第 15 卷 第 4 期 控 制 与 决 策 2000 年 7 月
Vol. 15 No. 4 CONTROL AND DECISION July 2000

一类非线性时变系统的鲁棒输出跟踪控制*

向峥嵘 朱瑞军 陈庆伟 胡维礼
(南京理工大学自动化系 210094)

摘 要 研究一类具有非匹配不确定性的非线性时变系统的鲁棒状态反馈输出跟踪控制器设计问题。通过引入非线性时变系统的相对阶将系统输入输出线性化,然后设计出一种基于标称系统和不确定性上界的连续型鲁棒输出跟踪控制器。利用该方案设计的控制器可保证整个闭环系统是一致有界稳定的,且闭环输出可以渐近跟踪期望的轨迹。

关键词 非线性时变系统,鲁棒控制,输出跟踪,线性化,不确定性
分类号 TP 273

Robust Output Tracking Control for a Class of Nonlinear Time-varying Systems

Xiang Zhengrong, Zhu Ruijun, Chen Qingwei, Hu Weili
(Nanjing University of Science & Technology)

Abstract The problem of robust output tracking control for a class of affine nonlinear time-varying systems with mismatched uncertainties is considered. Modified relative degree is defined to study the linearization of the time-varying systems. A robust output tracking controller is proposed for the systems based on the nominal systems and the bounds of uncertainties. The controller ensures that the output of the obtained closed-loop systems can asymptotically track the desired output, and all states of the closed-loop systems are bounded.

Key words nonlinear time-varying systems, robust control, output tracking, linearization, uncertainties

1 引 言

目前,关于不确定非线性系统的鲁棒控制问题,已取得了不少研究结果[1~3]。文献[3]针对一类不确定性满足匹配条件的非线性时变系统,通过引入时变状态变换,构造了一个具有变结构型的鲁棒状态反馈控制器。然而所设计的控制器形式是非连续的,且需要不确定性满足匹配条件,这在一定程度上限制了结果的实际应用。

本文对一类具有非匹配不确定性的非线性时变系统进行研究,设计出一种基于标称系统和不确定上界的连续型鲁棒输出跟踪控制器,给出了其状态反馈输出跟踪的有关结果。

* 1999-07-19 收稿, 1999-11-23 修回

2 问题描述

考虑下列非线性时变系统

$$\begin{cases} \mathring{x} = f(x,t) + g(x,t)u + \\ \qquad \Delta f(x,t) + \Delta g(x,t)u \\ y = h(x,t) \end{cases} \tag{1}$$

其中,$x \in R^n$, $u, y \in R$; $f(x,t)$, $g(x,t)$ 和 $\Delta f(x,t)$, $\Delta g(x,t)$ 均为 $R^n \times R^+$ 上的光滑向量场,且对于 $\forall (x,t) \in R^n \times R^+$,有 $f(0,t) = 0$, $h(0,t) = 0$, $g(x,t) \neq 0$。

系统(1) 的标称系统为

$$\begin{cases} \mathring{x} = f(x,t) + g(x,t)u \\ y = h(x,t) \end{cases} \tag{2}$$

定义 1 考虑标称系统(2),如果对于 $\forall (x,t) \in R^n \times R^+$,下列条件成立。

$$\begin{cases} L_g\Gamma_f^i h(x,t) = 0, \\ L_g\Gamma_f^{r-1}h(x,t) \neq 0, \end{cases} \quad i = 0,1,\cdots,r-2 \tag{3}$$

则称系统(2)具有全局时变相对阶 r。其中 $\Gamma_f h(x,t)$ 表示 $h(x,t)$ 对 $f(x,t)$ 的时变李导数,其定义和性质参见文献[4]。

假设 1 　系统(1)具有全局时变相对阶 ρ。

假设 2 　存在 $R^n \times R$ 上的函数 $\Delta g^*(x,t)$,使得 $\Delta g(x,t) = g(x,t)\Delta g^*(x,t)$,且 $|\Delta g^*(x,t)| < 1$。

定理 1 　若假设 1 和假设 2 满足,则存在一非线性坐标变换 $T: z = T(x,t) = (\xi^{\mathrm{T}}, \eta^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$ 和输入变换 $v = \Gamma_f^\rho h(x,t) + L_g\Gamma_f^{\rho-1}h(x,t)u$,可将系统(1)化为下列标准形

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + D_1(z,t) + B(v + D_2(z,t)) \\ \dot{\eta} = q(\xi,\eta,t) + \phi(\xi,\eta,t) \\ y = C\xi \end{cases} \tag{4}$$

其中,(A,B,C) 是 Brunowsky 标准型,而

$$D_1(z,t) = (D_1^1(z,t),\cdots,D_1^{\rho-1}(z,t),0)^{\mathrm{T}}$$
$$D_1^i(z,t) = L_{\Delta f}\Gamma_f^{i-1}h(x,t)\big|_{x=T^{-1}(z,t)}$$
$$D_2(z,t) = L_{\Delta f}\Gamma_f^{\rho-1}h(x,t) + L_{\Delta g}\Gamma_f^{\rho-1}h(x,t) \times (v - \Gamma_f^\rho h(x,t))/L_g\Gamma_f^{\rho-1}h(x,t) \tag{5}$$

证明 　取状态变换

$$\begin{cases} \xi = (\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_\rho)^{\mathrm{T}},\ \xi_i = \Gamma_f^{i-1}h(x,t) \\ \qquad i = 0,1,\cdots,\rho \\ \eta = (\eta_1,\eta_2,\eta_{n-\rho})^{\mathrm{T}},\ (\partial\eta_j/\partial x)g(x,t) = 0 \\ \qquad j = 0,1,\cdots,n-\rho \end{cases} \tag{6}$$

经过简单推导即可证得该定理。

假设 3 　零动态子系统 $\dot{\eta} = q(0,\eta,t)$ 是指数渐近稳定的,且 $q(\xi,\eta,t)$ 关于 ξ 是 Lipschitz 连续的,即

$$\|q(\xi,\eta,t) - q(0,\eta,t)\| \leq l\|\xi\|$$

假设 4 　存在正常数 σ, l_1, l_2,使得下式成立

$$\begin{cases} \|D_1(z,t)\| \leq \sigma\|\xi\| \\ |\phi(\xi,\eta,t)| \leq l_1(|\xi| + |\eta|) + l_2 \end{cases} \tag{7}$$

3　鲁棒跟踪控制器设计

因为 (A,B) 可控,故存在增益阵 $K \in R^{1\times\rho}$ 使得矩阵 $(A - BK)$ 是 Hurwitz 稳定的,且存在 P 是下列 Lyapunov 方程的正定对称解阵

$$P(A - BK) + (A - BK)^{\mathrm{T}}P = -Q$$
$$\forall Q^{\mathrm{T}} = Q > 0 \tag{8}$$

记

$$Y_d(t) = (y_d(t), \dot{y}_d(t), \cdots, y_d^{(\rho-1)}(t))^{\mathrm{T}}$$
$$e(t) = \xi(t) - Y_d(t)$$

显然,由假设 2 可得

$$\Delta_1(\cdot) = \sup\left|\frac{L_{\Delta g}\Gamma_f^{\rho-1}h(x,t)}{L_g\Gamma_f^{\rho-1}h(x,t)}\right| < 1$$

定义

$$\mu(\cdot) = \Delta_1(\cdot)(|y_d^{(\rho)} - Ke| + |L_g\Gamma_f^{\rho-1}h(x,t)|) + |L_{\Delta f}\Gamma_f^{\rho-1}h(x,t)|$$

则有下列定理:

定理 2 　对于满足假设 1～假设 4 的系统(1),如果理想输出信号 $y_d(t)$ 及其前 ρ 阶导数 $y_d^{(1)}, y_d^{(2)}, \cdots, y_d^{(\rho)}$ 有界,则采用下列控制器

$$\begin{cases} u = (-\Gamma_f^\rho h(x,t) + v)/L_g\Gamma_f^{\rho-1}h(x,t) \\ v = v_1 + v_2,\quad v_1 = y_d^{(\rho)} - Ke \\ v_2 = -\dfrac{1}{(1-\Delta_1(\cdot))} \times \dfrac{B^{\mathrm{T}}Pe\mu(\cdot)^2}{\|B^{\mathrm{T}}Pe\|\mu(\cdot) + \epsilon\exp(-\beta t)} \end{cases} \tag{9}$$

式中 $\epsilon, \beta > 0$。可使: 1) 闭环系统的输出 $y(t)$ 渐近跟踪期望轨迹 $y_d(t)$; 2) 在跟踪过程中,闭环系统的全部状态有界。

证明 　由系统(1)和控制器(12)构成的闭环系统为

$$\dot{e} = (A - BK)e + D_1(z,t) + B(v_2 + D_2(z,t)) \tag{10a}$$
$$\dot{\eta} = q(\xi,\eta,t) + \phi(\xi,\eta,t) \tag{10b}$$

构造 Lyapunov 函数 $V(e) = e^{\mathrm{T}}(t)Pe(t)$,沿式(10a)计算 $V(e)$ 对时间的导数,有

$$\dot{V}(e) = 2e^{\mathrm{T}}P(A - BK)e + 2e^{\mathrm{T}}PD_1(z,t) + 2e^{\mathrm{T}}PB(v_2 + D_2(z,t)) \tag{11}$$

经计算有

$$2e^{\mathrm{T}}PB(v_2 + D_2(z,t)) \leq \frac{2B^{\mathrm{T}}Pe\mu(\cdot)\epsilon\exp(-\beta t)}{\|B^{\mathrm{T}}Pe\|\mu(\cdot) + \epsilon\exp(-\beta t)} \leq 2\epsilon\exp(-\beta t) \tag{12}$$

式(12)代入式(11)得

$$\dot{V}(e) \leq -(\lambda_{\min}(Q) - 2\sigma\lambda_{\max}(P))\|e\|^2 + 2\epsilon\exp(-\beta t) \tag{13}$$

由文献[5]知

$$\|e(t)\| \leq \left[\frac{e^{\mathrm{T}}(0)Pe(0)}{\lambda_{\min}(P)} + \frac{2\epsilon}{\lambda_{\min}(P)(\beta - 2\lambda)}\right]^{1/2}\exp(-\lambda t) \tag{14}$$

式中

$$\lambda = \frac{\lambda_{\min}(Q) - 2\sigma\lambda_{\max}(P)}{2\lambda_{\max}(P)} > 0$$

显然, 由式(14) 可得$\lim_{t\to\infty}|y - y_d| = 0$, 即闭环系统的输出$y(t)$ 渐近跟踪期望轨迹$y_d(t)$, 并且状态ξ有界。由文献[6] 知, 不可观测状态η也是有界稳定的。结合状态ξ的有界性, 即得系统(10) 的状态有界。再由T^{-1}是微分同胚, 即知系统(1) 和控制器(9) 构成的闭环系统是状态有界的。(证毕)

4 结 语

在实际工程中, 对非线性系统建立精确的模型常常较为困难甚至是不可能的, 因此研究不确定条件下非线性系统的控制问题具有重要的实际意义。本文针对一类具有非匹配不确定性的非线性时变系统, 通过引入非线性时变系统的相对阶, 探讨了系统的输出跟踪鲁棒控制问题, 设计了一种基于标称系统和不确定性上界的连续型鲁棒输出跟踪控制器。利用该方案设计的控制器不仅可保证整个闭环系统是一致有界稳定的, 而且闭环输出可以渐近跟踪期望的轨迹。

参 考 文 献

1 Elmali H, Olgac N. Robust output tracking control of nonlinear MIMO systems via sliding mode technique. Automatica, 1992, 28(1): 145～151

2 Qu Zihua. Robust control of nonlinear uncertain systems without generalized matching conditions. IEEE Trans on Autom Contr, 1995, 40(6): 1446～1453

3 梅生伟, 秦化淑. 一类非线性时变不确定系统的镇定. 控制与决策, 1996, 11(5): 533～537

4 Cheng D Z, Yun X P. Linearization of time-varying affine nonlinear systems. Syst Sci & Math Scis, 1988, 1(2): 119～130

5 Yaz E. Stabilizing compensator design for uncertain nonlinear systems. Syst & Contr Lett, 1993, 21(1): 11～17

6 Sastry S, Isidori A. Adaptive control of linearizable systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1989, 34(11): 1241～1253

作 者 简 介

向峥嵘 男, 1969 年生。1998 年在南京理工大学获博士学位, 现为该校自动化系讲师。研究方向为非线性控制系统, 鲁棒控制, 神经网络等。

朱瑞军 男, 1968 年生。1998 年在东北大学自动化研究中心获博士学位, 现在南京理工大学做博士后研究。研究方向为非线性系统的鲁棒控制和观测器设计, 非线性系统的智能控制理论及应用等。

陈庆伟 男, 1963 年生。1988 年在南京理工大学获工学硕士学位, 现为该校自动化系高级工程师。研究方向为智能控制理论及应用, 计算机控制系统等。

胡维礼 男, 1941 年生。1965 年毕业于清华大学自控系, 1981 年在南京理工大学获硕士学位, 现为该校自动化系教授, 博士生导师。研究方向为非线性控制系统, 自适应控制, 智能控制理论及其应用等。

(上接第 460 页)

参 考 文 献

1 T Iwasaki, R E Skelton. All controller for the general H_∞ control problem: LMI existence conditions and state space formulas. Automatica, 1994, 30(8): 1307～1317

2 Gahinet P, P Apkarian. A linear matrix inequality approach to H_∞ control. Int J Robust Nonlinear Control, 1994, 4(3): 421～448

3 M Mesbahi, G P Papavassilopoulos. On the rank minimization problem over a positive semidefine linear matrix inequality. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(2): 239～243

4 Karolos M Grigoriadis, Robert E Skelton. Low-order control design for LMI problems using alternating projection methods. Automatica, 1996, 32(8): 1117～1125

5 Xiuxia Sun, Jianqin Mao, T S Chang. Application of H_∞ method to robust design for fast following synchronizer generators. In: Proc of ASCC '97. Seoul, 1997. 583～586

作 者 简 介

孙秀霞 女, 1962 年生。空军工程大学工程学院副教授, 工学博士。主要研究方向为鲁棒控制, H_∞ 控制及其应用。

毛剑琴 女, 1940 年生。中国自动化学会常务理事, 北京航空航天大学教授, 工学博士。主要研究方向为智能控制与智能辨识理论及应用, 鲁棒控制与自适应控制理论及应用。