

具有不匹配互联项相似组合大系统的分散控制 及输出跟踪的 LMI 方法*

王 征 李忠海 张嗣瀛

(东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110006)

摘 要 研究一类相似组合大系统,其互联项不满足匹配条件。提出一种新的分散控制器设计方法,并结合线性矩阵不等式方法给出了系统渐近稳定的充分条件,其结果由 N 个线性矩阵不等式给出。用此方法研究了输出跟踪问题,并用仿真例子说明了该方法的有效性。

关键词 相似组合大系统,分散控制,不匹配,线性矩阵不等式,跟踪,渐近稳定

分类号 TP 273

LMI Approach of Decentralized Control and Output Tracking Control for Similar Composite Systems with Mismatched Interconnections

Wang Zheng, Li Zhonghai, Zhang Siying

(Northeastern University)

Abstract A kind of similar composite systems with mismatched interconnections is studied. A new method for the design of linear decentralized controllers is proposed, and the LMI method is used to present a sufficient condition to stabilize the given system via linear static state feedback control. The problem of output tracking is also studied through the same method. The simulation example shows the effectivity of the method.

Key words similar composite system, decentralized control, mismatch, LMI, tracking, stability

1 引 言

组合大系统的控制策略主要分为集中控制和分散控制。虽然集中控制的控制效果较好,且保守性较小,但组合大系统是由几十甚至上百个子系统互联而成,系统维数高,结构复杂。这些特点造成各个子系统间的信息传递受到一定的限制,对系统集中计算能力的要求过高,从而无法或难以实施集中控制。因此必须考虑分散控制策略。

最近几年,国外有些学者采用线性矩阵不等式的方法^[1]来研究这些问题^[2,3]。线性矩阵不等式很好地弥补了 Riccati 方程方法的上述不足,即在解线性

矩阵不等式时,不需预先调整任何参数和正定对称矩阵。然而国内却极少看到相关报导。

本文从大系统的结构入手,研究相似组合大系统的分散控制问题。文中提出一种新的分散控制器的设计方法,并结合线性矩阵不等式方法,给出了相似组合大系统可分散状态镇定的充分条件,其结果由 N 个线性不等式给出。用此方法研究了输出跟踪问题,并用仿真例子说明了本文方法的有效性。

2 系统描述与准备知识

考虑相似组合大系统

* 国家自然科学基金项目(69774005)和教育部博士点基金项目(97014508)

1998-12-10 收稿,1999-06-09 修回

数 ϵ , LMI(5) 存在正定对称解, 则系统 (1) 可分散状态反馈镇定, 且分散镇定控制器为

$$u_i(t) = Y_i X_i^{-1} x_i(t)$$

4 输出跟踪

类似于文献 [5], 考虑输出跟踪问题。假设相似组合大系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_0 x_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{ij} x_j + B_0 u_i + d_i \\ y_i(t) = C_0 x_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (6)$$

其中, $x_i \in R^n, u_i \in R^m$ 和 $y_i \in R^l$ 分别为状态变量、输入变量和输出变量; A_0, B_0, C_0 分别为第 i 个子系统的系统矩阵、输入矩阵和输出矩阵。

假设 1 $\text{Rank} \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & 0 \end{bmatrix} = n + l$

为了得到分散跟踪控制器, 将系统 (6) 扩展为

$$\dot{z}_i(t) = A_{z_0} z_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{z_{ij}} z_j + B_{z_0} u_i + d_{z_i} \quad (7)$$

其中

$$z_i = \begin{bmatrix} x_i(t) \\ q_i(t) \end{bmatrix}, \quad A_{z_0} = \begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ C_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{z_0} = \begin{bmatrix} B_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d_{z_i} = \begin{bmatrix} d_i \\ -y_{r_i} \end{bmatrix}, \quad H_{z_{ij}} = \begin{bmatrix} H_{ij} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$q_i(t) \in R^l$ 是辅助向量, $y_{r_i} \in R^l$ 是常值参考输入向量。

定理 2 给定相似组合大系统 (6), 如果对某正数 ϵ , 下述 LMI 不等式

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_{z_i} & X_{z_i} \\ X_{z_i}^T & -\frac{N-1}{\epsilon} I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

其中

$$\hat{A}_{z_i} = A_{z_0} X_{z_i} + X_{z_i} A_{z_0}^T + B_{z_0} Y_{z_i} + \sum_{j=1, j \neq i}^N Y_{z_i}^T B_{z_0}^T + \epsilon \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{z_{ij}} H_{z_{ij}}^T$$

存在正定对称解, 则系统 (6) 可分散渐近跟踪参考输入, 且分散输出跟踪控制器为

$$u_i(t) = K_{z_i} = Y_{z_i} X_{z_i}^{-1} z_i(t) \quad (9)$$

证明 类似于文献 [6], 证明分为两部分:

(1) 内部稳定性: 相应于系统 (7), 考虑如下系

$$\dot{z}(t) = A_{z_0} z(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{z_{ij}} z_j + B_{z_0} u_i \quad (10)$$

注意此系统与系统 (1) 具有相同的形式。在分散控制器 (9) 的控制下, 系统 (10) 变为

$$\dot{z}(t) = (A_z + H_z + B_z K_z) z(t) + A_c z(t) \quad (11)$$

其中 A_z, B_z 和 K_z 分别为 A_{z_i}, B_{z_i} 和 K_{z_i} 的块对角阵, 且

$$H_z = \begin{bmatrix} 0 & H_{z_{12}} & \dots & H_{z_{1N}} \\ H_{z_{21}} & 0 & \dots & H_{z_{2N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{z_{N1}} & H_{z_{N2}} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

由定理 1, 直接可得系统 (10) 是渐近稳定的。

(2) 渐近跟踪: 在控制器 (9) 的控制下, 系统 (7) 变为

$$\dot{z}(t) = A_c z(t) + d \quad (12)$$

其中, A_c 由式 (11) 所定义, $d = [d_{z1}^T \quad d_{z2}^T \quad \dots \quad d_{zN}^T]^T$ 是一常向量。显然有

$$\dot{z}(t) = A_c z(t) \quad (13)$$

与式 (11) 比较, 由证明 (1) 可得 $z(t)$ 是渐近稳定的, 即 $z(t)$ 将渐近趋近于零。

注意在式 (13) 和 (7) 中

$$z = [z_1^T \quad z_2^T \quad \dots \quad z_N^T]^T, \quad z_i = [x_i^T \quad q_i^T]^T$$

$$q_i = C_0 x_i - y_{r_i} = y_i - y_{r_i}$$

因此可得出采用分散控制器 (9) 能确保系统 (7) 渐近跟踪参考输入。(证毕)

5 数例仿真

例 1 考虑下述状态方程描述的相似组合系统

$$\dot{x}_i = A_0 x_i + \sum_{j=1}^N H_{ij} x_j + B_0 u_i, \quad i = 1, 2$$

其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H_{21} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

在 LMITOOL 环境下, 可一次性解得

$$\epsilon_1 = 0.1905, \quad X_1 = \begin{bmatrix} 0.2919 & -0.0817 \\ -0.0817 & 0.2502 \end{bmatrix}$$

$$Y_1 = [-0.7877 \quad -0.5782]$$

$$\epsilon_2 = 0.8698, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0.4204 & -0.0580 \\ -0.0580 & 0.3044 \end{bmatrix}$$

$$Y_2 = [-1.5802 \quad -1.1888]$$

分散控制器为

$$u_1 = -3.6818x_{11} - 3.5126x_{12}$$

$$u_2 = -4.4132x_{21} - 4.7454x_{22}$$

仿真结果如图 1 所示。

例 2 研究例 1 系统的输出跟踪问题

$$\dot{x}_i(t) = A_{0i}x_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{ij}x_j + B_{0i}u_i + d_i$$

$$y_i(t) = C_{0i}x_i(t), \quad i = 1, 2$$

其中

$$d_i = [1 \quad 1]^T, \quad C_{0i} = [0 \quad 1]$$

参考输出 $y_{r_i} = 2$, 设 $\tilde{q}_i = C_{0i}x_i - y_{r_i} = y_i - y_{r_i}$, 写成系统 (7) 的形式, 有

$$A_{z_0} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{z_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad d_{z_i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

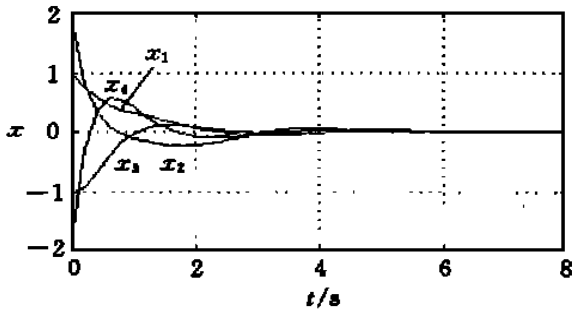


图 1 例 1 的仿真结果

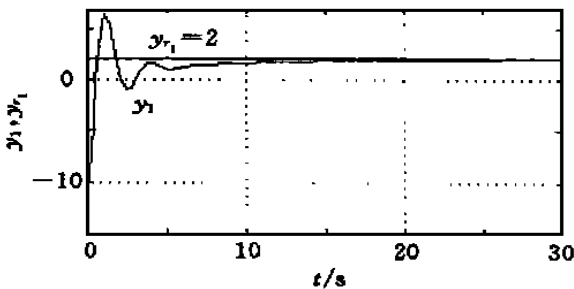


图 2 子系统 1 的输出跟踪情况

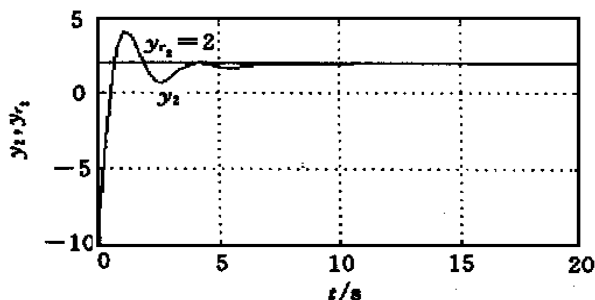


图 3 子系统 2 的输出跟踪情况

$$H_{z_{12}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H_{z_{21}} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

在 LMITOOL 环境下, 可一次性解得分散控制器为

$$u_1 = -3.3481x_{11} - 3.9134x_{12} - 3.0189q_1$$

$$u_2 = -3.8284x_{21} - 4.9028x_{22} - 3.6831q_2$$

子系统的跟踪情况如图 2 和图 3 所示。

6 结 语

对于具有不匹配互联项相似组合大系统的分散及输出跟踪问题, 本文给出一种新的状态反馈控制器设计方法。该方法无须经过任何参数调整的过程, 解 N 个特定的线性矩阵不等式, 便可得到分散镇定已知系统的控制器及输出跟踪控制器。LMI 方法较 Riccati 方程方法有很大的优越性。

参 考 文 献

- Boyd S L, El Ghaoui, E Feron *et al.* Linear matrix inequalities in system and control theory. Philadelphia: SIAM, 1994
- Iwasaki T, Skelton R E. All controllers for the H control problem: LMI existence conditions and state space formulas. Automatica, 1994, 30(12): 1907 ~ 1917
- Zhou K, Khargonekar P P, Stoustrup J *et al.* Robust performance of systems with structured uncertainties in state space. Automatica, 1995, 31(2): 249 ~ 255
- Ni M L, Chen Y. Decentralized stabilization and output tracking of large-scale uncertain systems. Automatica, 1996, 32(7): 1077 ~ 1080
- Mao C J, Yang J B. Decentralized output tracking for linear uncertain interconnected systems. Automatica, 1995, 31(1): 151 ~ 154
- Schmitendorf W E, Barmish B R. Robust asymptotic tracking for systems with unknown parameters. Automatica, 1986, 22, 355 ~ 360

作 者 简 介

王 征 男, 1971 年生。东北大学信息科学与工程学院博士研究生。主要研究方向为大系统的对称及相似结构性质, 鲁棒控制等。

李忠海 男, 1962 年生。沈阳师范学院副教授, 东北大学信息科学与工程学院博士生。主要研究方向为大系统的对称及相似结构性质, 鲁棒控制等。

张嗣瀛 男, 1925 年生。中国科学院院士, 东北大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师。研究方向为复杂大系统的结构分析。