



[1, T] 内面向  $l$  家零售商提供  $n$  种产品。已知零售商  $k$  订购产品  $i$  的数量为  $q^k$ , 交货期为  $d^k$ , 交货地点为  $A_k, k = 1, 2, \dots, l; i = 1, 2, \dots, n$ 。由于不同地区的产品原材料价格不同, 使得同种产品在不同厂家生产的成本有所差异, 从而导致不同货栈提供的产品在价格上也不同。已知货栈  $j$  供应的产品  $i$  的单价为  $f_j^i$ , 在  $t$  时刻供应能力为  $b_j^i(t)$ , 货栈所在地点为  $B_j, j = 1, 2, \dots, m; t = 1, 2, \dots, T$ 。

由于各货栈供应的产品单价和运输价格不同, 使得供应中心为追求低成本, 其供应能力通常与零售商指定各货栈完成的产品供应任务不平衡, 从而导致货栈向零售商提前或拖期交货。而提前 / 拖期交货不仅降低了供应链的服务质量, 而且提前交货将增加零售商的存储费用, 拖期交货又要向其支付违约附加费用。因此供应中心的经营目标是: 计划期内在有限的供应能力条件下, 面向零售商的订货需求, 合理地制定出准时化分布需求计划, 使产品的供应成本费用总额, 即提前 / 拖期惩罚费用、产品运输费用和产品生产成本费用总额达到极小。

一般情况下, 产品的提前和拖期罚款与其供应单位的单价成正比, 运输价格与其运输时间成正比。设提前和拖期单位时间的惩罚因子分别为  $\alpha$  和  $\beta$  (一般  $\alpha < \beta$ ), 产品  $i$  的单位时间运输价格因子为  $\gamma_i$ 。

### 3 模型建立

根据零售商  $k$  的交货地点  $A_k$  和货栈  $j$  的所在地点  $B_j$ , 易知货栈  $j$  供给零售商  $k$  产品所需的运输时间, 这里记为  $s_{kj}$ 。

定义 1  $z_{kj}^i(t)$  为供应中心指定货栈  $j$  在  $t$  时刻完成零售商  $k$  产品  $i$  的订货量,  $p_j^i(t)$  为货栈  $j$  在  $t$  时刻产品  $i$  的计划供应量。

定义 2 
$$h^k(t) = \begin{cases} q^k, & t = d^k \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (1)$$

于是, 分布式多货栈、多零售商供需问题可用模型 SC<sub>0</sub> 表示为

$$\text{SC}_0: \min_{t=1, \dots, T} \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left[ \alpha f_j^i \left[ \sum_{\tau=1}^t p_j^i(\tau) - \sum_{\tau=1}^t z_{kj}^i(\tau) \right]^+ + \beta f_j^i \left[ \sum_{\tau=1}^t z_{kj}^i(\tau) - \sum_{\tau=1}^t p_j^i(\tau) \right]^+ + \sum_{k=1}^l f_j^i z_{kj}^i(t) + \sum_{k=1}^l \gamma_{is_{kj}} z_{kj}^i(t) \right] \right\} \quad (2)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^m z_{kj}^i(t - s_{kj}) = h^k(t) \quad (3)$$

$$p_j^i(t) \leq b_j^i(t) \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^l z_{kj}^i(t) \leq \sum_{t=1}^T b_j^i(t) \quad (5)$$

$$p_j^i(t) \geq 0, \quad z_{kj}^i(t) \geq 0 \quad (6)$$

其中,  $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, l; t = 1, 2, \dots, T$ 。

在模型 SC<sub>0</sub> 中, 目标函数的第 1 项为产品提前交货惩罚费用, 第 2 项为产品拖期交货惩罚费用, 第 3 项为产品生产成本费用, 第 4 项为产品运输费用。约束条件 (3) 表示所有货栈应共同完成各零售商的产品订货量, (4) 表示各货栈的产品计划供应量应满足其供应能力, (5) 表示指定各货栈完成的产品总订货量应满足其总供应量。

### 4 模型转换

由于模型 SC<sub>0</sub> 的目标函数是非连续的, 不能用普通的数学规划方法来求解, 因此进行如下模型转换:

设  $x_j^i(t)$  为货栈  $j$  在  $t$  时刻产品  $i$  的超供应量,  $y_j^i(t)$  为货栈  $j$  在  $t$  时刻产品  $i$  的欠供应量, 即

$$x_j^i(t) = \left[ \sum_{\tau=1}^t p_j^i(\tau) - \sum_{\tau=1}^t z_{kj}^i(\tau) \right]^+$$

$$y_j^i(t) = \left[ \sum_{\tau=1}^t z_{kj}^i(\tau) - \sum_{\tau=1}^t p_j^i(\tau) \right]^+$$

于是

$$\sum_{\tau=1}^t p_j^i(\tau) = \sum_{k=1}^l z_{kj}^i(t) + x_j^i(t) - x_j^i(t-1) - y_j^i(t) + y_j^i(t-1) \quad (7)$$

模型 SC<sub>0</sub> 转换成

$$\text{SC:} \min_{t=1, \dots, T} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left[ \alpha f_j^i x_j^i(t) + \beta f_j^i y_j^i(t) + \sum_{k=1}^l (f_j^i + \gamma_{is_{kj}}) z_{kj}^i(t) \right] \quad (8)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^m z_{kj}^i(t - s_{kj}) = h^k(t) \quad (9)$$

$$\sum_{k=1}^l z_{kj}^i(t) + x_j^i(t) - x_j^i(t-1) - y_j^i(t) + y_j^i(t-1) \leq b_j^i(t) \quad (10)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^l z_{kj}^i(t) \leq \sum_{t=1}^T b_j^i(t) \quad (11)$$

$$y_j^i(t) + y_j^i(t-1) = 0 \quad (12)$$

$$z_{kj}^i(t) = 0, \quad x_j^i(t) = 0, \quad y_j^i(t) = 0 \quad (13)$$

虽然模型 SC 比模型 SC<sub>0</sub> 的变量多, 但由于目标函数是线性的, 可用通用的线性规划软件来求解。

下面证明模型 SC 与模型 SC<sub>0</sub> 等价。

**引理 1** 若  $(x^*, y^*, z^*)$  为模型 SC 的最优解, 则有  $x^*(t)y^*(t) = 0$ 。

**证明** 设  $(x^*, y^*, z^*)$  为模型 SC 的最优解, 但对于某个  $g$  和  $k$ , 存在  $x_g^*(k)y_g^*(k) > 0$ 。

不失一般性, 设  $x_j^*(k) > y_j^*(k)$ , 令

$$\bar{x}_j(t) = \begin{cases} x_j^*(t) - y_j^*(t), & j = g, t = k \\ x_j^*(t), & \text{其它} \end{cases}$$

$$\bar{y}_j(t) = \begin{cases} 0, & j = g, t = k \\ y_j^*(t), & \text{其它} \end{cases}$$

$$\bar{z}_j(t) = z_j^*(t)$$

于是, 对于任意的  $j$  和  $t$ , 有

$$\bar{x}_j(t) \geq 0, \quad \bar{y}_j(t) \geq 0, \quad \bar{z}_j(t) \geq 0$$

且  $\bar{x}_j(t) - \bar{y}_j(t) = x_j^*(t) - y_j^*(t)$

故  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  满足模型 SC 的约束条件。将  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  代入  $F(x, y, z)$ , 可推得

$$\begin{aligned} F(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) &= \\ F(x^*, y^*, z^*) &- (\alpha + \beta)f_j^i y_j^*(t) \\ F(x^*, y^*, z^*) & \end{aligned}$$

这与  $(x^*, y^*, z^*)$  是模型 SC 的最优解相矛盾。因此, 当  $(x^*, y^*, z^*)$  为模型 SC 的最优解时,  $x^*(t)y^*(t) = 0$ 。(证毕)

**定理 1** 如果  $(x, y, z)$  是模型 SC 的最优解, 且

$$p_j^i(t) = \sum_{k=1}^t z_{kj}^i(t) + x_j^i(t) - x_j^i(t-1) - y_j^i(t) + y_j^i(t-1) \quad (14)$$

则  $p$  也是 SC<sub>0</sub> 的最优解。

**证明** 因为  $(x, y, z)$  是模型 SC 的最优解, 所以在满足 SC 的可行域内。比较 SC 的约束条件(9) ~ (11) 与 SC<sub>0</sub> 的约束条件(3) ~ (5), 易知  $p$  也在 SC<sub>0</sub> 的可行域内。

由式(14), 对于所有的  $i, j, t$ , 有

$$\left[ \sum_{\tau=1}^t p_j^i(\tau) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{k=1}^t z_{kj}^i(\tau) \right]^+ = [x_j^i(t) - y_j^i(t)]^+$$

由此并据引理 1 知

$$\left[ \sum_{\tau=1}^t p_j^i(\tau) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{k=1}^t z_{kj}^i(\tau) \right]^+ = x_j^i(t)$$

同理

$$\left[ \sum_{\tau=1}^t \sum_{k=1}^t z_{kj}^i(\tau) - \sum_{\tau=1}^t p_j^i(\tau) \right]^+ = y_j^i(t)$$

比较模型 SC 与模型 SC<sub>0</sub> 的目标函数, 可以看出式(2)和式(8)完全等价。因此  $p$  也是 SC<sub>0</sub> 的最优解。(证毕)

## 5 求解算法

经过模型转换后, SC 已成为普通的线性规划模型, 从而可用通用的线性规划软件进行求解。具体求解步骤如下:

Step1: 根据已知的零售商订货情况和货栈的供应能力约束, 构造模型 SC;

Step2: 调用通用线性规划程序, 计算  $x^*, y^*, z^*$  和  $F(x^*, y^*, z^*)$ ;

Step3: 由式(14) 计算出各货栈在每时段的产品计划供应量。

## 6 计算结果

对上述算法以 Visual C++ 编程, 在 PC/586 计算机上对大量例题进行计算, 均取得了满意的结果。下面给出一个小规模的例子。

设由 2 个货栈组成的供应网络在计划期 [1, 5] 内向 2 家零售商提供 2 种产品。已知各货栈供应的产品单价及供应能力如表 1 所示, 且各货栈提前 / 拖期惩罚因子分别为  $\alpha = 0.1$  和  $\beta = 0.5$ , 各产品的单位时间运输价格因子分别为  $\gamma_1 = 1$  和  $\gamma_2 = 0.5$ 。

表 1 各货栈供应产品的有关数据

$j$	1	2	$j$	1	2	$j$	1	2
$f_1^1$	10	8	$b_1^1(3)$	15	10	$b_2^1(2)$	10	8
$f_1^2$	5	6	$b_1^1(4)$	12	10	$b_2^1(3)$	8	6
$b_1^1(1)$	12	8	$b_1^1(5)$	12	10	$b_2^1(4)$	10	6
$b_1^1(2)$	12	8	$b_2^1(1)$	10	8	$b_2^1(5)$	10	6

零售商订购的产品数量、交货期及产品运输时间如表 2 所示。

表 2 订货汇总及其运输时间

$k$	1	2	$k$	1	2	$k$	1	2
$q_k^1$	60	35	$d_k^1$	3	5	$s_{k1}$	1	3
$q_k^2$	40	25	$d_k^2$	4	4	$s_{k2}$	2	1

利用本文提出的准时化分布需求计划方法编制出的需求计划结果如表 3 所示。

比较表 3 和表 1, 可以清楚地看出本文提出的准时化分布需求计划方法, 完全可以做到在供应能

表3 计算结果(极小化目标函数值为1671.7)

$j$	1	2	$j$	1	2	$j$	1	2
$x_j^1(1)$	12	0	$y_j^2(3)$	10	5	$z_{1j}^3(5)$	0	0
$x_j^1(2)$	0	5	$y_j^2(4)$	0	0	$z_{2j}^3(1)$	10	0
$x_j^1(3)$	0	15	$y_j^2(5)$	0	0	$z_{2j}^3(2)$	0	0
$x_j^1(4)$	0	0	$z_{1j}^3(1)$	0	11	$z_{2j}^3(3)$	0	15
$x_j^1(5)$	0	0	$z_{1j}^3(2)$	49	0	$z_{2j}^3(4)$	0	0
$y_j^1(1)$	0	3	$z_{1j}^3(3)$	0	0	$z_{2j}^3(5)$	0	0
$y_j^1(2)$	25	0	$z_{1j}^3(4)$	0	0	$p_j^1(1)$	12	8
$y_j^1(3)$	10	0	$z_{1j}^3(5)$	0	0	$p_j^1(2)$	12	8
$y_j^1(4)$	0	10	$z_{1j}^3(1)$	0	0	$p_j^1(3)$	15	10
$y_j^1(5)$	0	0	$z_{1j}^3(2)$	0	0	$p_j^1(4)$	10	10
$x_j^2(1)$	0	8	$z_{1j}^3(3)$	0	0	$p_j^1(5)$	5	10
$x_j^2(2)$	10	4	$z_{1j}^3(4)$	0	35	$p_j^2(1)$	10	8
$x_j^2(3)$	0	0	$z_{1j}^3(5)$	0	0	$p_j^2(2)$	10	8
$x_j^2(4)$	0	0	$z_{1j}^3(1)$	0	0	$p_j^2(3)$	8	6
$x_j^2(5)$	0	0	$z_{1j}^3(2)$	0	12	$p_j^2(4)$	10	5
$y_j^2(1)$	0	0	$z_{1j}^3(3)$	28	0	$p_j^2(5)$	0	0
$y_j^2(2)$	0	0	$z_{1j}^3(4)$	0	0			

品准时化控制策略,而且为供应链管理问题的研究提供了一条有效途径。所提出的方法运算速度快而准确,具有很强的实用意义,从而能够极大地提高企业在市场竞争中的应变能力。

### 参考文献

- 1 真彤,祁国宁.敏捷制造的总体技术研究.计算机集成制造系统,1999,3:1~10
- 2 Bdganha M P, Cohen M A. The stabilizing effect of inventory in supply chains. *Opera Res*, 1998, 46(3):72~83
- 3 Beam on B M. Supply chain design and analysis: Models and methods. *Int J Prod Eco*, 1998, 55:281~294
- 4 Jukka Korepla, Antti Lehmusvaara. A customer oriented approach to warehouse network evaluation and design. *Int J Prod Eco*, 1999, 59:135~146
- 5 Sugimori Y, Kusunoki K, Cho F *et al.* Toyota production system and Kanban system materialization of just-in-time and respect-for human system. *Int J Prod Res*, 1977, 15:553~564

### 作者简介

王玮女,1964年生。清华大学自动化系博士后研究人员。研究方向为生产计划与调度理论,供应链管理与决策等。

汪定伟男,1949年生。东北大学信息科学与工程学院教授,博士生导师。研究方向为生产计划与调度理论,智能优化算法,供应链管理与决策等。

柴跃廷男,1964年生。清华大学自动化系副教授。研究方向为管理信息系统,供应链管理与决策等。

力平衡的前提下,极小化产品提前/拖期惩罚费用、运输费用和产品生产成本的总额,从而实现了供应链准时化供应并获取最大利润的经营目标。

## 7 结论

分布需求计划是供应链管理中的一项重要研究工作。本文提出的准时化分布需求计划方法,不仅能有效地编制出准时化分布需求计划,实现供应产

(上接第564页)

### 作者简介

李力男,1976年生。1999年毕业于华中理工大学提班,获学士学位,现为华中理工大学控制科学与工程系硕士研究生。目前研究方向为过程控制,故障诊断,非线性系

统,神经网络,智能控制等。

方华京男,1955年生。1991年在华中理工大学获博士学位,现为华中理工大学控制科学与工程系教授,博士生导师。研究领域为鲁棒控制理论与应用,控制系统故障检测与诊断技术等。