系统

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + Bu(t) + EF^+ y(t) + \bar{E}\bar{w}(t) \quad (5a)$$

$$\bar{y}(t) = \bar{C}x(t) \quad (5b)$$

其中

$$\bar{A} = A - EF^+ C, \quad \bar{E} = E(I_q - F^+ F)$$

$$\bar{y}(t) = (I_m - FF^+)y(t)$$

$$\bar{C} = (I_m - FF^+)C$$

系统(5) 是我们所期望的变换结果, 后面的分析将进一步验证其等价性。

### 3 干扰解耦观测器设计的新方法

由上述分析结果可知, 测量中含有未知输入时的干扰解耦观测器设计, 可以通过测量中不含未知输入时的干扰解耦观测器设计来进行。因此考虑如下线性多变量系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ew(t) \quad (6a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (6b)$$

其中,  $x \in R^n$  是状态向量,  $u \in R^r$  是已知输入信号向

量,  $w \in R^q$  是任意未知输入信号向量,  $y \in R^m$  是测量输出信号向量;  $A, B, C, E$  是相应维数的矩阵。不失一般性, 假定  $\text{rank} C = m, \text{rank} E = q$ 。

前面已从测量方程中提取未知输入信息, 从而消除了测量中的未知输入影响。这里试图在整个系统中消除未知输入, 因此需要考虑从整个系统(6) 中提取未知输入信息。对式(6a) 两边左乘以矩阵  $C$ , 并利用测量方程, 可得

$$\dot{y}(t) = CAx(t) + CBu(t) + CEw(t) \quad (7)$$

由式(7) 对未知输入求解, 可得系统中含有的未知输入信息如下

$$w(t) = (CE)^+ [\dot{y}(t) - CAx(t) - CBu(t)] + [I_q - (CE)^+ CE]\tilde{w}(t) \quad (8)$$

其中  $\tilde{w}(t)$  是任意  $q$  维向量。将式(8) 代入式(6a), 整理得

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & [A - E(CE)^+ CA]x(t) + E(CE)^+ \dot{y}(t) + \\ & [B - E(CE)^+ CB]u(t) + \\ & [E - E(CE)^+ CE]\tilde{w}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9), 当  $E - E(CE)^+ CE = 0$  时, 可得如下系统

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + E(CE)^+ \dot{y}(t) + \tilde{B}u(t) \quad (10a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (10b)$$

其中

$$\tilde{A} = A - E(CE)^+ CA, \quad \tilde{B} = B - E(CE)^+ CB$$

由此, 系统(6) 干扰解耦观测器存在的充要条件为: 系统(10) 存在且可检测, 即

$$E - E(CE)^+ CE = 0 \quad (11)$$

( $C, \tilde{A}$ ) 是可检测的。显然, 存在条件(11) 与文献[5] 中结果完全一致。

式(10a) 中含有测量输出的微分项, 这对观测器的设计并不会造成影响, 可以通过引入一个新的变量来消除微分项。系统(10) 的观测器可设计如下

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) = & (\tilde{A} - LC)\hat{x}(t) + E(CE)^+ \dot{y}(t) + \\ & \tilde{B}u(t) + Ly(t) \end{aligned} \quad (12)$$

引入一个新变量  $z(t) = \hat{x}(t) - E(CE)^+ y(t)$ , 则式(12) 可整理为

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) = & (\tilde{A} - LC)z(t) + \tilde{B}u(t) + \\ & [(\tilde{A} - LC)E(CE)^+ + L]y(t) \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\hat{x}(t) = z(t) + E(CE)^+ y(t) \quad (13b)$$

由此得到干扰解耦观测器设计的一种新方法。由于干扰解耦观测器的设计是基于系统(10) 进行的, 该系统不含有未知输入, 因此常规的观测器设计方法均可直接应用, 包括降阶观测器和全阶观测器

设计。另外,利用等价系统(5),根据本节中干扰解耦观测器存在的充要条件,可以直接得到系统(1)干扰解耦观测器存在的充要条件为

$$E - E(CE)^+ CE = 0 \quad (14)$$

$(\bar{C}, \bar{A} - E(CE)^+ \bar{C}\bar{A})$  是可检测的。这与文献[2,3]中的结果相吻合,从而验证了上节中变换后系统(5)与原系统(1)的等价性。

## 4 设计实例

考虑以下例子<sup>[6]</sup>

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

此时  $(CE)^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 从而  $E - E(CE)^+ CE = 0$  成立。又由于

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

$(C, \tilde{A})$  仅含有等于 -4 的不可观测模式,并且是可检测的,从而原系统存在干扰解耦观测器。将观测器(13)的极点配置在  $(-4, -4, -5)$ , 得到

$$L = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 5 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

由式(13)即得原系统干扰解耦观测器的实现如下

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} z(t) +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} y(t)$$

$$\hat{x}(t) = z(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} y(t)$$

上述结果与文献[6]中结果完全相同,从而说明这种设计方法是有效的。

## 5 结论

本文提出干扰解耦观测器设计的一种系统方

法。这种设计方法的基点在于:通过一种代数变换,将干扰解耦观测器的设计转化为常规的 Luenberger 观测器设计。该方法为干扰解耦观测器的设计分析提供了新的思路。与其它设计方法相比,本文方法的突出优点是推导简单,设计方便,便于掌握应用。

## 参考文献

- 1 蒋国平, 宋文忠. 具有未知输入干扰的离散状态估计器设计. 控制理论与应用, 1998, 15(4): 507 ~ 514
- 2 J Kurek. The state vector reconstruction for linear systems with unknown inputs. IEEE Trans on Autom Contr, 1983, 28(12): 1120 ~ 1122
- 3 S K Chang, P L Hsu. On the application of the  $\{1\}$ -inverse to design of general structured unknown input observers. Int J Syst Sci, 1994, 25(12): 2167 ~ 2186
- 4 M E Valcher. State observers for discrete-time linear systems with unknown inputs. IEEE Trans on Autom Contr, 1999, 44(2): 397 ~ 401
- 5 J Kurek. Observation of the state vector of linear multi-variable systems with unknown inputs. Int J Contr, 1982, 36(3): 511 ~ 515
- 6 M Darouach, M Zasadzinski, S J Xu. Full-order observers for linear systems with unknown inputs. IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39(3): 606 ~ 609
- 7 段广仁, 强文义. 线性系统的干扰解耦观测器设计. 自动化学报, 1994, 20(5): 548 ~ 552
- 8 P Kudva, N Viswanadham, A Ramakrishna. Observers for linear systems with unknown inputs. IEEE Trans on Autom Contr, 1980, 25(1): 113 ~ 115
- 9 F Y Yang, R W Wilde. Observers for linear systems with unknown inputs. IEEE Trans on Autom Contr, 1988, 33(7): 677 ~ 681
- 10 钱吉林, 李照海. 矩阵及其广义逆. 武汉: 华中师范大学出版社, 1988. 254 ~ 255

## 作者简介

李振营 男, 1972年生。哈尔滨工业大学控制工程系博士研究生。主要研究方向为自适应 Kalman 滤波和最优化导。

沈毅 男, 1965年生。哈尔滨工业大学控制工程系教授, 博士, 国家 863 专题专家。主要研究领域为检测技术与自动化装置, 导航制导与控制, 故障诊断与容错技术。

胡恒章 男, 1932年生。哈尔滨工业大学控制工程系教授, 博士生导师。长期从事飞行控制、随机控制和智能控制方面的研究。