第 15 卷 第 5 期　　控 制 与 决 策　　2000 年 9 月
Vol. 15 No. 5　　CONTROL AND DECISION　　Sept. 2000

离散型模糊数及其在预测与决策问题中的应用*

周　欣　韩生廉
(同济大学电子与信息工程学院　上海　200092)

摘　要　以何种尺度来测量人们在进行预测与决策时心理测度上的模糊性,是预测是否可靠乃至决策能否成功的关键。为此,提出离散型模糊数这一尺度及其在预测与决策问题中的算法,并通过实例验证了该方法的有效性。

关键词　离散型模糊数,预测与决策,心理测度
分类号　C 934

The Application of the Discrete Fuzzy Number to Prediction and Decision Problems

Zhou Xin, Han Shenglian
(Tongji University)

Abstract　In prediction and decision problems, there are many relevant uncertain factors affecting on the psychological judgements of decision-makers. It's the key to adopt a suitable implement to express the fuzziness of this psychological measure. The discrete fuzzy number and its algorithms proposed here can appropriately express the uncertainty and fuzziness of prediction and decision under fuzzy environment. Its feasibility and validity are shown by examples.

Key words　discrete fuzzy number, prediction and decision, psychological measure

1　引　言

随着生产系统、社会系统的大规模化和复杂化,使得人们进行预测与决策变得十分困难。而随着所搜集信息量的增多,各种与问题相关的因素直接影响着预测与决策者的心理判断。因此,能否正确地描述这种心理测度上的模糊性,是决定预测的准确性及决策成败的关键。

模糊环境下的预测与决策方法有多种[1,2],但这些方法只侧重于描述信息自身的模糊性,而忽视了起决定作用的预测与决策者的乐观(风险型)和悲观(保守型)的心理思维模式和判断尺度。为此,本文提出离散型模糊数[3]这一尺度,给出了离散型模糊数的加法、数乘、大小比较和求距离等运算,并通过这些运算来说明离散型模糊数是解决模糊环境下预测与决策问题的简洁而有效的方法。

2　离散型模糊数

2.1　离散型模糊数的定义

设全体集合 $X = \{x\}$,则定义在 X 上的离散型模糊数$\{A\}$由 3 项组$\{(x_1, \omega_1), (x_2, \omega_2), (x_3, \omega_3)\}$构成。其中,$\omega_2$ 称为最大确信度,x_2 为预测与决策者最相信的心理判断数值;ω_1 和 ω_3 分别称为悲观确信度和乐观确信度,描述了预测与决策者认为“如果好一些,可能得到 x_3;如果坏一些,可能得到 x_1”的心理判断。取 $0.5 \leq \omega_1, \omega_2, \omega_3 \leq 1$(确信度为 0.5 以下的数值无意义),$\omega_2 \geq \omega_1, \omega_3$,$-\infty < x_1, x_2, x_3 < +\infty$。

2.2　离散型模糊数的意义

离散型模糊数的意义与通常的模糊数不同:通常的集合 X 上模糊数 A 的特性由其隶属度函数值 $\mu_A(x)$ 来描述,它表示集合 X 的要素 x 属于模糊集

* 1999-07-08 收稿,1999-12-06 修回

合 A 的程度; 而离散型模糊数$\{A\}$ 用 3 项组$\{(x_1, \omega_1), (x_2, \omega_2), (x_3, \omega_3)\}$ 来表示其特性, 这里不存在模糊集合 A。$\{A\}$ 描述的是预测与决策者在特定环境下对某项具体事物进行判断时的心理特征, 它给出了 3 个信息: (x_2, ω_2) 给出了最有把握的判断, 而(x_1, ω_1) 和(x_3, ω_3) 则分别描述了(效益型问题) 悲观决策和乐观决策的心理。

3 离散型模糊数的运算

3.1 离散型模糊数的距离

设有两个离散型模糊数

$$\{A\} = \{(a_1, \omega_{a_1}), (a_2, \omega_{a_2}), (a_3, \omega_{a_3})\}$$

$$\{B\} = \{(b_1, \omega_{b_1}), (b_2, \omega_{b_2}), (b_3, \omega_{b_3})\}$$

则$\{A\}$ 与$\{B\}$ 的距离 $h(\{A\}, \{B\})$ 由下式定义。

$$h(\{A\}, \{B\}) = \frac{1}{2(\alpha_2 - \alpha_1)}[\beta_1(\{A\}, \{B\}) + \beta_2(\{A\}, \{B\})] \tag{1}$$

其中, α_1, α_2 是为使 h 满足 $0 \leq h(\{A\}, \{B\}) \leq 1$ 所选择的调节参数; β_1, β_2 分别为两个离散型模糊数的下限确信度距离和上限确信度距离, 可由下式求得。

$$\begin{cases} \beta_1(\{A\}, \{B\}) = \dfrac{|a_1\omega_{a_1} - b_1\omega_{b_1}| + |a_2\omega_{a_2} - b_2\omega_{b_2}|}{2} \\ \beta_2(\{A\}, \{B\}) = \dfrac{|a_2\omega_{a_2} - b_2\omega_{b_2}| + |a_3\omega_{a_3} - b_3\omega_{b_3}|}{2} \end{cases} \tag{2}$$

3.2 离散型模糊数的大小

所谓最优决策, 就是从有限多个决策方案中选出最佳的一个, 或从有限多个决策方案中选出与理想方案(目标方案) 最接近的一个。显然, 这需要比较各个决策方案评价值的大小。

设$\{A\}$ 和$\{B\}$ 如 3.1 节定义, 比较方法如下:

1) 若

$$\frac{\omega_{a_1}a_1 + \omega_{a_2}a_2 + \omega_{a_3}a_3}{\omega_{a_1} + \omega_{a_2} + \omega_{a_3}} > \frac{\omega_{b_1}b_1 + \omega_{b_2}b_2 + \omega_{b_3}b_3}{\omega_{b_1} + \omega_{b_2} + \omega_{b_3}}$$

则$\{A\} > \{B\}$;

2) 若

$$\frac{\omega_{a_1}a_1 + \omega_{a_2}a_2 + \omega_{a_3}a_3}{\omega_{a_1} + \omega_{a_2} + \omega_{a_3}} = \frac{\omega_{b_1}b_1 + \omega_{b_2}b_2 + \omega_{b_3}b_3}{\omega_{b_1} + \omega_{b_2} + \omega_{b_3}}$$

则当 $\omega_{a_2}a_2 > \omega_{b_2}b_2$ 时, $\{A\} > \{B\}$;

3) 若用1), 2) 均无法判别, 则当$|\omega_{a_3}a_3 - \omega_{a_1}a_1| > |\omega_{b_3}b_3 - \omega_{b_1}b_1|$ 时, $\{A\} > \{B\}$;

4) 若上述方法均无效, 则可认为$\{A\}$ 和$\{B\}$ 等价, 即对于决策者而言, 两者给出的信息无明显区别。但等价不一定意味着$\{A\}$ 和$\{B\}$ 的每一项都相同, 这与相等是不同的概念。

3.3 离散型模糊数的均值

设有 n 个离散型模糊数

$$\{A_i\} = \{(a_{i1}, \omega_1), (a_{i2}, \omega_2), (a_{i3}, \omega_3)\}$$
$$i = 1, 2, \cdots, n$$

则它们的均值如下(以 a_{i1}, ω_1 为例, a_{i2}, ω_2 和 a_{i3}, ω_3 类同)

$$\bar{a}_1 = \sum_{i=1}^{n} a_{i1}\omega_1 \Big\backslash \sum_{i=1}^{n} \omega_1 \tag{3}$$

$$\bar{\omega}_1 = \sum_{i=1}^{n} \omega_1 / n \tag{4}$$

同样可求得$(\bar{a}_2, \bar{\omega}_2), (\bar{a}_3, \bar{\omega}_3)$, 从而得到$\{\bar{A}\}$。

3.4 离散型模糊数的加法

设$\{A\}$ 和$\{B\}$ 如 3.1 节定义, 若$\{C\} = \{A\} + \{B\} = \{(c_1, \omega_{c_1}), (c_2, \omega_{c_2}), (c_3, \omega_{c_3})\}$, 则有

$$c_i = a_i + b_i \tag{5}$$

$$\omega_{c_i} = \min(\omega_{a_i}, \omega_{b_i}) \tag{6}$$

3.5 离散型模糊数的数乘

设$\{A\}$ 如 3.1 节定义, 若$\{C\} = \{A\} \cdot \alpha = \{(c_1, \omega_{c_1}), (c_2, \omega_{c_2}), (c_3, \omega_{c_3})\}$, 其中 α 为实数, 则有

$$c_i = a_i \cdot \alpha \tag{7}$$

$$\omega_{c_i} = \omega_{a_i} \tag{8}$$

4 应用举例

4.1 应用离散型模糊数进行预测

预测步骤如下:

1) 向专家提供离散型模糊数的模式$\{(x_1, \omega_1), (x_2, \omega_2), (x_3, \omega_3)\}$, 广泛搜集专家提供的数据。设专家 i 所提供的离散型模糊数为$\{A_i\} = \{(a_{i1}, \omega_1), (a_{i2}, \omega_2), (a_{i3}, \omega_3)\}$, $i = 1, 2, \cdots, n$, n 为专家人数。

2) 求专家数据群的均值, 设第 j 次均值为$\{\bar{A}_j\} = \{(\bar{a}_{1j}, \bar{\omega}_{1j}), (\bar{a}_{2j}, \bar{\omega}_{2j}), (\bar{a}_{3j}, \bar{\omega}_{3j})\}$, 其中 a, ω 按式(3), (4) 求得。

3) 把均值$\{\bar{A}_j\}$ 反馈给专家作为参考, 并返回步骤 1)。

4) 当均值$\{\bar{A}_j\}$ 趋近稳定时, 求距离 $h_{ij} = h(\{A_i\}, \{A_j\})$。

5) 构成各专家数据的距离矩阵 $H(\{A\}, \{B\})$

$=\{h_{ij}\}$, 再求 $\tilde{H}=\bar{H}=\{1-h_{ij}\}=\{\tilde{h}_{ij}\}$。由于模糊的相容关系[4] (自反性和对称性), $\tilde{H}$ 不宜直接用来进行分类, 必须把相容关系改造成等价关系。办法是求 $\tilde{H}$ 阵的传递闭包

$$\begin{cases}\tilde{H}_2=\tilde{H}\circ\tilde{H}\\ \quad\vdots\\ \tilde{H}_n=\tilde{H}_{n-1}\circ\tilde{H}\end{cases}\tag{9}$$

其中 ∘ 为 max - min 算子。这时 $\tilde{H}_n$ 仍保持相容关系, 且有传递性, 它与 $\tilde{H}$ 有模糊等价关系。当 $\tilde{H}_n$ 收敛后, 即当 i,j 取任意值时, 满足 $\tilde{h}_{ij}^{(n)}\leq\tilde{h}_{ij}^{(n-1)}$, 这时可用 $\tilde{H}_n$ 来进行分类。

6) 根据约束条件, 取距离矩阵的截集。如设定一阈值 δ, 当 $\tilde{h}_{ij}\geq\delta$ 时, 把 $\{A_i\}$ 和 $\{A_j\}$ 归为一类, 从而选出符合大多数专家意见的数据, 最后利用式(3), (4) 求出均值。

在经济投资活动中, 投资项目的确定需要考虑多方面因素, 用一般的单值预测的方法缺乏合理性。本文采用离散型模糊数来描述专家的预测值, 可较好地处理这种模糊环境下的判断。

表 1　专家预测数据

专家号	x_1, ω_1	x_2, ω_2	x_3, ω_3
1	0.24, 0.80	0.28, 0.90	0.30, 0.70
2	0.25, 0.75	0.27, 0.85	0.29, 0.80
3	0.26, 0.60	0.27, 0.70	0.30, 0.60
4	0.22, 0.80	0.25, 0.85	0.33, 0.75
5	0.28, 0.50	0.30, 0.60	0.35, 0.55
6	0.27, 0.58	0.30, 0.74	0.33, 0.64
7	0.24, 0.55	0.26, 0.78	0.30, 0.60
8	0.20, 0.85	0.24, 0.90	0.26, 0.70
9	0.23, 0.65	0.26, 0.80	0.33, 0.50
10	0.26, 0.68	0.29, 0.75	0.34, 0.55
11	0.27, 0.60	0.30, 0.75	0.34, 0.55
12	0.28, 0.55	0.31, 0.75	0.32, 0.70
13	0.23, 0.90	0.25, 0.99	0.27, 0.90
14	0.24, 0.89	0.28, 0.95	0.30, 0.90
15	0.26, 0.90	0.29, 0.98	0.34, 0.90
16	0.25, 0.83	0.28, 0.90	0.29, 0.85
17	0.30, 0.75	0.34, 0.85	0.37, 0.50
18	0.22, 0.65	0.27, 0.85	0.29, 0.70
19	0.25, 0.70	0.30, 0.80	0.35, 0.70
20	0.26, 0.75	0.28, 0.90	0.30, 0.80
21	0.23, 0.77	0.26, 0.85	0.28, 0.75

现有如下投资问题: 某厂针对 3 种不同的产品进行投资, 可投资金额总数为 5 000 万元, 对 3 年后可获得的收益进行评估。决策者根据 21 位各方面专家的预测值进行综合, 要求各位专家都以离散型模糊数的形式给出预测数据。对于"3 年后, A 产品投资 1 000 万元所能得到的收益"这一问题, 经过步骤 1) ～ 3), 收敛值如表 1 所示。要求统计出符合大多数(2/3 以上) 专家意见的数据, 并求出均值。

根据上述数据, 取 $\alpha_1=0.20$, $\alpha_2=0.37$(这里 α_1 和 α_2 取值的目的是使 h_{ij} 不大于 1, 具体取值并不影响后面的综合结果)。由式(1), (2) 可求得距离矩阵 $H(\{A\},\{B\})$, 再求出 $\tilde{H}=\bar{H}=\{1-h_{ij}\}=\{\tilde{h}_{ij}\}$。然后求解 $\tilde{H}$ 的多级模糊关系, 直到 $\tilde{H}_n$ 收敛。利用 C 语言编程, 可算得对于 $\tilde{H}$ 阵, 当 $\delta=0.92$ 时, 有{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 13, 14, 16, 18, 19, 20} 组数据属于一类, 并求得这14组数据的均值为{(0.245, 0.721), (0.277, 0.838), (0.304, 0.716)}。这就是 21 位专家对问题"3 年后, A 产品投资 1 000 万元所能得到的收益"的综合预测结果。

4.2 应用离散型模糊数进行决策

类似于4.1节, 可求得产品A, B, C分别投资 1 000～5 000 万元的预测结果。假定由21位专家综合所得的预测结果(已收敛) 如表 2 所示。

把所有投资方案一一列出(以 1 000 万元为单位), 共 21 种, 如表 3 所示。

根据以上专家预测数据, 求出所有投资方案的收益值。例如方案 2:

收益值 =

$\{A_0\}+\{B_1\}+\{C_4\}=\{(0,1),(0,1),(0,1)\}+$
$\{(0.20,0.81),(0.25,0.87),(0.26,0.85)\}+$
$\{(0.45,0.78),(0.50,0.88),(0.51,0.72)\}=$
$\{(0.65,0.78),(0.75,0.87),(0.77,0.72)\}$

把所有方案的收益值都计算出来, 然后利用

表 2　产品 A, B, C 的投资收益(单位: 1 000 万元)

投资额	a_1, ω_{a_1}	a_2, ω_{a_2}	a_3, ω_{a_3}	b_1, ω_{b_1}	b_2, ω_{b_2}	b_3, ω_{b_3}	c_1, ω_{c_1}	c_2, ω_{c_2}	c_3, ω_{c_3}
0	0, 1	0, 1	0, 1	0, 1	0, 1	0, 1	0, 1	0, 1	0, 1
1	0.25, 0.75	0.28, 0.85	0.30, 0.70	0.20, 0.81	0.25, 0.87	0.26, 0.85	0.20, 0.80	0.25, 0.90	0.28, 0.85
2	0.40, 0.65	0.45, 0.70	0.46, 0.63	0.33, 0.69	0.41, 0.75	0.43, 0.70	0.25, 0.75	0.30, 0.78	0.35, 0.74
3	0.58, 0.70	0.65, 0.73	0.71, 0.65	0.48, 0.75	0.55, 0.85	0.60, 0.82	0.37, 0.60	0.40, 0.68	0.42, 0.65
4	0.70, 0.68	0.78, 0.70	0.75, 0.67	0.62, 0.77	0.65, 0.82	0.67, 0.80	0.45, 0.78	0.50, 0.88	0.51, 0.72
5	0.72, 0.75	0.76, 0.88	0.78, 0.70	0.71, 0.87	0.75, 0.91	0.77, 0.85	0.53, 0.85	0.62, 0.95	0.66, 0.90

表 3 投资方案

方案	A(1 000 万元)	B(1 000 万元)	C(1 000 万元)
1	0	0	5
2	0	1	4
⋮	⋮	⋮	⋮
21	5	0	0

3. 2 节给出的离散型模糊数大小比较方法, 选出收益值最大的一个, 结果为方案 10。投资方案为: A, B, C 分别为 1 000 万元, 3 000 万元, 1 000 万元, 最大收益值为{(0. 93, 0. 75), (1. 08, 0. 85), (1. 18, 0. 70)}。

由上述过程可以看出, 所得投资方案从专家给出的预测数据出发, 综合了专家的预测值和确信度, 因此可给出合理而可信的决策结果。

5 结 语

决策的关键是对决策环境的充分认识, 采用具体尺度描述决策者对环境的认识是影响决策成败的至关因素。离散型模糊数能较完美地表达决策者的思考判断模式, 并能简洁有效地建立起模糊环境下最优决策的数学模型, 因此是一种实用而有效的预测与决策方法。

参 考 文 献

1 Shen- Rian Han, Takashi Sekiguchi. Decision- making of person perception by the observed quanties- problem of person perception and personal choice by the extended fuzzy relation equation. Japanese J of Fuzzy Theory and Systems, 1995, 7(6)

2 韩生廉. 人才选择的决策问题研究. 控制与决策, 1996, 11(2): 284～290

3 周欣, 黄昱珅, 韩生廉. 一种新的在模糊环境下进行长期预测的数学模型. 见: 1999 中国控制与决策学术年会论文集. 沈阳: 东北大学出版社, 1999. 864～867

4 王学慧, 田成方. 微机模糊控制理论及其应用. 北京: 电子工业出版社, 1987

作 者 简 介

周 欣 男, 1974 年生。同济大学电子与信息工程学院硕士研究生。主要研究方向为模糊环境下的预测和决策问题。

韩生廉 男, 1943 年生。1989 年于日本横滨国立大学获工学博士学位, 现为同济大学电气工程系教授。研究方向为模糊控制与模糊决策, 模糊控制与遗传算法结合技术等。

第二届全国“技术过程故障诊断与安全性”学术会议(中国 SAFEPROCESS′2001) 征文通知

会议主题: 技术过程故障诊断与安全性

征文范围: 化工与石油化工、电力、冶金、航空航天、电子、机械、交通运输等行业中, 涉及实时监测控制、故障检测与诊断、系统可靠性与安全性、安全控制与管理、容错控制等方面新理论、新方法、新技术和新应用成果。

时间地点: 2001 年 9 月 上海

征文要求: 1. 全文不超过 7000 字; 2. A4 单页打印稿一式二份; 3. 论文经审稿录用后, 再按会议论文要求的格式, 用 Word97 文稿编排。

论文出版: 会议论文集将由中文核心刊物正式出版

征文截稿日期: 2001 年 3 月 31 日

录用通知发出日期: 2001 年 4 月 30 日

正式论文截稿日期: 2001 年 5 月 31 日

主办单位: 中国自动化学会技术过程的故障诊断与安全性专业委员会

承办单位: 上海海运学院

联系地址: 200135 上海浦东大道 1550 号 上海海运学院科研处

联 系 人: 蔡 荣

e- mail: safe2001@shmtu. edu. cn

2000 年 8 月