第 15 卷 第 4 期 控 制 与 决 策 2000 年 7 月
Vol. 15 No. 4 CONTROL AND DECISION July 2000

多输入非线性串级系统的非过参数化自适应控制*

周绍生 费树岷 冯纯伯
(东南大学自动化研究所 南京 210096)

摘 要 证明了一大类含有未知参数的多输入非线性串级系统在适当的假设条件下是可全局适应稳定的。自适应控制律的设计是基于 backstepping 递推设计方法,得到的参数自适应律的阶次等于未知参数的个数,因此该设计是非过参数化的。

关键词 多输入,非线性,backstepping,过参数化,自适应
分类号 TP 13

Adaptive Control of Multi-input Cascade Nonlinear Systems without Overparametrization

Zhou Shaosheng, Fei Shumin, Feng Chunbo
(Southeast University)

Abstract An adaptive design procedure is proposed for a broader class of multi-input cascade nonlinear systems. The derived adaptive controller guarantees the global boundedness property for all signals and at the same time, steers the states to the origin. The adaptive control design is based on backstepping recursive design technique. The number of parameter estimates is minimal, that is, equal to the number of unknown parameters. The adaptive systems designed by this procedure possess stronger stability than those using overparametrization.

Key words multi-input, nonlinear, backstepping, overparametrization, adaptive

1 引 言

严格反馈非线性系统(SFNS)的控制问题已得到较充分的研究[1~7],并在航空航天和机器人控制设计中得到了成功的应用[1,2]。文献[1,3]研究了其自适应控制问题,[4,5]分别讨论了这一系统的鲁棒控制和输出反馈控制。以上控制律的设计都是基于 backstepping 方法,即根据系统的串级结构特性(下三角形),利用子系统的 V 函数信息递推地构造整个系统的 V 函数。这一方法最早见于文献[6]。

我们提出了一类更广泛的带不确定参数的多输入非线性串级系统。这类系统与[1~7]中的严格反馈非线性系统模型相比,后者的每个子系统都是一标量形式,前者的每个子系统都是一向量形式。多输入非线性串级系统模型是更一般的情况,严格反馈非线性系统模型是这一非线性系统模型的特例。若将我们提出的模型完全按标量形式展开,则不一定能按递推方法设计。

本文研究多输入非线性串级系统的自适应控制问题,这一问题的研究能拓宽严格反馈非线性系统的模型,进一步丰富非线性系统的控制理论。控制律的设计仍然基于 backstepping 方法,在每一步设计中,都可得到一个由 V 函数、镇定函数和调节函数组成的三元组,而整个系统的 V 函数和自适应控制律则由最后一步得出。

* 国家自然科学重点基金项目(69934010)和国家攀登计划项目(97021101)
1999-09-24 收稿, 1999-11-29 修回

2 系统模型

考虑如下系统

$$\begin{cases}\mathring{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + G_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + H_i(\bar{x}_i)\theta \\ \qquad i = 1, 2, \cdots, n-1 \\ \mathring{x}_n = f_n(x) + G_n(x)u + H_n(x)\theta\end{cases} \tag{2.1}$$

其中, 向量 x_i 表示子系统的状态, $\bar{x}_i = (x_1^T, x_2^T, \cdots, x_i^T)$ 表示前 i 个子系统的状态, $x = \bar{x}_n$ 表示整个系统的状态, u 表示系统的控制输入向量; $f_i(\bar{x}_i)$ 是向量函数, $G_i(\bar{x}_i)$ 和 $H_i(\bar{x}_i)$ 是矩阵函数, θ 是时不变的未知参数向量; 以上各量均有适当的维数。该系统共有 n 个子系统, 每个子系统都是一向量形式, 各子系统状态的维数可能不同。

对该系统有以下假设:

假设 1 $G_i(\bar{x}_i)$ 对所有 $\bar{x}_i = (x_1^T, x_2^T, \cdots, x_i^T)$ 是行满秩的, 且 $f_i, G_i^T(G_iG_i^T)^{-1}, H_i(\bar{x}_i)$ 是充分光滑的, $i = 1, 2, \cdots, n$。

注 1 对应线性系统, 假设 1 的行满秩意味着系统的可控性。事实上, 考虑线性系统 $\mathring{x}_i = A_ix_i + B_ix_{i+1}$ 时, B_i 行满秩意味着 $[B_i, A_iB_i, \cdots, A_i^{n_i-1}B_i]$ 行满秩, 因而相应系统可控。由这一假设可推知 x_{i+1} 的维数不小于 x_i 的维数, 因此系统的维数是逐级非减的, 且控制 u 的维数不小于任一子系统状态的维数。

假设 2 $f_i(0) = 0, H_i(0) = 0, i = 1, 2, \cdots, n$。

注 2 假设 2 表明, $x = 0$ 是系统(2.1) 的平衡点。

3 系统设计

约定: $\alpha_0 = 0$, $\sum_i^{x_{i+1}}$ 表示系统(2.1) 中前 i 个子系统组成的以 x_{i+1} 为输入的系统, $\|\cdot\|$ 表示相应量的欧氏范数, $\mathring{V}_i\left(\sum_i^{x_{i+1}=\alpha_i}\right)$ 表示当系统输入为 α_i 时, V_i 沿系统 $\sum_i^{x_{i+1}=\alpha_i}$ 的全导数。

为给出关于系统(2.1) 的设计目标, 下面引入一个定义。考虑系统

$$\mathring{x} = f(x) + G(x)u + H(x)\theta \tag{3.1}$$

其中, $x \in R^n$ 表示系统的状态, u 表示系统的控制输入向量, $\theta \in R^p$ 表示时不变的未知参数向量。

定义 1[1] 若存在 $(R^n\backslash\{0\}) \times R^p$ 上光滑的函数 $\alpha(x, \hat{\theta})$ $(\alpha(0, \hat{\theta}) = 0)$, 以及光滑函数 $\tau(x, \hat{\theta})$, 正定的对称矩阵 Γ, 确定如下的动态控制器

$$u = \alpha(x, \hat{\theta}), \quad \mathring{\hat{\theta}} = \Gamma\tau(x, \hat{\theta}) \tag{3.2}$$

使闭环系统的解 $(x(t), \hat{\theta}(t))$ 是全局有界的, 并且 $\forall\theta \in R^p$, 当 $t \to \infty$ 时, $x(t) \to 0$。则称系统(3.1) 是可全局适应稳定的。

对系统(2.1) 设计关于未知参数向量 θ 的自适应律和控制律, 使系统(2.1) 是全局适应稳定的。这一设计目标由以下 n 步来完成。每步设计中先由系统(2.1) 得到子系统 $\sum_i^{x_{i+1}}$(见约定), 对该子系统进行设计, 得到一个由 V 函数、镇定函数和调节函数组成的三元组 $\{V_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}), \alpha_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}), \tau_i(\bar{x}_i, \hat{\theta})\}$; 根据上一步设计结果进入下一步设计, 逐步递推设计即可得到整个系统的 V 函数、镇定函数和调节函数组成的三元组 $\{V_n(x, \hat{\theta}), \alpha_n(x, \hat{\theta}), \tau_n(x, \hat{\theta})\}$。由此即可确定整个系统的自适应控制律。

第 1 步: 考虑系统

$$\textstyle\sum_1^{x_2}: \mathring{x}_1 = f_1(\bar{x}_1) + G_1(\bar{x}_1)x_2 + H_1(\bar{x}_1)\theta \tag{3.3}$$

对该子系统设计的目的是选取 V 函数 $V_1(x_1, \hat{\theta}, \theta)$、镇定函数 $\alpha_1(x_1, \hat{\theta})$ 和调节函数 $\tau_1(x_1, \hat{\theta})$, 由此确定自适应律

$$\mathring{\hat{\theta}} = \tau(x_1, \hat{\theta}), \quad x_2 = \alpha_1(x_1, \hat{\theta}) \tag{3.4}$$

使 $\mathring{V}_1\left(\sum_1^{x_2=\alpha_1}\right)$ 满足某种变化约束。取

$$V_1(x_1, \hat{\theta}, \theta) = \frac{1}{2}x_1^Tx_1 + \frac{1}{2}(\theta - \hat{\theta})^T\Gamma(\theta - \hat{\theta}) \tag{3.5}$$

其中, $\hat{\theta}$ 表示未知参数 θ 的辨识值, Γ 是适当选定的正定矩阵。计算

$$\mathring{V}_1\left(\sum_1^{x_2}\right) = x_1^T[f_1(\bar{x}_1) + G_1(\bar{x}_1)x_2 + H_1(\bar{x}_1)\hat{\theta}] + (\theta - \hat{\theta})^T[\Gamma(-\mathring{\hat{\theta}}) + H_1^Tx_1]$$

令

$$\alpha_1 = G_1^T(G_1G_1^T)^{-1}[-f_1 - H_1\hat{\theta} - c_1x_1] \tag{3.6}$$

$$\tau_1(x_1) = \Gamma^{-1}H_1^Tx_1 \tag{3.7}$$

则有

$$\mathring{V}_1\left(\sum_1^{x_2=\alpha_1}\right) = -c_1x_1^Tx_1 \tag{3.8}$$

其中 $c_1 > 0$ 是适当选定的常数。同时有

$$\mathring{V}_1\left(\sum_1^{x_2}\right) = -c_1x_1^Tx_1 + (x_2 - \alpha_1)^TG_1^Tx_1 + (\theta - \hat{\theta})^T\Gamma[(-\mathring{\hat{\theta}}) + \tau_1] \tag{3.9}$$

注 3 系统(3.3) 是由系统(2.1) 构造的系统, 其状态为 x_1, 输入为 x_2。对于系统(2.1), x_2 不是输入, 而是状态, 因此 x_2 称为虚拟输入。自适应律(3.4), (3.6), (3.7) 可全局适应稳定系统(3.3), 是在第 1 步设计中得到的结果, 但对于整个系统(2.1)

的设计, 需要的是可全局适应稳定系统(3.3)的 $\{V_1(\bar{x}_1,\hat{\theta}),\alpha_1(\bar{x}_1,\hat{\theta}),\tau_1(\bar{x}_2,\hat{\theta})\}$, 利用这个三元组, 可进一步得到可全局适应稳定下一步对应系统的三元组$\{V_2(\bar{x}_2,\hat{\theta}),\alpha_2(\bar{x}_2,\hat{\theta}),\tau_2(\bar{x}_2,\hat{\theta})\}$。对以下各步的子系统 $\sum_i^{x_{i+1}}$, 有同样的说明。各步中的自适应律仅可适应稳定对应的子系统, 而与整个系统的自适应律不同。

假设第 i 步已设计出 $V_j(\bar{x}_j,\hat{\theta}),\alpha_j(\bar{x}_j,\hat{\theta}),\tau_j(\bar{x}_j,\hat{\theta}),j=1,2,\cdots,i$, 其中

$$V_i=\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{2}(x_j-\alpha_{j-1})^\tau(x_j-\alpha_{j-1})+\frac{1}{2}(\theta-\hat{\theta})^\tau\Gamma(\theta-\hat{\theta}) \tag{3.10}$$

满足

$$\begin{aligned}\dot{V}_i\Big(\sum\nolimits_i^{x_{i+1}}\Big)=&-\sum_{j=1}^{i}c_j(x_j-\alpha_{j-1})^\tau(x_j-\alpha_{j-1})+\\&(x_{i+1}-\alpha_i)^\tau G_i^\tau(x_i-\alpha_{i-1})+\\&\sum_{j=2}^{i}(x_j-\alpha_{j-1})^\tau\frac{\partial\alpha_{j-1}}{\partial\hat{\theta}^\tau}(\tau_i-\dot{\hat{\theta}})+\\&(\theta-\hat{\theta})^\tau\Gamma(\tau_i-\dot{\hat{\theta}})\end{aligned} \tag{3.11}$$

由此确定自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}=\tau_i(\bar{x}_i,\hat{\theta}),\quad x_{i+1}=\alpha_i(\bar{x}_i,\hat{\theta}) \tag{3.12}$$

将自适应律(3.12)作用于系统 $\sum_i^{x_{i+1}}$, 得

$$\dot{V}_i\Big(\sum\nolimits_i^{x_{i+1}=\alpha_i}\Big)=-\sum_{j=1}^{i}c_j(x_j-\alpha_{j-1})^\tau(x_j-\alpha_{j-1}) \tag{3.13}$$

第 $i+1$ 步: 考虑第 $i+1$ 个子系统

$$\sum\nolimits_{i+1}^{x_{i+2}}:\dot{x}_j=f_j(\bar{x}_j)+G_j(\bar{x}_j)x_{j+1}+H_j(\bar{x}_j)\theta,\quad j=1,2,\cdots,i+1 \tag{3.14}$$

设计目的是选取 V 函数 $V_{i+1}(\bar{x}_{i+1},\hat{\theta},\theta)$、镇定函数 $\alpha_{i+1}(\bar{x}_{i+1},\hat{\theta})$ 和调节函数 $\tau_{i+1}(\bar{x}_{i+1},\tau_{i+1}(\bar{x}_{i+1},\hat{\theta})$, 由此确定自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}=\tau_{i+1}(\bar{x}_{i+1},\hat{\theta}),\quad \bar{x}_{i+2}=\alpha_{i+1}(\bar{x}_{i+1},\hat{\theta}) \tag{3.15}$$

使得

$$\dot{V}_{i+1}\Big(\sum\nolimits_{i+1}^{x_{i+2}=\alpha_{i+1}}\Big)=-\sum_{j=1}^{i+1}c_j(x_j-\alpha_{j-1})^\tau(x_j-\alpha_{j-1}) \tag{3.16}$$

取

$$V_{i+1}=V_i+\frac{1}{2}(x_{i+1}-\alpha_i)^\tau(x_{i+1}-\alpha_i) \tag{3.17}$$

计算得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_{i+1}\Big(\sum\nolimits_{i+1}^{x_{i+2}}\Big)=\\&\dot{V}_i\Big(\sum\nolimits_i^{x_{i+1}}\Big)+(x_{i+1}-\alpha_i)^\tau\Big[f_{i+1}+G_{i+1}x_{i+2}+\\&H_{i+1}\hat{\theta}-\sum_{j=1}^{i}\frac{\partial\alpha_i}{\partial x_j^\tau}(f_j+G_jx_{j+1}+H_j\hat{\theta})-\frac{\partial\alpha_i}{\partial\hat{\theta}^\tau}\dot{\hat{\theta}}\Big]+\\&(\theta-\hat{\theta})^\tau\Big(H_{i+1}^\tau-\sum_{j=1}^{i}H_j^\tau\frac{\partial\alpha_i^\tau}{\partial x_j}\Big)(x_{i+1}-\alpha_i)\end{aligned} \tag{3.18}$$

考虑到(3.11)得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_{i+1}\Big(\sum\nolimits_{i+1}^{x_{i+2}}\Big)=\\&(x_{i+1}-\alpha_i)^\tau\Big[f_{i+1}+G_{i+1}x_{i+2}+H_{i+1}\hat{\theta}+\\&G_i^\tau(x_i-\alpha_{i-1})-\sum_{j=1}^{i}\frac{\partial\alpha_i}{\partial x_j^\tau}(f_j+G_jx_{j+1}+H_j\hat{\theta})-\\&\frac{\partial\alpha_i}{\partial\hat{\theta}^\tau}\dot{\hat{\theta}}\Big]-\sum_{j=1}^{i}c_j(x_j-\alpha_{j-1})^\tau(x_j-\alpha_{j-1})+\\&\sum_{j=2}^{i}(x_j-\alpha_{j-1})^\tau\frac{\partial\alpha_{j-1}}{\partial\hat{\theta}^\tau}(\tau_i-\dot{\hat{\theta}})+\\&(\theta-\hat{\theta})^\tau\Gamma\Big[\tau_i+\Gamma^{-1}\Big(H_{i+1}^\tau-\sum_{j=1}^{i}H_j^\tau\frac{\partial\alpha_i^\tau}{\partial x_j}\Big)\times\\&(x_{i+1}-\alpha_i)-\dot{\hat{\theta}}\Big]\end{aligned} \tag{3.19}$$

令

$$\begin{aligned}\tau_{i+1}=\tau_i+\Gamma^{-1}\Big(H_{i+1}^\tau-\sum_{j=1}^{i}H_j^\tau\frac{\partial\alpha_i^\tau}{\partial x_j}\Big)\times\\(x_{i+1}-\alpha_i)\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}&\alpha_{i+1}=\\&G_{i+1}^\tau(G_{i+1}G_{i+1}^\tau)^{-1}\Big[-c_{i+1}(x_{i+1}-\alpha_i)-\\&G_i^\tau(x_i-\alpha_{i-1})-f_{i+1}-H_{i+1}\hat{\theta}+\sum_{j=1}^{i}\frac{\partial\alpha_i}{\partial x_j^\tau}\\&(f_j+G_jx_j+H_j\hat{\theta})+\frac{\partial\alpha_i}{\partial\hat{\theta}^\tau}\tau_{i+1}+\Big(H_{i+1}-\\&\sum_{j=1}^{i}\frac{\partial\alpha_i}{\partial x_j^\tau}H_j\Big)\Gamma^{-1}\Big(\sum_{j=2}^{i}\frac{\partial\alpha_{j-1}^\tau}{\partial\hat{\theta}}(x_j-\alpha_{j-1})\Big)\Big]\end{aligned} \tag{3.21}$$

由式(3.19)～(3.21)得

$$\begin{aligned}\dot{V}_{i+1}\Big(\sum\nolimits_{i+1}^{x_{i+2}}\Big)=&-\sum_{j=1}^{i+1}c_j(x_j-\alpha_{j-1})^\tau(x_j-\alpha_{j-1})+\\&(x_{i+2}-\alpha_{i+1})G_{i+1}^\tau(x_{i+1}-\alpha_i)+\\&\sum_{j=2}^{i+1}(x_j-\alpha_{j-1})^\tau\frac{\partial\alpha_{j-1}}{\partial\hat{\theta}^\tau}(\tau_{i+1}-\dot{\hat{\theta}})+\\&(\theta-\hat{\theta})^\tau\Gamma[\tau_{i+1}-\dot{\hat{\theta}}]\end{aligned} \tag{3.22}$$

特别地, 将自适应律(3.21)作用于系统 $\sum_{i+1}^{x_{i+2}}$, 得

$$\dot{V}_{i+1}\Big(\sum\nolimits_{i+1}^{x_{i+2}=\alpha_{i+1}}\Big)=-\sum_{j=1}^{i+1}c_j(x_j-\alpha_{j-1})^\tau(x_j-\alpha_{j-1}) \tag{3.23}$$

依次递推设计, 即可得递推形式的自适应控制律(3.5) ～(3.7), (3.17), (3.20), (3.21)。其中, $i = 1, 2, \cdots, n - 1$, 且

$$\dot{\hat{\theta}} = \tau_n(x, \hat{\theta}), \quad u = \alpha_n(x, \hat{\theta}) \tag{3.24}$$

4 系统分析

定理 1 在假设 1 和假设 2 下, 递推形式的自适应控制律(3.5) ～(3.7), (3.17), (3.20), (3.21), 其中 $i = 1, 2, \cdots, n - 1$, 以及(3.24) 可全局适应稳定系统(2.1), 即相应的闭环系统的所有信号是全局有界的, 且 $\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$。

证明 取

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}(x_n - \alpha_{n-1})^\tau (x_n - \alpha_{n-1}) \tag{4.1}$$

由归纳法可推出

$$\dot{V}_n\left(\sum_n^{u=\alpha_n} \right) = - \sum_{j=1}^{n} c_j (x_j - \alpha_{j-1})^\tau (x_j - \alpha_{j-1}) \tag{4.2}$$

考虑设计过程递推易知: $\alpha_{i+1}(0) = 0, i = 1, 2, \cdots, n - 1$。利用(4.1) 由 Lasalle-Yoshizawa 稳定性定理[1]知, 闭环系统的所有信号是全局有界的, 且

$$\lim_{t\to\infty} \sum_{j=1}^{n} c_j (x_j - \alpha_{j-1})^\tau (x_j - \alpha_{j-1}) = 0 \tag{4.3}$$

考虑到式(4.3) 及 $\alpha_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ 的光滑性, 即得 $\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$。(证毕)

5 结 语

本文考虑了一大类带有参数不确定性的多输入非线性串级系统的控制问题, 基于 backstepping 递推设计方法, 进行了非过参数化自适应控制设计。对于带未建模动态的该类系统的自适应控制设计将另文讨论。基于 backstepping 递推设计方法对严格反馈非线性系统进行自适应控制设计, 存在两个问题: 一是根据设计只能得到辨识误差是有界的, 而得不到辨识误差收敛于零; 另一个问题是控制信号过大。二者都将是进一步研究的问题。

参 考 文 献

1 Miroslav Krstic, Ioannis Kanellakopoulos, Petar Kokotovic. Nonlinear and adaptive control design. New York: John Wiley & Sons, 1995. 19～21

2 S S Ge. Advanced control techniques of robotic manipulators. In: Proc of 1998 ACC. Philadelphia, 1998. 2185～2199

3 Miroslav Krstic, Ioannis Kanellakopoulos, Petar Kokotovic. Adaptive nonlinear control without overparametrization. System & Control Letters, 1992, 19(2): 177～185

4 陈卫田, 刘晓华, 初学导. 一类不确定非线性系统的鲁棒控制. 控制与决策, 1997, 12(S): 524～527

5 陈卫田, 周绍生, 颜世田, 等. 一类不确定非线性系统的输出反馈控制. 控制理论与应用, 1998, 15(5): 668～674

6 Petar Kokotovic. Foundations of adaptive control. Berlin: Springer-Verlag, 1991. 311～346

7 Marino R, Tomei P. Robust stabilization of feedback linearizable time-varying uncertain nonlinear systems. Automatica, 1993, 29(2): 181～189

作 者 简 介

周绍生 男, 1965 年生。东南大学自动化研究所博士生。研究领域为非线性系统, 鲁棒控制, 适应控制。

费树岷 男, 1961 年生。东南大学自动化研究所教授。研究领域为非线性系统, 鲁棒控制。

冯纯伯 男, 1928 年生。东南大学自动化研究所教授, 博士生导师, 中国科学院院士。研究领域为自动控制理论与应用。