

一类非线性系统的多面滑模控制*

胡云安 吴光彬 郭晓军

(烟台海军航空工程学院自动控制工程系 264001)

摘要 提出一种基于模糊 CMAC 神经网络的多面滑模变结构控制算法,其特点是无须已知不确定性函数及其各阶导数的上界,与经典设计方法相比,所提出的方案允许非参数化不确定性。仿真实例显示了该方法的有效性。

关键词 滑模控制,反演,非匹配不确定性,神经网络

分类号 TP 13

Multi-surface Sliding Mode Control for a Class of Nonlinear Systems

Hu Yun an, Wu Guangbin, Guo Xiaojun

(Naval Aeronautical Engineering Academy)

Abstract Based on backstepping and fuzzy CMAC neural network, a variable structure control algorithm is proposed. Up bounds of unknown functions and their derivatives are not required. Compared with the classical backstepping method, the nonparametric uncertainties are allowed in the proposed scheme. The simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words sliding mode control, backstepping, mismatched uncertainties, neural network

1 引言

在实际工程中,对非线性系统建立精确的模型常常较为困难,甚至是不可能的,因此,研究不确定条件下对非线性系统的控制问题具有重要的实际意义。反演设计法是处理不确定性尤其是非匹配不确定性的一种有效手段,但存在“计算膨胀”和要求系统不确定性满足可参数化的假设等问题。目前,将反演设计法和其它设计法结合起来的研究逐渐增多^[1~5]。

文献[1]针对严格参数型二阶系统,引入快慢两种切换线,给出一种自适应有限时间滑模控制机制,并将反演方法应用到设计中。[2]提出一种基于二阶滑模的反演算法,标准形式的最后两个方程允许出现非参数型不确定性,并在一定程度上减少了反演算法的计算量。[3]针对一类具有非匹配不确定性的最小相位仿射非线性系统,基于自适应反演设计方法和变结构控制进行设计,允许在方程的最后一个

表达式中出现非参数化不确定性,控制律的形式较为复杂。[4]采用自适应动态面技术,用一阶滤波器代替微分,用于解决反演算法中的计算膨胀问题,但要求估计各阶导数上界。

上述算法大都要求已知不确定函数及其导数的上界。本文提出一种基于神经网络的多面滑模控制算法,其特点是无须已知不确定函数及其导数的上界。

2 问题描述

考虑如下形式的非线性系统

$$\dot{x}_1 = x_2 + f_1(x_1, t) \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 + f_2(x_1, x_2, t) \quad (2)$$

⋮

$$\dot{x}_{n-1} = x_n + f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, t) \quad (3)$$

$$\dot{x}_n = u \quad (4)$$

式中, $x_i \in R^l, i = 1, 2, \dots, n-1$; 函数 $f_i(\bullet)$ 为未知光滑函数。我们的目标是寻找控制 u , 利用可测状态 x_i 使得

$$\lim_t |y^i(t)| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

其中, $y_1 = x_1$ 为对象的输出, $y_{i+1} = d^i y_1 / dt^i$.

形如(1) ~ (4)的系统在实际中经常遇到,如飞行器控制系统等.文献[5]也采用同样的系统作为被控对象.

3 基于模糊 CMAC 神经网络的反演变结构控制

3.1 模糊 CMAC 神经网络模型^[6]

模糊 CMAC 的主要思想是综合模糊逻辑和 CMAC 神经网络的优点,同时消除它们的一些不足.在输入阶段,模糊 CMAC 使用模糊逻辑控制器的模糊化方法作为输入编码机制,模糊规则被分配到每个相关的存储单元,这些规则并不需要具有清晰的结论.输出则使用了反模糊化方法,即基于点火强度 Γ_i , 求出激活规则的权值输出之和.模糊 CMAC 的整个映射函数可表示为

$$z(u) = \sum_{p=1}^M W_p^T \Gamma_p \quad (6)$$

式中, $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N]^T$ 为输入向量, $W_p (p = 1, 2, \dots, M)$ 为网络的权值,这里

$$M = \begin{cases} j_1, & N = 1 \\ N & i=1 \\ (j_1 - 1) \prod_{l=1}^{i-1} m_{l-1} + j_1, & N > 1 \end{cases}$$

m_i 是第 i 个输入的节点数,在第 i 个输入上的第 j_i 个节点可表示为 $u_{i,j_i}, j_i = 1, 2, \dots, m_i; \Gamma_p (p = 1, 2, \dots, M)$ 为模糊规则的点火强度,其算式如下

$$\Gamma_p = \mu^{1,j_1}(u_1) \mu^{2,j_2}(u_2) \dots \mu^{N,j_N}(u_N) = \prod_{i=1}^N \mu_{i,j_i}(u_i)$$

式中, $\mu_{i,j_i}(u_i)$ 表示第 i 个输入上的第 j_i 个节点的隶属函数.

模糊 CMAC 的一般估计定理保证了可将模糊 CMAC 应用于几乎所有的非线性系统的建模问题.

定理 1(模糊 CMAC 的一般估计定理)^[5] 在一紧集 $U \subset R^N$ 上,给定任意实值连续函数 $g(u)$ 及任意 $\epsilon > 0$,则存在一个模糊 CMAC 神经网络,使得

$$\sup |z(u) - g(u)| < \epsilon, \quad \forall u \in U$$

式中 $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N]^T$ 为输入向量.

3.2 滑模变结构控制律

将系统(1)微分 $n - 1$ 次,则式(1) ~ (4)可重记为

$$\dot{y}^n = u + f^0(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \quad (7)$$

式中 $f^0(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$ 为未知光滑函数.由式(6)和模糊 CMAC 的一般估计定理, f^0 可表示为

$$f^0(x_1, x_2, \dots, x_n, t) = W_0^T \Gamma_0 + \epsilon \quad (8)$$

式中 W_0 为最佳权向量, $f^0(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$ 的估计值可表示为

$$\hat{f}^0(x_1, x_2, \dots, x_n, t) = \hat{W}_0^T \Gamma_0 \quad (9)$$

式中 \hat{W}_0^T 为权向量的估计.设计切换面

$$S = c_1 y_1 + c_2 y_2 + \dots + c_{n-1} y_{n-1} + y_n \quad (10)$$

其中 $c_i (i = 1, 2, \dots, n - 1)$ 为设计的常数.

取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} (S^2 + \text{tr}(\hat{W}_0^T M_0^{-1} \hat{W}_0)) \quad (11)$$

式中 $\hat{W}_0^T = W_0^T - \hat{W}_0^T$.沿式(7)计算 V 的导数可得

$$\dot{V} = S(c_1 y_2 + c_2 y_3 + \dots + c_{n-1} y_n + u + f^0(x_1, x_2, \dots, x_n, t)) + \text{tr}(\hat{W}_0^T M_0^{-1} \dot{\hat{W}}_0) \quad (12)$$

所以,如选控制律

$$u = -c_1 y_2 - c_2 y_3 - \dots - c_{n-1} y_n - K \text{sign}(S) \quad (13)$$

\hat{W}_0 的调整算法为

$$\dot{\hat{W}}_0 = -M_0 S \Gamma_0 \quad (14)$$

则由式(8),(9)和(10) ~ (14)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & S(-\hat{W}_0^T \Gamma_0 \text{sign}(S) + W_0^T \Gamma_0 + \epsilon) - \hat{W}_0^T S \Gamma_0 \\ & - \hat{W}_0^T \Gamma_0 |S| + \hat{W}_0^T \Gamma_0 S - (\lambda - \epsilon) |S| \\ & - (\lambda - \epsilon) |S| < 0 \end{aligned} \quad (15)$$

式中 $K = \hat{W}_0^T \Gamma_0 + \lambda, \lambda > \epsilon$.因此 S 将在有限时间内收敛到 0.

3.3 多面滑模设计

由 3.2 节知,控制规律(13)实际上是不可实现的,因为不能量测 y_i ,所以估计出 y_i 是式(13)可实现的关键.

由式(1)知,要估计 \dot{x}_1 需知 $f_1(x_1, t)$,为此引入滤波器

$$\dot{\xi}_1 = \alpha_0(x_1 - \xi_1) + x_2 + \hat{f}_1(x_1, t) \quad (16)$$

式中, $\alpha_0 > 0, \hat{f}_1(x_1, t)$ 为 $f_1(x_1, t)$ 的神经网络估计,其误差动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 - \dot{\xi}_1 = & -\alpha_0(x_1 - \xi_1) + \\ & f_1(x_1, t) - \hat{f}_1(x_1, t) \end{aligned} \quad (17)$$

由式(6)和(17)得

$$\dot{x}_1 - \dot{\xi}_1 = -\alpha_0(x_1 - \xi_1) + W_1^T \Gamma_1(x_1) + \epsilon \quad (18)$$

式中 \tilde{W}_1 为最佳权向量与估计权向量之差。令 $S_1 = x_1 - \xi_1$, 则上式变为

$$\dot{S}_1 = -\alpha_0 S_1 + \tilde{W}_1^T \Gamma_1(x_1) + \epsilon_1 \quad (19)$$

取 $V_1 = \frac{1}{2} S_1^2 + \frac{1}{2} \text{tr} \tilde{W}_1^T M_1^{-1} \tilde{W}_1$

求 V_1 的导数

$$\dot{V}_1 = -\alpha_0 S_1^2 + S_1 \tilde{W}_1^T \Gamma_1(x_1) + S_1 \epsilon_1 + \text{tr} \{ \tilde{W}_1^T M_1^{-1} \dot{\tilde{W}}_1 \} \quad (20)$$

令 $\dot{\tilde{W}}_1 = -M_1 S_1 \Gamma_1(x_1)$, 则式(20)变为 $\dot{V}_1 = -\alpha_0 S_1^2 + S_1 \epsilon_1$ 。故 S_1, \tilde{W}_1 有界, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, S_1 趋近于原点的邻域。

对式(1)微分, 得

$$\dot{x}_1 = x_3 + d(x_1, x_2, t) \quad (21)$$

式中

$$d(x_1, x_2, t) = f_2(x_1, x_2, t) + \frac{\partial f_1(x_1, t)}{\partial x_1} (x_2 + f_1(x_1, t))$$

类似于估计 \hat{x}_1 , 引进滤波器

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_2 &= \alpha_0 (\hat{x}_1 - \xi_2) + x_3 + \hat{d}(x_1, x_2, t) \\ \xi_2(0) &= x_1(0) \end{aligned} \quad (22)$$

式中, $\alpha_0 > 0, \hat{d}(\cdot)$ 为 $d(\cdot)$ 的神经网络估计。定义 $S_2 = \hat{x}_1 - \xi_2$, 由式(21)和(22)得

$$\dot{S}_2 = -\alpha_0 S_2 + d(x_1, x_2, t) - \hat{d}(x_1, x_2, t)$$

取 $V_2 = \frac{1}{2} S_2^2 + \text{tr} \{ \tilde{W}_2^T M_2^{-1} \tilde{W}_2 \}$

式中 \tilde{W}_2 为最佳权向量与估计权向量之差。同理, 当 $\dot{\tilde{W}}_2 = -M_2 S_2 \Gamma_2(x_1, x_2)$ 时, S_2 趋近于原点的邻域和 \tilde{W}_2 有界, 所以 \hat{x}_1 的估计值为

$$\hat{x}_1 = x_3 + \hat{d}(x_1, x_2, t)$$

类似可得 x_1 的各阶导数的估计值。为清晰起见, 将控制规律重写如下

$$u = -c_1 y_2 - c_2 y_3 - \dots - c_{n-1} y_n - K \text{sign}(S) \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1, & y_2 &= x_2 + \hat{f}_1(x_1, t) \\ y_3 &= x_3 + \hat{d}(x_1, x_2, t) \end{aligned}$$

综上所述, 可得如下定理:

定理 1 对式(1)~(4)所示系统, 采用式(23)

所示控制规律, 若 c_i 的选择使得如下多项式

$$c_1 + c_2 p + c_3 p^2 + \dots +$$

$$c_{n-1} p^{n-2} + p^{n-1} = 0$$

是 Hurwitz 的, 则可实现式(5)的控制目标。

4 仿真实例

考虑如下非线性系统^[5]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + a_1 x_1 \sin(x_1) \\ \dot{x}_2 &= x_3 + a_2 x_2 \cos(x_1) + a_3 x_1 \sin(x_2) \\ \dot{x}_3 &= u, \quad y = x_1 \end{aligned}$$

控制目标是设计控制律使 y 由初态调节到 0, \hat{x}_1 和 \hat{x}_1° 由下式估计。

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= x_2 + \hat{f}_1(x_1) \\ \hat{f}_1(x_1) &= \hat{W}_1^T \Gamma_1(x_1) \\ \dot{\xi}_1 &= \alpha_1 (x_1 - \xi_1) + x_2 + \hat{f}_1(x_1) \\ \hat{x}_2 &= x_3 + \hat{d}(x_1, x_2) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{d}(x_1, x_2) &= \hat{W}_2^T \Gamma_2(x_1, x_2) \\ \dot{\xi}_2 &= \alpha_2 (\hat{x}_1 - \xi_2) + x_3 + \hat{d}(x_1, x_2) \end{aligned}$$

控制规律为

$$u = -c_1 \hat{x}_1 - c_2 \hat{x}_1^{\circ} - K \text{sign}(\hat{S})$$

式中 $\hat{S} = c_1 x_1 + c_2 \hat{x}_1 + \hat{x}_1^{\circ}$ 。选取

$$c_1 = 25, c_2 = 10, \alpha_1 = \alpha_2 = 10, \lambda = 5$$

初始条件如下

$$x_1(0) = 1, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0$$

当 $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ 时, 仿真结果如图 1~图 3 所示。从图 1 可以看出, x_1 很好地收敛到 0; 图 2 是 \hat{x}_1 和 \hat{x}_1° 的比较, 图 3 是 \hat{x}_1 和 \hat{x}_1° 的比较, 由图可以看出, 模糊 CMAC 估计算法较好地估计了系统中的非线性函数, 从而较准确地估计出 \hat{x}_1 和 \hat{x}_1° 。当 $a_1 = a_2 = a_3 = 2.5$ 时, 仿真结果见图 1 中 x_1 曲线。同时给出文献[5]方法的 x_1 曲线。可以看出, 本文方法在系统参数变化的情况下, 仍保持了良好的性能。

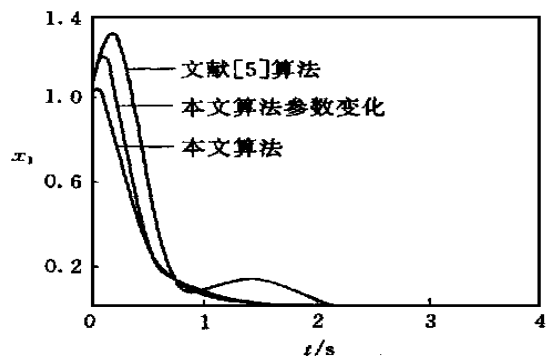
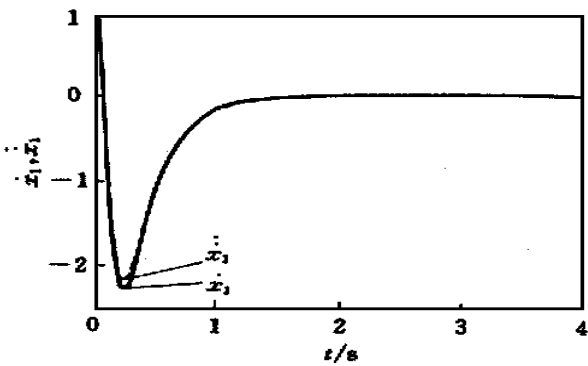
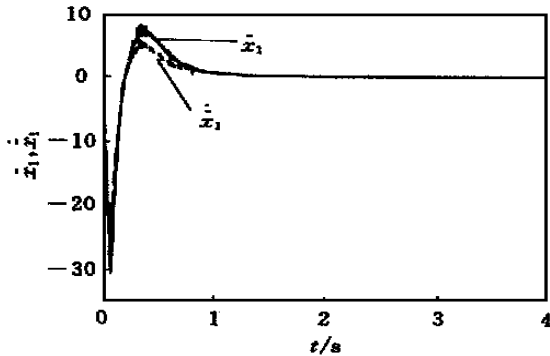


图 1 本文算法及文献[5]算法的 x_1 曲线

图2 x_1 和 \hat{x}_1 的比较曲线图3 \hat{x}_1 和 \hat{x}_1 的比较曲线

参考文献

- 1 余星火, 武玉强. 不确定非线性系统的自适应最终滑模控制. 控制理论与应用, 1998, 15(6): 900 ~ 907
- 2 G Bartolini, A Ferrara, L Giacomini. A simplified adaptive control scheme based on a combined backstepping/second order sliding mode algorithm. In: Proc of the American Control Conf. New Mexico, 1997. 1698 ~ 1702
- 3 李俊, 徐德民. 非匹配不确定非线性系统的自适应反演滑模控制. 控制与决策, 1999, 14(1): 46 ~ 50
- 4 P P Yip, J K Hedrick. Adaptive dynamic surface control: A simplified algorithm for adaptive backstepping control of nonlinear systems. Int J Control, 1998, 71(5): 959 ~ 979
- 5 A Stotsky, J K Hedrick, P P Yip. The use of sliding modes to simplify the backstepping control method. In: Proc of the American Control Conf. New Mexico, 1997. 1703 ~ 1708
- 6 C M Kwan, H Xu, F L Lewis *et al.* Robust spacecraft attitude control using fuzzy CMAC. In: Proc of the 1996 IEEE Int Symp on Intelligent Control. Dearborn, 1996. 43 ~ 48

作者简介

胡云安 男, 1966年生。1985年毕业于华中理工大学自动控制系, 现为海军航空工程学院副教授。研究方向为变结构控制, 神经网络, 非线性控制和飞行器系统设计与仿真等。

吴光彬 男, 1970年生。1996年毕业于空军工程大学自动控制系, 现为海军航空工程学院讲师。研究方向为变结构控制, 非线性控制和导弹系统设计与仿真等。

郭晓军 男, 1962年生。装甲兵工程学院讲师, 博士研究生。研究方向为非线性控制, 神经网络, 飞行器仿真。

5 结 论

本文利用模糊 CMAC 神经网络估计出系统的非线性函数, 并进一步估计出系统状态的各阶导数, 然后利用反演法的设计思想和变结构控制方法设计了控制器。它具有如下特点: 1) 减少了反演法的计算量; 2) 无需已知不确定性函数及其各阶导数的上界; 3) 对系统的不确定性, 勿需参数化假设; 4) 系统的鲁棒性强, 动态性能好。