第 15 卷 第 5 期 控 制 与 决 策 2000 年 9 月
Vol. 15 No. 5 CONTROL AND DECISION Sept. 2000

采用混沌变异的进化算法*

骆晨钟　邵惠鹤
(上海交通大学自动化系　200030)

摘　要　根据混沌理论关于进化与混沌的关系，设计一种采用混沌变异算子的进化算法，并提出"尺度收缩"的变异策略。对极小值函数优化问题的仿真实例表明，混沌变异是实数编码进化算法变异算子的有效实现；而采用"尺度收缩"策略的混沌变异算子明显改善了群体平均适应值，提高了算法性能，是解决优化问题的有效方法。

关键词　混沌，变异，进化算法，函数优化
分类号　TP 301.6

Evolutionary Algorithms with Chaotic Mutations

Luo Chenzhong, Shao Huihe
(Shanghai Jiaotong University)

Abstract　Based on chaotic theory's understanding on relationship between chaos and evolution, chaotic mutation operator was proposed for implementing real-coded evolutionary algorithms. A new strategy called "shrinking" mutation strategy was also designed. Simulations with minimum function optimization problems show that, chaotic mutation is an effective implementation of the mutation operator. And the "shrinking" chaotic mutation can dramatically improve the average individual fitness and the performance of the evolutionary algorithm.

Key words　chaos, mutation, evolutionary algorithms, function optimization

1　引　　言

进化算法[1](EA)是基于生物进化和群体遗传原理实现的一大类计算方法，也称进化计算(EC)、模拟进化(SE)或进化优化(EO)。它主要包括遗传算法(GA)、进化策略(ES)和进化规划(EP)三大分支，近年来在科学研究和实际问题中得到普遍重视和广泛应用。

进化算法的出发点是模拟由个体组成的生物群体的进化现象，解决复杂的优化问题。其中每个个体代表给定搜索空间中的一个点，算法从任意初始群体开始，借助于选择、交叉和变异等算子，使整个群体进化到搜索空间中更好的区域。选择算子按一定概率保留适应值高的个体，淘汰劣质个体，体现了进化论中的"自然选择"原理；交叉算子对个体的信息进行交换，产生新的个体加以保留，体现了生物界的父代和子代间的性状遗传；变异算子则用于对个体进行一定范围的变动，为群体产生新的遗传信息，引入新的"变种"。

在传统的进化规划和进化策略实现中，编码方式采用实数编码，变异算子一般是用 Guassian 分布的随机变异来实现[2,3]。近来，文献[4]尝试用 Cauchy 分布的随机序列来实现变异，希望通过 Cauchy 分布宽大的两翼特性实现更大范围的变异，以利于找到全局最优解。[5]从理论上分析了采用 Cauchy 分布随机变异进化算法的局部收敛性。[6]进一步把二者结合起来，采用两种分布的线性叠加，但仿真结果显示，算法改进效果并不十分明显。本文基于混沌理论关于进化与混沌的关系，设计一种采用混沌序列构造变异算子的进化算法，以图突破用

* 1999-03-31 收稿，1999-05-27 修回

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

固定分布的随机数来实现变异的思路。

混沌是非线性动力学系统特有的一种运动形式,混沌表现出的随机性是系统内在的随机性。王梓坤[7]称之为确定性系统的伪随机性,它在生物进化中起着重要的作用。文献[8]将生物进化看成是随机性加上反馈,并指出其中的随机性主要是由系统的内在因素所引起,而不是由外部环境的随机扰动所造成,也就是由混沌动力学过程而产生的;[9]也提到混沌是系统进化和信息之源。混沌与进化优化算法的结合已有人进行过尝试,如吴新余等[10]采用多种混沌模型构造随机开关,以此控制交叉操作以改进遗传算法的性能。本文方法更加直接,采用混沌序列构造变异算子,为进化算法的实现开辟了新的途径。

2 混沌变异的进化算法

2.1 混沌变异算子

进化算法处理函数优化问题的提法通常是已知 n 元实值函数 $f: S \to R$, S 为 R^n 空间上的闭集, $S \subseteq R^n$, 目标最小化的函数优化问题是要找出一个点 $x_{\min} \in S$ 使 $f(x)$ 极小,即 $\forall x \in S, f(x_{\min}) \leq f(x)$。

设进化算法的群体规模为 q, x_i 为变异操作前的第 i 个个体,它对应一个由 n 个分量组成的向量, $x_i(j)$ 为其中第 j 个分量, $x'_i(j)$ 为变异后的第 i 个个体的第 j 个分量, $\sigma(j)$ 为第 j 个分量近似的变异尺度。采用 Guassian 分布的随机变异形式如下

$$x'_i(j) = x_i(j) + \sigma_i(j) N_j(0,1)$$
$$j = 1,2,\cdots,n, \quad i = 1,2,\cdots,q \tag{1}$$

其中 $N(0,1)$ 表示均值为 0, 方差为 1 的一维正态分布随机数。

采用 Cauchy 分布的随机变异形式如下

$$x'_i(j) = x_i(j) + \sigma_i(j) C_j(0,1)$$
$$j = 1,2,\cdots,n, \quad i = 1,2,\cdots,q \tag{2}$$

其中 $C(0,1)$ 表示以 0 为中心,尺度参数为 1 的 Cauchy 分布的随机数。

本文设计的混沌变异形式如下

$$x'_i(j) = x_i(j) + \sigma_i(j) K_j(0,1) \tag{3}$$

其中 $K(0,1)$ 为 $(-2,2)$ 间按混沌规律变化的序列。混沌算子表达成 $K(0,1)$ 的形式完全是为形式上的统一,变化范围调整到 $(-2,2)$ 也是为与标准 Guassian 变异或 Cauchy 变异的尺度相近。混沌序列采用人们熟悉的虫口模型,即一维 Logistic 映射

$$r_{n+1} = \lambda r_n(1 - r_n), \quad r_n \in [0,1] \tag{4}$$

参数 λ 取 0～4, Logistic 映射为 $[0,1]$ 间的不可逆映射。可以证明,当参数 λ 取 4.0 时,系统处于混沌状态[11], r_n 在 $[0,1]$ 间遍历。r_n 经过放大和平移即得到 $K(0,1)$。

采用混沌变异的进化算法步骤如下:

Step1: 初始化:确定种群规模、交叉概率、变异概率、进化总代数等参数,产生初始种群;

Step2: 适应值计算:一般需要对目标函数值做适当的变换,得到个体的适应值;

Step3: 选择复制:常规的选择算子采用轮盘赌方式,按适应值大小分配复制概率;

Step4: 交叉:从复制好的种群中随机挑选两个作为双亲,依一定的概率进行交叉,实数编码进化算法通常采用线性交叉算子进行交叉运算[12];

Step5: 变异:依一定的变异概率,按式(3)的形式进行混沌变异,产生子代;

Step6: 如果达到规定的总进化代数,或经 m 步搜索后最优个体都不变,则算法终止,否则转 Step2 继续。

2.2 "尺度收缩"的变异策略

对于一般的优化问题,变异算子的变化尺度对于进化算法性能有一定的影响。变异尺度大,有利于算法在广阔的空间中搜索得到全局最优解,但由于搜索比较粗糙,不易达到较高的精度;如果变异尺度小,则可提高最优解的精度,但算法容易陷入局部最优,造成"早熟收敛"。因此,在进化初期应采用较大的变异尺度进行大空间搜索,而在进化后期则应采用逐渐缩小的变异尺度,以提高求解的精度。生物进化领域中的"断续平衡理论"[13,14]也认为,物种进化的初始阶段往往出现较多的进化试探,而进化后期则趋于保守。为此,我们提出"尺度收缩"的变异策略,形式如下

$$\sigma(k) = \sigma(0)\left(\alpha \exp\left(-\frac{\beta k}{G_{\max}}\right) + \gamma\right) \tag{5}$$

式中, k 为当前进化代数, $G_{\max}$ 为进化总代数, σ 为对应当前群体某个体的某个分量的变异尺度, α, β, γ 为控制尺度收缩参数。

由式(5)可以看出,进化初期变异尺度较大,算法在广阔空间中进行充分"探索",以期找到问题的全局最优解的一个邻域;随着进化代数的增加,变异尺度逐渐收缩,在小范围内进行精细的"开采",这样将会有效地提高算法的收敛速度和精度。式(5)与(3)相结合,便形成了"尺度收缩"的混沌变异。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3　仿真实例

本文采用常用的几个复杂函数进行最小化函数优化的仿真实验。选用的函数形式如下:

1) Rosenbrock 函数

$$\min f_1 = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2$$

$$x_1, x_2 \in [-2.048, 2.048]$$

2) 平方和函数

$$\min f_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2, \quad n = 30$$

$$x_i \in [-5.12, 5.12]$$

3) Rastrigin 函数

$$\min f_3 = \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10)$$

$$n = 10, \quad x_i \in [-5.12, 5.12]$$

4) Shubert 函数

$$\min f_4 = \left\{ \sum_{i=1}^{5} i\cos[(i+1)x + i] \right\} \times \left\{ \sum_{i=1}^{5} i\cos[(i+1)y + i] \right\} + 0.5[(x + 1.425\,13)^2 + (y + 0.800\,32)^2]$$

$$x, y \in [-10, 10]$$

仿真中群体规模都取作 50, 交叉概率为 0.95, 变异概率为 0.10, 进化总代数除 f_3 为 1 000 代外, 其余均取 300 代。其它相应参数见表 1。为使算法尽可能收敛, 采用带有最优保存的选择策略。

表 1　仿真参数设置

函数	适应值变换	Gaussian 变异的 σ	混沌变异的 σ
f_1	$4.0 - \log_{10}(f + 1.0)$	0.2	0.2
f_2	$3.0 - \log_{10}(f + 1.0)$	0.5	0.5
f_3	$3.0 - \log_{10}(f + 1.0)$	0.5	0.5
f_4	$400.0 - f$	1.0	1.0

采用固定尺度的混沌变异算子进行函数优化求解, 所得结果与采用 Gaussian 分布或 Cauchy 分布随机变异算子所得结果相近(对比结果略), 说明混沌变异算子也是变异算子的一种有效实现。

下面验证“尺度收缩”混沌变异算子的有效性。对于上述几个函数, 尺度收缩参数取为 $\alpha = 1, \beta = 10, \gamma = 0.2$。图 1 给出了优化求解结果与采用固定尺度的 Guassian 变异结果的对比(两种方法分别独立运行 30 次的平均结果)。图中虚线代表固定尺度 Guassian 变异的平均个体适应值曲线, 实线代表“尺

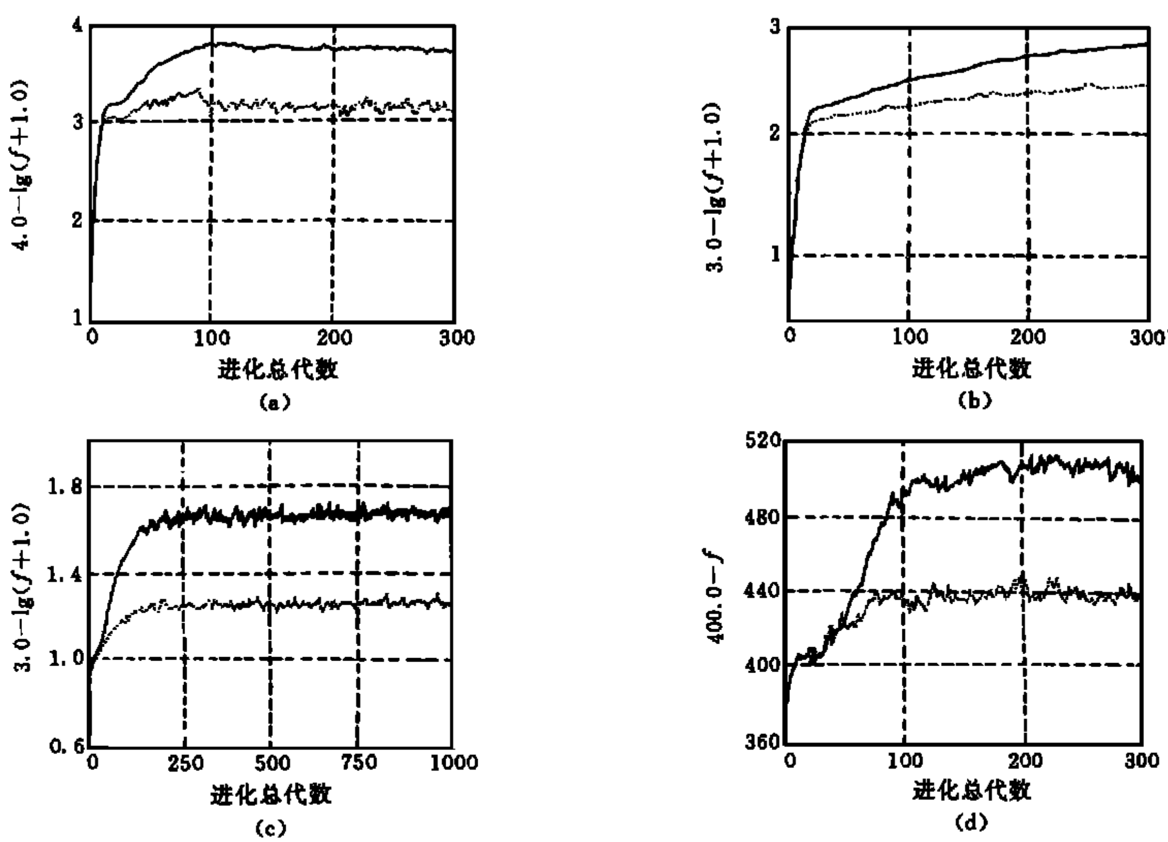

图 1　“尺度收缩”混沌变异与 Gaussian 变异进化算法的个体平均适应值对比

(a) Rosenbrock 函数　(b) 平方和函数　(c) Rastrigin 函数　(d) Shubert 函数

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

度收缩"混沌变异的平均个体适应值曲线。可以看出，采用"尺度收缩"的混沌变异算子，个体平均适应值均明显高于采用 Gaussian 变异算子的进化算法，有的提高幅度甚至可以接近一个数量级，说明"尺度收缩"混沌变异算子使整个群体的进化程度都得到提高。

文献[6] 给出的 Gauchy 变异结果和 Gaussian 变异结果相差不多，上述的仿真也有类似结果。和已有的几种实现相比，"尺度收缩"的混沌变异算子更为有效。采用"尺度收缩"策略的 Guassian 变异也可以改善进化算法的性能，所得结果和采用混沌变异结果基本相同。这一方面说明混沌变异和 Guassian 变异是同样有效的变异实现，另一方面也说明本文提出的"尺度收缩"变异策略具有一定的普适性。

4　结　　语

本文尝试用混沌变异算子替代传统进化算法实现中的随机变异算子，并提出"尺度收缩"的变异策略，进而形成"尺度收缩"的混沌变异算子。仿真结果表明，这种实现能够提高算法的性能，是对生物进化现象更逼真的模拟，也是进化算法变异算子的有效实现。

目前，我们给出的算法还相当粗糙，其中参数设置调整需要靠经验试凑，对算法实现的收敛性等尚未给出严密的数学分析和证明。另外，仿真中发现，虽然个体平均适应值明显提高，但最优个体适应值的提高并不理想。相信随着上述问题的解决，将会产生更为精致的全局优化方法，为解决实际问题提供有效的便利工具。

参 考 文 献

1 谢金星. 进化计算简要综述. 控制与决策, 1997, 12(1): 1～7

2 Back T, Hoffimeister F, Schwefel H P. A survey of evolution strategies. In: Proc of the 4th Int Conf on Genetic Algorithms. CA: Morgan Kaufmann Publishers, 1991. 2～9

3 Fogel D B. An introduction to simulated evolutionary optimization. IEEE Trans on Neural Network, 1994, 5(1): 3～14

4 Wei C J, Yao S S, He Z Y. A modified evolutionary programming. In: Proc 1996 IEEE Int Conf on Evolutionary Computation. NJ: IEEE Press, 1996. 135～138

5 Rudolph G. Local convergence rates of simple evolutionary algorithms with Cauchy mutations. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1997, 1(4): 249～258

6 Chellapilla K. Combining mutation operators in evolutionary programming. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1998, 2(3): 91～96

7 王梓坤. 论混沌与随机. 北京师范大学学报(自然科学版), 1994, 30(2): 199～202

8 吴祥兴, 陈忠. 混沌学导论. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1996. 20～21

9 田玉楚, 张钟俊. 非线性系统中的混沌运动的研究进展. 上海交通大学学报, 1996, 30(1): 108～116

10 吴新余, 孙力娟. 改进交叉方式的遗传算法在求解通信网优化问题中的应用. 通信学报, 1997, 18(10): 15～21

11 李天岩, Yorke J A. 周期 3 蕴含混沌. 数学译林, 1989, 8(3): 211～218

12 Michalewicz Z. Genetic algorithms + Data structures = Evolution programs. 2nd Edition. New York: Springer-Verlag, 1994

13 张昀. 进化速率的研究与进化理论的统一. 北京大学学报(自然科学版), 1997, 33(6): 794～803

14 董聪. 进化理论与进化计算——当前的状态与问题. 科技导报, 1998, 10: 19～23

作 者 简 介

骆晨钟　男, 1970 年生。1997 年于上海交通大学自动化系获硕士学位, 现为上海交通大学自动化系博士研究生。研究方向为工业过程的建模与优化。

邵惠鹤　男, 1936 年生。上海交通大学自动化研究所副所长, 教授, 博士生导师。主要研究方向为工业过程优化控制, 生化控制, 智能控制等。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net