

基于线性参数神经网络的非线性 系统稳定自适应控制*

施 阳 慕春棣

(清华大学自动化系 北京 100084)

摘 要 提出适用于多种网络类型的神经网络稳定自适应控制设计思想,在神经网络逼近误差界未知的条件下,对该误差界进行在线自适应估计,研究基于线性参数神经网络的仿射非线性系统稳定自适应控制。采用 Lyapunov 函数方法证明系统状态变量、网络权值矢量、网络逼近误差界的在线估计及输出跟踪误差的收敛性。仿真结果表明,该方案跟踪性能良好,稳态误差较小,系统输出能快速跟踪目标信号。

关键词 不确定仿射非线性系统,线性参数神经网络,稳定自适应控制

分类号 TP 273

Stable Adaptive Control for Nonlinear Systems Based on Linear-parameter-neural-networks

Shi Yang, Mu Chundi

(Tsinghua University)

Abstract A novel idea to design SNNBAC (stable neural-network-based adaptive control) suitable for several types of neural networks is presented. Under the condition that the network approximation error is unknown, stable adaptive control for uncertain affine nonlinear systems based on linear-parameter-neural-networks is studied. The states of the system, network weights, network approximation errors estimations and tracking error are proved to be convergence using Lyapunov methods. The simulation results show that the static tracking errors are small and the output can rapidly track the reference signal.

Key words uncertain affine nonlinear system, linear-parameter-neural-network, stable adaptive control

1 引 言

用于神经网络稳定自适应控制(SNNBAC)研究的神经网络^[1~3]类型很多,但对具体的非线性系统,究竟采用哪种类型的神经网络,目前还没有明确的结论。作者认为:对于不同的非线性系统,不同的神经网络类型各有利弊,对同一问题,如果有几种神经网络可以采用,选择出较好类型的神经网络具有很高的实用价值。然而,现有大多数 SNNBAC 方案仅针对某种特定的网络^[1~3],因此,研究适用于多种神经网络类型的 SNNBAC 是一项很有意义的工作。

作。

本文针对上述存在的问题,在神经网络逼近误差界未知的条件下,提出对神经网络逼近误差界进行在线自适应估计,研究基于线性参数神经网络(LPNN)的仿射非线性系统稳定自适应控制。

2 预备知识及问题描述

考察仿射非线性系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x})u \\ y = h(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金重点项目(69934010)和船舶工业国防科技应用、基础研究基金项目(97J44.3.10②)

其中, $a(x), b(x): R^n \rightarrow R^n$ 均为状态变量的 C^∞ 函数矢量, $x(t): R^+ \rightarrow R^n$ 为状态矢量, u 和 y 分别为系统的输入和输出。

引理 1^[4] 定义 $L_b h(x)$ 为沿矢量 b 对 h 的 Lie 导数, 且定义 $L_a^v h(x) = L_a(L_a^{v-1} h(x))$ 。那么对于相对阶为 v , 即 $L_b h(x) = \dots = L_b L_a^{v-2} h(x) = 0$ 且 $L_b L_a^{v-1} h(x) \neq 0$ 的系统(1), 必存在微分同胚映射 $z = D(x)$, 使得系统(1)可化成如下标准形式

$$\begin{cases} \dot{z}_{11} = z_{12} \\ \vdots \\ \dot{z}_{1, v-1} = z_{1v} \\ \dot{z}_{1v} = f_1(z) + g_1(z)u = f(x) + g(x)u \\ \dot{z}_2 = I(z_1, z_2) \\ y = z_{11} \end{cases} \quad (2)$$

其中, $z = [z_1^T \ z_2^T]^T$, $z_1(t): R^+ \rightarrow R^v$ 表征 z 的可观测部分, $z_2(t): R^+ \rightarrow R^{n-v}$ 表征 z 的不可观测部分; $f(x) = L_a^v h(x): R^n \rightarrow R$, $g(x) = L_b L_a^{v-1} h(x): R^n \rightarrow R$; 矢量微分方程 $\dot{z}_2 = I(z_1, z_2)$ 表征系统的内动态。

引理 2^[5] 对于式(2)所示系统, 若 $\dot{z}_2 = I(0, z_2)$ 是全局渐近稳定的, $I(z_1, z_2)$ 关于 z_1 和 z_2 有连续有界偏导数且 z_1 有界, 则 z_2 和 x 必有界。

对系统(2)做如下假设: A1: 不失一般性, 设 $0 < g_l(x) \leq g(x) \leq g_h(x)$ 且 $g_l(x)$ 已知; A2: $|f(x)| \leq f_h(x)$; A3: 零动态 $\dot{z}_2 = I(0, z_2)$ 全局渐近稳定; A4: 函数 $I(z_1, z_2)$ 关于 z_1 和 z_2 有连续有界的偏导数; A5: 系统状态及输出均可测。

非线性系统的相对阶对控制器的设计至关重要。对于系统(2):

1) 若 $v = n$, 则系统不存在内动态, 根据假设 A4, 系统输出及其各阶导数均可测, 可将其视为系统的状态, 因此本文的设计在 $v = n$ 时有效;

2) 若 $v < n$, 根据假设 A3, A4 及引理 2, 为保证 z 和 x 有界, 只要使 z_1 有界即可。

由式(2)得系统的输入输出关系为

$$y^{(v)} = f(x) + g(x)u \quad (3)$$

控制目标是使系统输出 y 及其至 $v-1$ 阶导数 $y, \dots, y^{(v-1)}$ 跟踪有界参考信号 y_d 及其相应阶的导数。输出信号的跟踪误差为 $e = y - y_d$ 。令

$$y_r^{(v)} = y_d^{(v)} - \lambda v e^{(v-1)} - \dots - \lambda_1 e$$

其中 $\Gamma(s) = s^v + \lambda v s^{v-1} + \dots + \lambda_1$ 是以 Laplace 变量 s 表示的 Hurwitz 多项式。定义综合跟踪误差

$$e_s = \beta v e^{(v-1)} + \dots + \beta_1 e = \Delta(s)e$$

其中 $\Delta(s)$ 为 Hurwitz 多项式。并定义 $a_r(t) = e_s -$

$y^{(v)}$ 。

本文提出的控制算法适合于所有的 LPNN。LPNN 即神经网络的输出与权值成线性关系的一类网络, 包括 RBF 网络、CMAC 网络、B 样条网络、子波基展开网络及自适应模糊逻辑系统等。

LPNN 的输出可表示为

$$\begin{cases} \hat{f}(x, \hat{q}_f) = \hat{q}_f^T h_f(x) \\ \hat{g}(x, \hat{q}_g) = \hat{q}_g^T h_g(x) \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\hat{f}(x, \hat{q}_f)$ 和 $\hat{g}(x, \hat{q}_g)$ 为 LPNN 的输出, $\hat{q}_f \in R^p$ 和 $\hat{q}_g \in R^p$ 为 LPNN 权值矢量的估计值, $h_f(x): R^n \rightarrow R^p$ 和 $h_g(x): R^n \rightarrow R^p$ 为 LPNN 的基函数矢量。

若令 LPNN 权值矢量的最优值为 $q_f^* \in R^p$ 和 $q_g^* \in R^p$, 则 LPNN 权值矢量的估计误差为

$$\tilde{q}_f = \hat{q}_f - q_f^*, \quad \tilde{q}_g = \hat{q}_g - q_g^* \quad (5)$$

采用式(4), (5)所示的 LPNN 分别逼近式(3)中非线性函数 $f(x)$ 和 $g(x)$, 则有

$$\begin{cases} f(x) = \hat{f}(x, \hat{q}_f) + \delta_f \\ g(x) = \hat{g}(x, \hat{q}_g) + \delta_g \end{cases} \quad (6)$$

其中 δ_f 和 δ_g 为 LPNN 对非线性函数的逼近误差。逼近误差的界未知, 可做如下假设

$$|\delta_f(x)| \leq \Psi_f^*, \quad |\delta_g(x)| \leq \Psi_g^* \quad (7)$$

其中 Ψ_f^* 和 Ψ_g^* 未知。

若设 Ψ_f 和 Ψ_g 为 LPNN 逼近误差界的估计值, 并设 Ψ_f^* 和 Ψ_g^* 为 LPNN 逼近误差界的最优值(即满足式(7)的最小值), 则 LPNN 逼近误差界的估计误差 Ψ_f 和 Ψ_g 分别为

$$\Psi_f = \hat{\Psi}_f - \Psi_f^*, \quad \Psi_g = \hat{\Psi}_g - \Psi_g^* \quad (8)$$

3 基于 LPNN 的稳定自适应控制设计及分析

设计控制 u

$$u = \frac{-\hat{f} - a_r - k_d e_s}{g} + u_c \quad (9)$$

其中, $k_d > 0$ 为设计时取定的常数, 其取值直接影响系统的动态性能; u_c 是补偿控制, 用于补偿 LPNN 逼近误差对系统性能的影响, 其形式为

$$u_c = \frac{1}{g} \left[-\hat{\Psi}_f w_1 - \hat{\Psi}_g w_2 \frac{\hat{f} + a_r}{g} - e_s \right]$$

其中

$$w_1 = \tanh(e_s), \quad w_2 = \tanh \left(e_s \frac{\hat{f} + a_r}{g} \right)$$

定义 Lyapunov 函数如下

$$V = \frac{1}{2}e_s^2 + \frac{1}{2\eta_f}\tilde{q}_f^T\tilde{q}_f + \frac{1}{2\eta_g}\tilde{q}_g^T\tilde{q}_g + \frac{1}{2\lambda_{\Psi_f}}\Psi_f^2 + \frac{1}{2\lambda_{\Psi_g}}\Psi_g^2 \quad (10)$$

其中, $\eta_f, \eta_g > 0$ 为 LPNN 权值矢量的自适应增益; $\lambda_{\Psi_f}, \lambda_{\Psi_g} > 0$ 为 LPNN 逼近误差界的自适应增益。

对 V 微分, 由假设 A1 知 $-g/g_l = -1$, 且 $e_{sw1} = 0, e_s \frac{f+\alpha ar}{g} w_2 = 0, \hat{\Psi}_f > 0, \hat{\Psi}_g > 0$ 。整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_s \dot{e}_s + \eta_f^{-1} \tilde{q}_f^T \dot{\tilde{q}}_f + \eta_g^{-1} \tilde{q}_g^T \dot{\tilde{q}}_g + \lambda_{\Psi_f}^{-1} \Psi_f \dot{\Psi}_f + \lambda_{\Psi_g}^{-1} \Psi_g \dot{\Psi}_g \\ & - e_s^2 + \eta_f^{-1} \tilde{q}_f^T [\tilde{q}_f - \eta_f h f e_s] + \eta_g^{-1} \tilde{q}_g^T [\tilde{q}_g + \eta_g h_g \frac{f+\alpha ar}{g} e_s] + \\ & | \Psi_f^* | | e_s | + | \Psi_g^* | | e_s | \left| \frac{f+\alpha ar}{g} \right| + \\ & e_s [- (\Psi_f + \Psi_f^*) w_1 - (\Psi_g + \Psi_g^*) w_2 \frac{f+\alpha ar}{g}] + \\ & \lambda_{\Psi_f}^{-1} \Psi_f \dot{\Psi}_f + \lambda_{\Psi_g}^{-1} \Psi_g \dot{\Psi}_g - k_d \frac{g}{g} e_s^2 \quad (11) \end{aligned}$$

根据式(11), 设计 LPNN 权值矢量自适应调整律

$$\dot{\tilde{q}}_f = \eta_f [h_f e_s - \sigma_1 (\tilde{q}_f - q_f^0)] \quad (12)$$

$$\dot{\tilde{q}}_g = - \eta_g \left[h_g \frac{f+\alpha ar}{g} e_s + \alpha (\tilde{q}_g - q_g^0) \right] \quad (13)$$

为防止 LPNN 权值矢量漂移(越界), 在式(12), (13)的权值矢量自适应调整律中加入了“ σ -调整”项。其中, $\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0$ 为设计时给定的常数; q_f^0, q_g^0 为设计时给定的常值矢量。将式(12), (13)代入(11), 得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_s^2 - k_d \frac{g}{g} e_s^2 - \sigma_1 \tilde{q}_f^T (\tilde{q}_f - q_f^0) - \sigma_2 \tilde{q}_g^T (\tilde{q}_g - q_g^0) + \Psi_f^* [| e_s | - e_{sw1}] + \\ & \Psi_g^* \left[\left| \frac{f+\alpha ar}{g} \right| | e_s | - \frac{f+\alpha ar}{g} e_{sw2} \right] + \lambda_{\Psi_f}^{-1} \Psi_f [\dot{\Psi}_f - \lambda_{\Psi_f} e_{sw1}] + \\ & \lambda_{\Psi_g}^{-1} \Psi_g \left[\dot{\Psi}_g - \lambda_{\Psi_g} e_{sw2} \frac{f+\alpha ar}{g} \right] \quad (14) \end{aligned}$$

根据式(14), 设计 LPNN 逼近误差界的自适应调整律

$$\dot{\Psi}_f = \lambda_{\Psi_f} [e_{sw1} - \sigma_3 (\Psi_f - \Psi_f^0)] \quad (15)$$

$$\dot{\Psi}_g = \lambda_{\Psi_g} \left[e_{sw2} \frac{f+\alpha ar}{g} - \sigma_4 (\Psi_g - \Psi_g^0) \right] \quad (16)$$

其中, $\lambda_{\Psi_f}, \lambda_{\Psi_g}$ 为自适应增益; $\sigma_3 > 0, \sigma_4 > 0$; Ψ_f^0, Ψ_g^0 为设计时给定的常数。

将式(16), (15)代入(14), 并据^[3]

$$\Psi_f^* [| e_s | - e_{sw1}] = C \Psi_f^*$$

$$\Psi_g^* \left[\left| \frac{f+\alpha ar}{g} \right| | e_s | - \frac{f+\alpha ar}{g} e_{sw2} \right] = C \Psi_g^*$$

其中 $C = 0.2785$ 。整理得(定义 \hat{g} 的上界为 g_h)

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \left[1 + k_d \frac{g_l}{g_h} \right] e_s^2 - \frac{\sigma_1}{2} | \tilde{q}_f |^2 - \frac{\sigma_2}{2} | \tilde{q}_g |^2 - \frac{\sigma_3}{2} | \Psi_f |^2 - \frac{\sigma_4}{2} | \Psi_g |^2 + \\ & \frac{1}{2} | q_f^* - q_f^0 | + \frac{1}{2} | q_g^* - q_g^0 | + \frac{1}{2} | \Psi_f^* - \Psi_f^0 | + \frac{1}{2} | \Psi_g^* - \Psi_g^0 | + \\ & C \Psi_f^* + C \Psi_g^* \quad (17) \end{aligned}$$

若令

$$\begin{aligned} \xi = & \frac{1}{2} | q_f^* - q_f^0 | + \frac{1}{2} | q_g^* - q_g^0 | + \frac{1}{2} | \Psi_f^* - \Psi_f^0 | + \frac{1}{2} | \Psi_g^* - \Psi_g^0 | + \\ & C \Psi_f^* + C \Psi_g^* > 0 \\ \lambda = & \min \left\{ 2 \left[1 + k_d \frac{g_l}{g_h} \right], \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4 \right\} > 0 \end{aligned}$$

且 $\rho = \xi / \lambda > 0$, 则

$$\dot{V} = \lambda V + \xi \quad (18)$$

由式(18)得

$$0 < V(t) < \rho + (V(0) - \rho) e^{-\lambda t} \quad (19)$$

分析式(10), (18), (19)可知: $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) dt$ 存在且有限; \dot{V} 有界, 进而可知 V 一致连续。又据 Barbalat 引理, 知 $\lim_{t \rightarrow \infty} V = 0$, 因此可有如下结论:

1) 当 $t \rightarrow \infty$ 时, LPNN 权值矢量的估计误差 \tilde{q}_f 和 \tilde{q}_g , LPNN 逼近误差界的估计误差 Ψ_f 和 Ψ_g , 以及综合误差 e_s 均趋向于 0; 进而, LPNN 权值矢量的在线估计 \hat{q}_f 和 \hat{q}_g , 以及 LPNN 逼近误差界的在线估计 $\hat{\Psi}_f$ 和 $\hat{\Psi}_g$ 均收敛于其最优值, 即 $q_f^* = q_f^0, q_g^* = q_g^0, \Psi_f^* = \Psi_f^0, \Psi_g^* = \Psi_g^0$ 。

2) 存在时刻 T , 当 $t > T$ 时, 系统的输出跟踪误差 $|y(t) - y_d(t)| < \mu$, 其中 $\mu > \sqrt{2\rho}$ 。进一步分析可知: 适当增大 k_d 及 $\alpha (i = 1, 2, 3, 4)$, 并将 $q_f^0, q_g^0, \Psi_f^0, \Psi_g^0$ 的取值尽量接近其最优值(根据经验及先验

信息), 可使跟踪误差减小。

3) 因 $e_s = \beta e^{(v-1)} + \dots + \beta e = \Delta(s)e$ 趋向于 0, 且 Δs 为 Hurwitz 多项式, 故输出跟踪误差 $e = y - y_d$ 及其至 $v - 1$ 阶导数 $\dot{e}, \dots, e^{(v-1)}$ 均趋向于 0。

4) 因参考信号 y_d 及其相应阶的导数均有界, 故系统输出 y 及其至 $v - 1$ 阶导数 $\dot{y}, \dots, y^{(v-1)}$ 均有界; 进而 $a_r(t) = \dot{e}_s - y^{(v)}$ 有界。

5) 根据假设 A3, A4, 由引理 2 知, 系统(2) 中的状态 z 和 x 均有界。

4 仿真研究

设未知非线性系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)u \\ y = x_1 \end{cases}$$

其中

$$f(x) = 16 \frac{\sin(4\pi x_1)}{4\pi x_1} \left[\frac{\sin(4\pi x_2)}{4\pi x_2} \right]^2$$

$$g(x) = 2 + \sin[3\pi(x_1 - 0.5)]$$

仿真中假设 $f(x), g(x)$ 未知, 系统相对阶 $v = n = 2$, 则系统不存在内动态。设系统初始状态 $x = [0.1, 0]$, 目标信号 $y_r = \sin(\pi t)$ 。由假设 A1, 取 $g^l(x) = \underline{1}$ 。

利用 RBF 网络 $f(x, \hat{q}_f)$ 来逼近 $f(x), g(x, \hat{q}_g)$ 来逼近 $g(x)$ 。仿真中, RBF 网络 $f(x, \hat{q}_f)$ 的参数选取如下: 隐层神经元个数 $l = 20$, 基函数宽度为 2.0, 中心的初始值随机取于 $[-0.1, +0.1]$, 初始权值取为零。RBF 网络 $g(x, \hat{q}_g)$ 的参数选取如下: 隐层神经元个数 $l = 8$, 基函数宽度为 2.0, 中心的初始值随机取于 $[-0.1, +0.1]$, 初始权值取为 0.01。

系统参数选取如下: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 0.01$, $\Psi_f^0 = \Psi_g^0 = 0, \gamma_{\Psi_f} = \gamma_{\Psi_g} = 0.25, e_s = \dot{e} + 100e, k_d = 10, w = \tanh(e_s), \dot{q}_f^0 = \dot{q}_g^0 = 0, \eta_f = 400, \eta_g = 4$ 。

图 1 和图 2 给出了系统对正弦信号的跟踪误差曲线。分析仿真结果可得如下结论: 1) 该方案不需要假设已知 LPNN 对不确定性非线性函数的逼近误差界, 而是对其进行在线自适应调整, 并将逼近误差界的在线估计值用于控制, 有利于改善系统的暂态性能; 2) 系统状态 $x(t)$ 对目标信号 $y_r(t)$ 的跟踪性能良好, 稳态误差较小; 3) 动态系统暂态性能良好, 系统状态能快速跟踪目标信号; 4) 该方案是一种在线的连续控制算法, 可用高速硬件来实现; 5) 本文方案适用于所有的 LPNN。

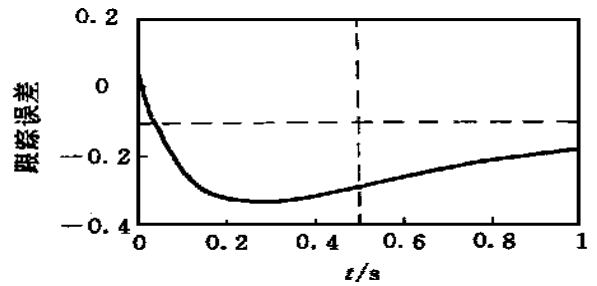


图 1 0 ~ 1s 跟踪误差

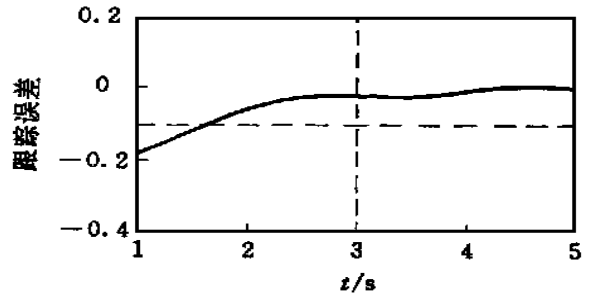


图 2 1 ~ 5s 跟踪误差

参考文献

- 1 Parisini T, Sanguineti M, Zoppoli R. Nonlinear stabilization by receding-horizon neural regulators. *Int J of Control*, 1998, 70: 341 ~ 362
- 2 Jagannathan S. Adaptive fuzzy logic control of feedback, linearizable discrete-time dynamical systems under persistence of excitation. *Automatica*, 1998, 34 (11): 1295 ~ 1310
- 3 施阳, 严卫生, 徐德民. 一类非匹配不确定性非线性系统的子波网络稳定自适应控制. *控制与决策*, 1999, 14(3): 212 ~ 216
- 4 Isidori A. *Nonlinear control systems*. 2nd Ed. Berlin: Springer-Verlag, 1989
- 5 Sastry S S, Isidori A. Adaptive control of linearizable systems. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34 (10): 1123 ~ 1131

作者简介

施阳男, 1972年生。1998年于西北工业大学获工学博士学位, 现为清华大学控制理论与控制工程博士后人员。研究方向为不确定非线性系统的鲁棒控制, 神经网络控制, 鱼雷控制等。

慕春棣女, 1946年生。1970年毕业于清华大学自动控制系, 现为清华大学自动化系教授, IEEE高级会员。主要从事鲁棒控制, 大系统优化, 智能调度等方向的科研与教学工作。