

模糊元图: 一种构造模糊知识库的新方法*

谭政华 胡光锐 任晓林
(上海交通大学电子工程系 200052)

摘要 在分析了现有模糊图论结构的基础上,对模糊超图和模糊有向图进行扩充,提出一种新的图论结构——模糊元图,并将其应用于飞行器故障诊断中的模糊知识库构造。实际应用表明,基于模糊元图的知识库具有很高的推理效率,并且便于规则的添加和删除。

关键词 模糊知识库,模糊规则,模糊推理,故障诊断,图论
分类号 TP 18

Fuzzy Metagraphs: A New Method of Constructing Fuzzy Knowledge Base

Tan Zhenghua, Hu Guangrui, Ren Xiaolin
(Shanghai Jiaotong University)

Abstract Based on the analysis of existing fuzzy graph-theoretic constructs, a new graph-theoretic construct, fuzzy metagraph, is presented. This construction combines and expands fuzzy hypergraph and fuzzy directed graph. In the expert system of fault diagnosis for aircraft, fuzzy metagraph is applied in constructing fuzzy knowledge base. The application results indicate that the knowledge base based on fuzzy metagraph possesses high efficiency of inference and convenience to add or delete a rule.

Key words fuzzy knowledge base, fuzzy rule, fuzzy inference, fault diagnosis, graph theory

1 引言

模糊图论结构已得到广泛应用^[1-3]。然而,现有的模糊图论结构还不适合于分析元素集合之间的有向关系,而这种关系普遍存在于模糊系统。下面通过一个简单的例子,对模糊有向图、模糊超图和模糊或图等几种典型结构的特点进行分析。

例 1 设有一变量(元素)的集合 $X = \{x_1, \dots, x_6\}$, 其上的模糊集为 $\underline{X} = \{x_1, \dots, x_6\}$, 具有如下模糊关系

- e1: $\{x_1, x_2\} \rightarrow \{x_5\}, CF_1 = 0.7$
- e2: $\{x_1, x_3\} \rightarrow \{x_5, x_6\}, CF_2 = 0.7$
- e3: $\{x_1\} \rightarrow \{x_4\}, CF_3 = 0.9$
- e4: $\{x_4, x_5, x_6\} \rightarrow \{x_2\}, CF_4 = 0.85$

若箭头左边的变量(输入)已知,则箭头右边的

变量(输出)即可唯一地确定下来。图 1(a) ~ (c) 分别用不同的模糊图为其建模。现讨论如下:

- 1) 模糊有向图显示了变量对之间的输入输出方向。从图中可知是由 x_1 决定 x_4 , 但仍无法表示出输入输出具有多个变量时的关系。
- 2) 模糊超图显示了元素集间的模糊关系, 但无法区分输入和输出变量^[2]。由图可知 x_1, x_3, x_5 和 x_6 在一个关系中, 但却不知哪些是输入, 哪些是输出。
- 3) 模糊或图克服了上述结构的缺陷, 在输入输出有多个变量时仍能表示出它们的有向关系。然而这种方法十分累赘, 尤其是在表示多个变量间的关系时连线太多, 以至无法区分^[4]。

以上是从图形化的角度讨论各种模糊图结构的优缺点。在后面的讨论中可以看到, 模糊元图不仅在图形化功能上优于上述结构, 而且更重要的是模糊元图具有很强的形式化分析能力。

模糊元图是对模糊有向图和模糊超图的结合和扩充。它基于元图(Metagraph)结构^[5], 与传统

* 国防预研基金项目(46.5.3)

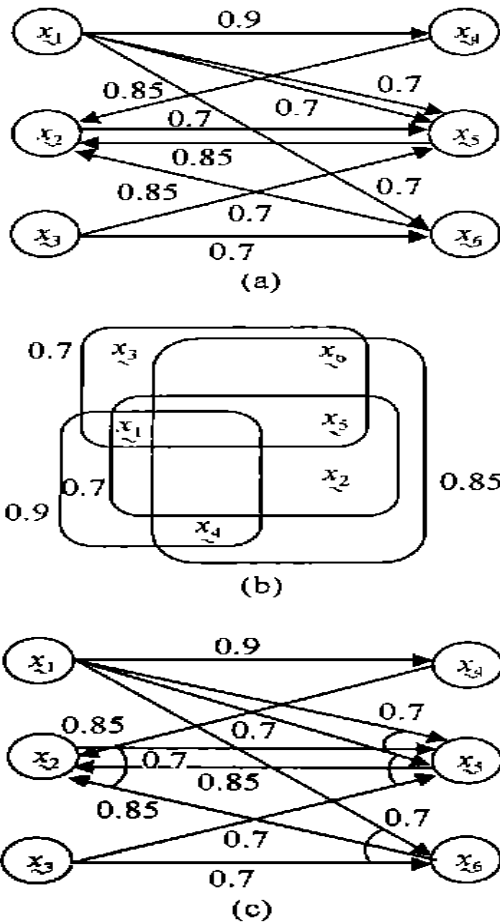


图 1 例 1 典型的模糊图表示

(a) 模糊有向图 (b) 模糊超图 (c) 模糊或图

的图论结构的最大不同在于模糊元图描述的是元素的集合,而非单一元素之间的关系。

2 模糊元图

依据图论和模糊理论,对模糊元图定义如下:

定义 1 给定一个有限的元素集 $X = \{x_i, i = 1, \dots, I\}$, 称其为生成集, 则生成集 X 上的模糊元图为一个 3 元组 $S = \{X, \underline{X}, E\}$ 。其中, $\underline{X} = \{\underline{x}_i, i = 1, \dots, I\}$ 是生成集 X 上的模糊集, \underline{x}_i 表示 $(x_i: a_i)$, a_i 为隶属度表示元素 x_i 的模糊度或置信度; $E = \{e_k, k = 1, \dots, K\}$ 是一个模糊边集, e_k 表示 $(e_k: CF_k)$, CF_k 为边 e_k 的置信度。每条模糊边是一个有序对 $e_k = \langle \underline{V}_k, \underline{W}_k \rangle$, 其中 $\underline{V}_k \subseteq \underline{X}$ 是 e_k 的入点集, $\underline{W}_k \subseteq \underline{X}$ 是 e_k 的出点集。此外, 要求 $\underline{V}_k \cap \underline{W}_k = \emptyset, \forall k$ 。

对于例 1, 其模糊元图如图 2 所示, 仅用 4 条边即完整地表示了元素间的关系。如 e_2 表示由 x_1 和 x_3 可得出 x_5 和 x_6 , 且 $CF = 0.7$ 。

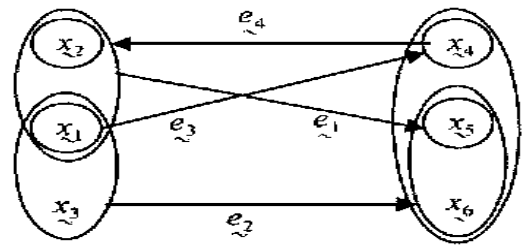


图 2 例 1 的模糊元图表示

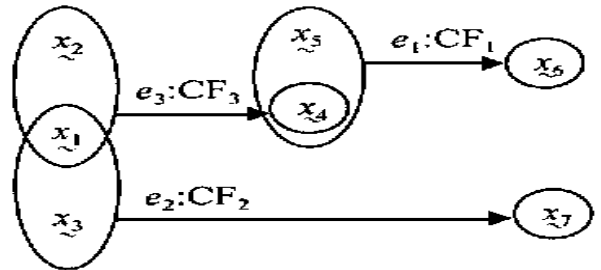


图 3 一个模糊元图

例 2 模糊元图如图 3 所示, 设为 S_1 , 其生成集上的模糊集为 $\underline{X}_1 = \{\underline{x}_1, \dots, \underline{x}_7\}$, 边集为 E_1 , 其中 3 条边分别为

$$\begin{aligned} e_1 &= \{\underline{x}_4, \underline{x}_5\}, \{\underline{x}_6\} \\ e_2 &= \{\underline{x}_1, \underline{x}_3\}, \{\underline{x}_7\} \\ e_3 &= \{\underline{x}_1, \underline{x}_2\}, \{\underline{x}_4\} \end{aligned}$$

描述模糊元图连通性的一个基本概念是简单路径, 定义如下:

定义 2 给定一个生成集 X , 一个模糊元图 $S = \{X, \underline{X}, E\}$, 两个模糊元素 $b, c \in \underline{X}$, 则从 b 到 c 的一条简单路径是一个模糊边的序列 $P_-(b, c) = \langle f_l, l = 1, \dots, L \rangle$, 其中 $f_l = \langle \underline{V}_l, \underline{W}_l \rangle \in E$, 使得:

- 1) $b \in \underline{V}_1, c \in \underline{W}_L$;
- 2) $\underline{W}_l \cap \underline{V}_{l+1} = \emptyset, l = 1, \dots, L - 1$ 。

元素 b 是 $P_-(b, c)$ 的源, c 是目标, 路径中边的数目 L 即为该路径的长度。 $P_-(b, c)$ 中 b 的共入点集为 $\bigcap_{l=1}^L \underline{V}_l \cap \bigcap_{l=1}^L \underline{W}_l \setminus \{b\}$, $P_-(b, c)$ 中 c 的共出点集为 $\bigcap_{l=1}^L \underline{W}_l \cap \{c\}$ 。

模糊元图是一种可视化的描述工具, 直观但不便于计算, 这就需要采用其代数结构, 即邻接矩阵及其闭包。邻接矩阵 A 是一个方阵, 生成集中的每个元素对应着一行和一列。邻接矩阵的功能之一就是

于判断是否有边将行元素连接到列元素。方阵中的每个元素 a_{ij} 是空集或若干有序 4 元组的并集, 每个 4 元组对应着连接 x_i 到 x_j 的一条边。其中, 4 元组的第 1 个单元是 x_i 的共入点集, 第 2 个单元是 x_j 的共出点集, 第 3 个单元是 x_i 到 x_j 的长度为 1 的简单路径, 第 4 个单元是由 x_i 到 x_j 得出的 x_j 的置信度, 用 $CF_{i,j}$ 表示。

定义 3 1) 给定一个生成集 X , 一个模糊元图 $S = \{X, \underline{X}, \underline{E}\}$, 其中 $\underline{E} = \{e_k, k = 1, \dots, K\}$, 则 S 的邻接矩阵 A 是一个 $I \times I$ 方阵。对于 $i, j \in \{1, \dots, I\}$, 每个元素 a_{ij} 定义如下

$$a_{ij} = \bigcup_{k=1}^K (\alpha_{ij})_k \quad (1)$$

其中

$$(\alpha_{ij})_k = \begin{cases} \underline{V}_k \setminus \{x_i\}, \underline{W}_k \setminus \{x_j\}, e_k, CF_{ij} \\ \text{both } x_i \in \underline{V}_k \text{ and } x_j \in \underline{W}_k \\ \phi \text{ otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

2) 如果存在一个边的序列 $e_k, k = 1, \dots, K$, 使得 $x_i \in \underline{V}_1, x_j \in \underline{W}_K$, 且 $\underline{W}_k \cap \underline{V}_{k+1} \neq \emptyset (k = 1, \dots, K - 1)$, 则元素 $x_i \in \underline{X}$ 和元素 $x_j \in \underline{X}$ 相连接。边的序列是从 x_i 到 x_j 的路径, K 是路径的长度。

元素 $(\underline{V}_1 \setminus \{x_i\}) \cup \dots \cup (\underline{V}_K \setminus \underline{W}_{K-1})$ 是路径上 x_i 的共入集点, 元素 $\underline{W}_K \setminus \{x_j\}$ 是 x_j 的共出集点。

邻接矩阵 A 可进行加法和乘法运算, 通过加法运算可实现模糊元图的拼接, 通过乘法运算可推出模糊元图的邻接矩阵闭包 A^* 。定义 A 的邻接矩阵闭包为无限求和, 即 $A^* = A^1 + A^2 + \dots$, 这是一个 n 的极限。假定模糊元图中无循环, 可以证明该极限是存在的, 且 $A^* = \sum_{k=1}^K A^n = \sum_{n=1}^K A^n$, 式中 K 为边的数目^[4,5]。

邻接矩阵及其闭包描绘了任意两个元件之间的任意长度的全部路径, 这也是模糊元图的一个重要特点。分析模糊元图的任何自动计算过程都是基于邻接矩阵及其闭包。

3 模糊元图用于知识库的构造

入点集对应着规则的前件, 出点集对应着规则的后件, 一条路径对应着一个推理链。在推理过程中启动和执行一系列规则, 其不确定性(用置信度来表达)也按一定的更新算法在推理网络中传播。

3.1 基于模糊元图的规则表示

在规则系统中, 有 3 种不确定性: 规则的不确定性, 前件及其合取时的不确定性, 多个规则支持同一事实时后件的不确定性。用模糊元图表示分别如图 4(a) ~ (c) 所示。

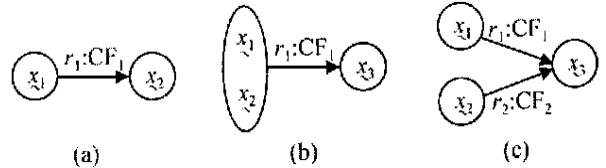


图 4 基本规则的模糊元图表示

- (a) 规则的不确定性
- (b) 前件及其合取时的不确定性
- (c) 多个规则支持同一事实时后件的不确定性

图 4(a) 表示规则如果 x_1 则 x_2 , 置信度为 CF_1 。规则的置信度表示前件完全确定时, 产生的结论(后件)的不确定程度, 若前件 x_1 的置信度不为 1, 则后件的置信度为前件置信度与规则置信度的乘积。设 x_1 的置信度 $a_1 = 0.8, CF_1 = 0.7$, 则后件的置信度为 $a_2 = 0.8 \times 0.7 = 0.56$ 。图 4(b) 表示规则如果 x_1 且 x_2 则 x_3 , 置信度为 CF_1 。多个前件合取时, 总的置信度取其中的最小值。设前件 x_1 和 x_2 的置信度分别为 0.9 和 0.7, 于是前件部分的总的置信度为 0.7。图 4(c) 表示两条规则: 如果 x_1 则 x_3 , 置信度为 CF_1 ; 如果 x_2 则 x_3 , 置信度为 CF_2 。综合起来为: 如果 x_1 或 x_2 则 x_3 。多个前件析取时, 总的置信度取其中的最大值。设 $a_1 = 0.8, a_2 = 0.9, CF_1 = 0.6, CF_2 = 0.8$, 则后件的置信度为 $a_3 = 0.72$ 。

对于图 3 所示的模糊元图, 其生成集 $X_1 = \{x_1, \dots, x_7\}$ 中各元素(即命题)的含义为: x_1 : 舵 1 ~ 舵 4 反馈电压不正常; x_2 : 高度 1, 2 正常; x_3 : 高度 1, 2 不正常; x_4 : 制导系统故障; x_5 : 继电器 1, 2 不正常; x_6 : 制导舱故障; x_7 : 控制舱电缆网故障; x_8 : 滚动陀螺解调输出不正常; x_9 : 连接插头上 P1/10 点不正常; x_{10} : 继电器 1, 2 正常; x_{11} : 制导舱电缆网故障。则该模糊元图表示如下 3 条规则:

r_1 : if 制导系统故障且继电器 1, 2 不正常 then 制导舱故障 $CF_1 = 0.93$;

r_2 : if 舵 1 ~ 舵 4 反馈电压不正常且高度 1, 2 不

正常 then 控制舱电缆网故障 $CF_2 = 0.98$;

r_3 : if 舵 1 ~ 舵 4 反馈电压不正常且高度 1, 2 正常 then 制导系统故障 $CF_3 = 0.98$ 。

图中边集 \underline{E}_1 中 3 个元素 $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$ 分别表示 r_1, r_2, r_3 。

3.2 基于模糊元图的规则添加

在专家系统中通过知识工程师或机器的自主学习, 知识库需不断添加新的知识。在模糊元图中表现为图的拼接(即并操作), 定义如下:

定义 4 设 $S_1 = \{X_1, \underline{X}_1, \underline{E}_1\}$ 和 $S_2 = \{X_2, \underline{X}_2, \underline{E}_2\}$ 是两个模糊元图, 则 S_1 和 S_2 的并图定义为

$$S_1 \cup S_2 = \{X_1 \cup X_2, \underline{X}_1 \cup \underline{X}_2, \underline{E}_1 \cup \underline{E}_2\} \quad (3)$$

如在滚动回路增益故障诊断中获得另两条规则如下:

r_4 : if 滚动陀螺解调输出不正常且连接插头上 P 1/ 10 点不正常 then 制导舱电缆网故障 $CF_4 = 0.95$;

r_5 : if 制导系统故障且继电器 1, 2 正常 then 制导舱电缆网故障 $CF_5 = 0.93$ 。

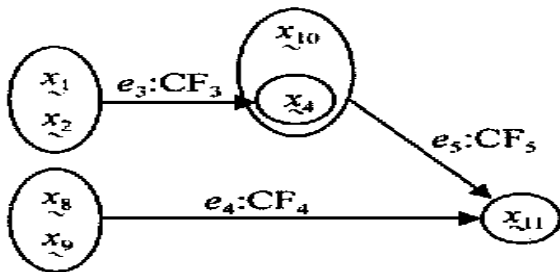


图 5 规则 $r_3 \sim r_5$ 的描述

于是, 规则 r_3, r_4, r_5 可描述如图 5 所示, 设为 S_2 , 其生成集上的模糊集 $\underline{X}_2 = \{x_1, x_2, x_4, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}$, 边集 \underline{E}_2 中 3 个元素 $\underline{e}_3, \underline{e}_4, \underline{e}_5$ 分别表示 r_3, r_4, r_5 。

两模糊元图进行拼接后得模糊元图 S , 其生成集上的模糊集 $\underline{X} = X_1 \cup X_2 = \{x_1, \dots, x_{11}\}$, $\underline{E} = \underline{E}_1 \cup \underline{E}_2 = \{e_1, \dots, e_5\}$, 拼接图如图 6 所示。该图即为滚动回路增益故障诊断模糊元图, 共描述了 5 条规则: r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 。

滚动回路增益故障诊断模糊元图的代数结构(即邻接矩阵闭包)如表 1 所示。其邻接矩阵即为矩阵闭包中路径长度为 1 的元素所组成的矩阵。

3.3 基于模糊元图的规则删除

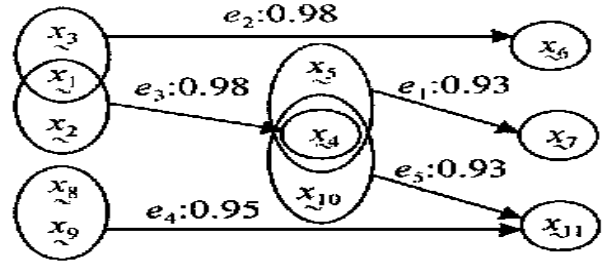


图 6 滚动回路增益故障诊断模糊元图

当系统中的规则不断变化时, 有时需要删除某项规则, 这样相对较为简单。对于模糊元图, 仅需去掉一条有向线段; 对其代数结构, 将邻接矩阵及其闭包中与该路径相关的项予以删除或置为空集。对于命题或节点, 当某节点(对应为一命题)没有任何一条边与其相连时, 便可将其删除。

4 基于模糊元图的模糊推理

模糊元图是知识库和推理机的统一体。基于模糊元图的推理, 关键在于利用其邻接矩阵闭包进行以离线计算为主的推理机制。其推理过程为先列出初始事实, 构成数据库 B 为一事实的集合, 然后进行推理。

表 1 滚动回路增益故障诊断模糊元图的邻接矩阵闭包

	\underline{x}_4	\underline{x}_6	\underline{x}_7	\underline{x}_{11}
\underline{x}_1	$\{\underline{x}_2, \Phi, \underline{e}_3, CF_{1,4}\}$	$\{\underline{x}_2, \underline{x}_5, \{\underline{x}_4, \underline{e}_3, \underline{e}_1, CF_{1,6}\}\}$	$\{\underline{x}_3, \Phi, \underline{e}_2, CF_{1,7}\}$	$\{\underline{x}_2, \underline{x}_{10}, \{\underline{x}_4, \underline{e}_3, \underline{e}_5, CF_{1,11}\}\}$
\underline{x}_2	$\{\underline{x}_1, \Phi, \underline{e}_3, CF_{2,4}\}$	$\{\underline{x}_1, \underline{x}_5, \{\underline{x}_4, \underline{e}_3, \underline{e}_1, CF_{2,6}\}\}$	Φ	$\{\underline{x}_1, \underline{x}_{10}, \{\underline{x}_4, \underline{e}_3, \underline{e}_5, CF_{2,11}\}\}$
\underline{x}_3	Φ	Φ	$\{\underline{x}_1, \Phi, \underline{e}_2, CF_{3,7}\}$	Φ
\underline{x}_4	Φ	$\{\underline{x}_5, \Phi, \underline{e}_1, CF_{4,6}\}$	Φ	$\{\underline{x}_{10}, \Phi, \underline{e}_5, CF_{4,11}\}$
\underline{x}_5	Φ	$\{\underline{x}_4, \Phi, \underline{e}_1, CF_{5,6}\}$	Φ	Φ
\underline{x}_8	Φ	Φ	Φ	$\{\underline{x}_9, \Phi, \underline{e}_4, CF_{8,11}\}$
\underline{x}_9	Φ	Φ	Φ	$\{\underline{x}_8, \Phi, \underline{e}_4, CF_{9,11}\}$
\underline{x}_{10}	Φ	Φ	Φ	$\{\underline{x}_4, \Phi, \underline{e}_5, CF_{10,11}\}$

设测试系统已知故障现象为“舵1~舵4反馈电压不正常”,置信度为1,即事实 \underline{x}_1 ,构成数据库 $\underline{B} = \{\underline{x}_1\}$ 。观察 A^* 中的 \underline{x}_1 行有4个非空元素,按边的数目排序为 $a_{1,4}^*, a_{1,7}^*, a_{1,6}^*, a_{1,11}^*$ 。其中, $a_{1,4}^*$ 的共入点集为 $\text{In}(a_{1,4}^*) = \{\underline{x}_2\}$, \underline{x}_2 不在数据库中。于是系统测试“高度1,2是否正常”,若测试结果为基本正常,即 \underline{x}_2 ,由预先设定的模糊程度量化表,可自动得出该事实的置信度为 $a_2 = 0.96$,由此可得结论为 \underline{x}_4 ,置信度为 $\text{CF}_{1,4} = \min\{a_1, a_2\} \times \text{CF}_3 = 0.96 \times 0.98 = 0.94$,共出点集为 $\text{Out}(a_{1,4}^*) = \Phi$,更新数据库为 $\underline{B} = \{\underline{x}_1, \underline{x}_2, \underline{x}_4\}$ 。 $a_{1,7}^*$ 的共入点集为 $\text{In}(a_{1,7}^*) = \{\underline{x}_3\}$,因为“高度1,2基本正常”,所以 \underline{x}_3 不在数据库中,结论 \underline{x}_7 不成立。 $a_{1,6}^*$ 的共入点集为 $\text{In}(a_{1,6}^*) = \{\underline{x}_2, \underline{x}_5\}$, \underline{x}_2 在数据库中。对于 \underline{x}_5 ,系统测试“继电器1,2是否正常”,结果如正常,即条件 \underline{x}_5 不成立,事实为 \underline{x}_{10} ,置信度为 $a_{10} = 1$,结论 \underline{x}_6 不成立,更新数据库为 $\underline{B} = \{\underline{x}_1, \underline{x}_2, \underline{x}_4, \underline{x}_{10}\}$ 。 $a_{1,11}^*$ 的共入点集为 $\text{In}(a_{1,11}^*) = \{\underline{x}_2, \underline{x}_{10}\}$,各元素均在数据库中,由此可得结论为 \underline{x}_{11} ,置信度 $\text{CF}_{1,11} = \min\{\text{CF}_{1,4}, a_{10}\} \times \text{CF}_5 = 0.94 \times 0.93 = 0.87$,共出点集为 $\text{Out}(a_{1,11}^*) = \{\underline{x}_4\}$,置信度仍为 $\text{CF}_{1,4}$,更新数据库为 $\underline{B} = \{\underline{x}_1, \underline{x}_2, \underline{x}_4, \underline{x}_{10}, \underline{x}_{11}\}$ 。推理结束,结论为 \underline{x}_{11} ,即制导舱电缆网故障,置信度为0.87。推理过程中只进行了4次匹配。

5 结 论

在规则系统中,模糊元图知识库和推理机是统

一的。有效的推理方法和便利的规则表示、添加和删除表明,模糊元图是一种有效的模糊知识库建模工具。利用模糊元图进行模糊规则管理,既能实现可视化,又可使大量的在线计算转换为离线计算,并避免不必要的重复计算,大大减少了搜索空间,从而极大地提高了实时推理效率,是一种实用有效的方法。

参 考 文 献

- 1 A Rosenfeld. Fuzzy Graphs. In: Fuzzy Sets and Their Application to Cognitive and Decision Processes. New York: Academic Press, 1975. 77~95
- 2 Chen S M. Interval-valued fuzzy hypergraph and fuzzy partition. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1997, 27(4): 725~733
- 3 何新贵. 模糊知识处理的理论与技术. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 1998
- 4 Basu A, Blanning R W. Metagraphs. Int J Mgmt Sci, 1995, 23(1): 13~25
- 5 Basu A, Blanning R W. Metagraphs: A tool for modeling decision support systems. Manag Sci, 1994, 40(12): 1579~1600

作 者 简 介

谭政华 男, 1969年生。上海交通大学电子工程系讲师, 在职博士生。主要研究方向为模糊理论, 进化算法, 人工神经网络及故障诊断等。

胡光锐 男, 1938年生。上海交通大学电子系教授, 博士生导师。主要研究领域为人工智能, 专家系统, 故障诊断和信号处理。

任晓林 男, 1973年生。上海交通大学电子系博士生。主要研究领域为混沌, 神经网络, 语音处理与识别。