

干扰解耦滤波器设计及应用研究*

沈 毅 李振营 胡恒章

(哈尔滨工业大学控制科学与工程系 150001)

摘 要 提出一种干扰解耦滤波器(DDF)设计的新方法。通过一个简单有效的代数变换,将具有未知输入的系统变换成一个不含未知输入的等价系统;利用新息定理得到一种新的干扰解耦滤波器设计方法。针对机动目标跟踪问题,对常规 Kalman 滤波器、最优干扰解耦观测器和干扰解耦滤波器进行了仿真比较,结果表明 DDF 特别适用于目标高度机动且无有效机动模型的情形。

关键词 干扰解耦滤波器,最优干扰解耦观测器,Kalman 滤波,机动目标跟踪

分类号 TP 273

Design and Application of Disturbance Decoupled Filter

Shen Yi, Li Zhenying, Hu Hengzhang

(Harbin Institute of Technology)

Abstract A novel disturbance decoupled filter(DDF) design scheme is presented. The system with unknown input is translated into an equivalent system without unknown input by a simple algebraic transformation. A new DDF design scheme is proposed via innovations theorem. For the problem of maneuvering targets tracking, a simulation comparing of general Kalman filter, optimal disturbance decoupled observer and DDF is given, and the results show that DDF is suitable for those high maneuvering and no effective model cases.

Key words disturbance decoupled filter(DDF), optimal disturbance decoupled observer(ODDO), Kalman filter, maneuvering targets tracking(MTT)

1 引 言

干扰解耦滤波器(DDF)设计,就是适当设计滤波器的增益矩阵,使得状态估计误差与未知输入完全无关,同时估计误差具有最小方差性质。近年来,不少学者对此展开了深入研究^[1-6]。

本文通过一个简单的代数变换,将具有未知输入的系统变换成一个不含未知输入的等价系统,然后利用新息定理得到了DDF设计的新方法。本文还研究了DDF在机动目标跟踪(MTT)中的应用,将目标机动加速度看作是未知输入,DDF方法避免了传统的机动目标建模问题^[7]。

2 DDF 设计的新方法

考虑如下线性时变离散随机系统

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + E_k w_k + \mu_k \quad (1a)$$

$$y_k = C_k x_k + \eta_k \quad (1b)$$

其中, $x_k \in R^n$ 为状态向量, $u_k \in R^p$ 为已知的输入信号向量, $w_k \in R^q$ 为任意的未知输入信号向量, $y_k \in R^m$ 为测量输出信号向量; μ_k 和 η_k 分别为相应维数的过程噪声和量测噪声; A, B, C, E 是相应维数的矩阵。不失一般性,假定 $\text{rank} C_k = m, \text{rank} E_k = q$ 。在以下的设计分析中,对于系统(1)有以下假定成立:

A1: μ_k 和 η_k 是相互独立的正态高斯白噪声,且

$$E(\mu_k) = 0, \quad \text{cov}(\mu_k, \mu_j) = Q_k \delta_{kj}$$

$$E(\eta_k) = 0, \quad \text{cov}(\eta_k, \eta_j) = R_k \delta_{kj}$$

$$\text{cov}(\mu_k, \eta_k) = 0$$

其中, E 表示均值, cov 表示协方差, δ_{ij} 为 Kronecker delta 函数。

A2: x_0 与 $\{\mu_k\}$ 和 $\{\eta_k\}$ 相互独立, $\text{cov}(x_0, x_0) = P_0$ 。

$$A3: E_k - E_k(C_{k+1}E_k)^+ C_{k+1}E_k = 0。$$

假定 A1 和 A2 是 Kalman 滤波理论所常采用的, 而假定 A3 则是时变系统干扰解耦观测器的存在条件。

本文首先将线性时变离散随机系统(1) 转换成不含未知输入的等价系统。式(1a) 两边左乘以 C_{k+1} , 并利用(1b) 可得

$$y_{k+1} - \eta_{k+1} = C_{k+1}A_k x_k + C_{k+1}B_k u_k + C_{k+1}E_k w_k + C_{k+1}\mu_k \quad (2)$$

由式(2) 得

$$w_k = (C_{k+1}E_k)^+ (y_{k+1} - \eta_{k+1} - C_{k+1}A_k x_k - C_{k+1}B_k u_k - C_{k+1}\mu_k) + [I_q - (C_{k+1}E_k)^+ C_{k+1}E_k] \tilde{w}_k \quad (3)$$

其中 $\tilde{w}(t)$ 是任意的 q 维向量, 代表一个新的未知输入向量。将式(3) 代入式(1a), 可得

$$x_{k+1} = [A_k - E_k(C_{k+1}E_k)^+ C_{k+1}A_k] x_k + E_k(C_{k+1}E_k)^+ y_{k+1} + [B_k - E_k(C_{k+1}E_k)^+ C_{k+1}B_k] u_k + [E_k - E_k(C_{k+1}E_k)^+ C_{k+1}E_k] \tilde{w}_k - E_k(C_{k+1}E_k)^+ \eta_{k+1} - E_k(C_{k+1}E_k)^+ C_{k+1}\mu_k + \mu_k \quad (4)$$

由式(4), 当 A3 成立时, 原系统(1) 的干扰解耦滤波器设计可通过如下的等价系统进行。

$$x_{k+1} = \tilde{A}_{k+1} x_k + \tilde{E}_{k+1} y_{k+1} + \tilde{B}_{k+1} u_k - \tilde{E}_{k+1} \eta_{k+1} + \tilde{G}_{k+1} \mu_k \quad (5a)$$

$$y_k = C_k x_k + \eta_k \quad (5b)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{k+1} &= E_k(C_{k+1}E_k)^+ \\ \tilde{A}_{k+1} &= A_k - \tilde{E}_{k+1}C_{k+1}A_k \\ \tilde{B}_{k+1} &= B_k - \tilde{E}_{k+1}C_{k+1}B_k \\ \tilde{G}_{k+1} &= I_n - \tilde{E}_{k+1}C_{k+1} \end{aligned}$$

针对系统(5), 设计如下形式的滤波器

$$\hat{x}_{k+1} = x_{k+1/k} + K_{k+1}(y_{k+1} - C_{k+1}x_{k+1/k}) \quad (6a)$$

$$\hat{x}_{k+1/k} = \tilde{A}_{k+1}x_k + \tilde{E}_{k+1}y_{k+1} + \tilde{B}_{k+1}u_k \quad (6b)$$

由式(5) 和(6b), 可得一步预测状态估计误差为

$$\tilde{x}_{k+1/k} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k} = \tilde{A}_{k+1}x_k - \tilde{E}_{k+1}\eta_{k+1} + \tilde{G}_{k+1}\mu_k \quad (7)$$

由式(6a) 和(7), 可得状态估计误差为

$$\tilde{x}_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} =$$

$$(I_n - K_{k+1}C_{k+1})(\tilde{A}_{k+1}x_k - \tilde{E}_{k+1}\eta_{k+1} + \tilde{G}_{k+1}\mu_k) - K_{k+1}\eta_{k+1} \quad (8)$$

由式(7) 和(8), 可得一步预测状态估计误差下方差和状态估计误差协方差分别为

$$P_{k+1/k} = \tilde{A}_{k+1}P_{k/k}\tilde{A}_{k+1} + \tilde{E}_{k+1}R_{k+1}\tilde{E}_{k+1} + \tilde{G}_{k+1}Q_k\tilde{G}_{k+1} \quad (9)$$

$$P_{k+1/k+1} = (I_n - K_{k+1}C_{k+1})P_{k+1/k}(I_n - K_{k+1}C_{k+1}) + K_{k+1}R_{k+1}K_{k+1} + (I_n - K_{k+1}C_{k+1})\tilde{E}_{k+1}R_{k+1}K_{k+1} + K_{k+1}R_{k+1}\tilde{E}_{k+1}(I_n - K_{k+1}C_{k+1}) \quad (10)$$

由式(10) 知, 状态估计误差协方差阵 $P_{k+1/k+1}$ 的大小与增益阵 K_{k+1} 相关。干扰解耦滤波器设计就是要确定一个最优增益阵, 使得状态估计误差协方差阵的迹最小。由于式(10) 较为复杂, 考虑到滤波器(6) 的结构, 本文采用新息定理确定其最优增益矩阵。

定理 1 (新息定理^[8])

$$x_{k+1/k+1} = x_{k+1/k} + \text{cov}(\tilde{x}_{k+1/k}, \epsilon_{k+1}) \times [\text{cov}(\epsilon_{k+1}, \epsilon_{k+1})]^{-1} \epsilon_{k+1} \quad (11)$$

其中新息

$$\epsilon_{k+1} = y_{k+1} - \hat{C}_k x_{k+1/k} \quad (12)$$

由新息定理知

$$K_{k+1} = \text{cov}(\tilde{x}_{k+1/k}, \epsilon_{k+1}) [\text{cov}(\epsilon_{k+1}, \epsilon_{k+1})]^{-1}$$

因此需要计算协方差 $\text{cov}(\tilde{x}_{k+1/k}, \epsilon_{k+1})$ 和 $\text{cov}(\epsilon_{k+1}, \epsilon_{k+1})$ 。由式(5b), (7) 和(12) 可得

$$\begin{aligned} \text{cov}(\epsilon_{k+1}, \epsilon_{k+1}) &= C_{k+1}P_{k+1/k}C_{k+1} + R_{k+1} - C_{k+1}\tilde{E}_{k+1}R_{k+1} - R_{k+1}\tilde{E}_{k+1}C_{k+1} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(\tilde{x}_{k+1/k}, \epsilon_{k+1}) &= P_{k+1/k}C_{k+1} - \tilde{E}_{k+1}R_{k+1} \end{aligned} \quad (14)$$

从而

$$K_{k+1} = (P_{k+1/k}C_{k+1} - \tilde{E}_{k+1}R_{k+1})(C_{k+1}P_{k+1/k}C_{k+1} + R_{k+1} - C_{k+1}\tilde{E}_{k+1}R_{k+1} - R_{k+1}\tilde{E}_{k+1}C_{k+1})^{-1} \quad (15)$$

展开式(10), 合并某些项后将式(15) 代入, 可得此时的状态估计误差协方差阵为

$$P_{k+1/k+1} = (I_n - K_{k+1}C_{k+1})P_{k+1/k} + K_{k+1}R_{k+1}\tilde{E}_{k+1} \quad (16)$$

至此, 式(6a), (6b), (9), (15) 和(16) 就构成了干扰解耦滤波器的递推公式。当系统中不含未知输入, 即 $E_k = 0$ 时, 有 $\tilde{E}_{k+1} = 0$, $\tilde{A}_{k+1} = A_k$, $\tilde{B}_{k+1} = B_k$ 和 $\tilde{G}_{k+1} = I_n$, 干扰解耦滤波器退化为 Kalman 滤波器, 这说明 Kalman 滤波器是干扰解耦滤波器的一

种特例,即本文结果具有普遍性。

3 DDF 在目标跟踪中的应用

由运动定律,一维目标运动可用如下动态方程来描述。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} a(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta(t) \quad (17)$$

其中, $x(t)$ 和 $v(t)$ 分别代表目标的位置和速度, $\eta(t)$ 为零均值高斯白噪声, $a(t)$ 表示目标的机动加速度,是未知输入。由干扰解耦滤波器的存在条件,设测量方程为

$$\begin{bmatrix} y_x(t) \\ y_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_x(t) \\ \mu_v(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中, $y_x(t)$ 和 $y_v(t)$ 分别为目标位置和速度测量信号, $\mu_x(t)$ 和 $\mu_v(t)$ 分别为目标位置和速度测量噪声信号,均为与 $\eta(t)$ 互不相关的零均值高斯白噪声。

为了对跟踪滤波性能进行比较,采用常规 Kalman 滤波器、最优干扰解耦观测器和本文提出的

干扰解耦滤波器分别进行跟踪滤波仿真,仿真参数及结果分析如下:

设测量为等间隔进行,测量间隔为 0.2s,过程噪声的方差为 $9(\text{m/s}^2)^2$,位置和速度测量噪声的方差分别为 900m^2 和 $100(\text{m/s})^2$,目标初始位置为 3000m,初始速度为 0m/s;滤波初值均取真实初值,

初始协方差阵均为 $\begin{bmatrix} 900 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ 。

本文对以下 3 组目标机动加速度进行跟踪滤波仿真:

- 1) 阶跃机动: 0 ~ 20s 为零, 20 ~ 100s 为 80m/s^2 , 100 ~ 200s 为零;
- 2) 正弦机动: 幅值为 80m/s^2 , 周期为 120s;
- 3) 无机动。

图 1 显示了阶跃机动时目标位置和速度的跟踪滤波误差曲线(实线为 Kalman 滤波,虚线为干扰解耦滤波);图 2 显示了正弦机动时目标位置和速度的跟踪滤波误差曲线(实线为 Kalman 滤波,虚线为干扰解耦滤波)。表 1 列出了 3 种机动情况下,3 种滤波算法的位置和速度估计的均方根误差。

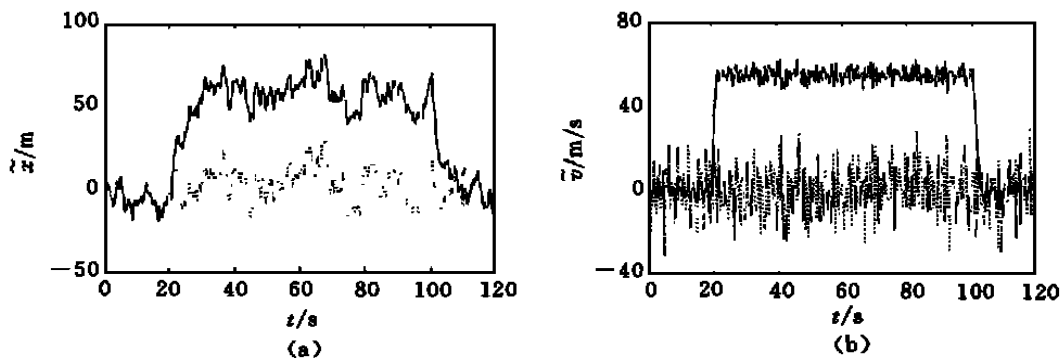


图 1 阶跃机动时的仿真曲线
(a) 位置滤波误差曲线 (b) 速度滤波误差曲线

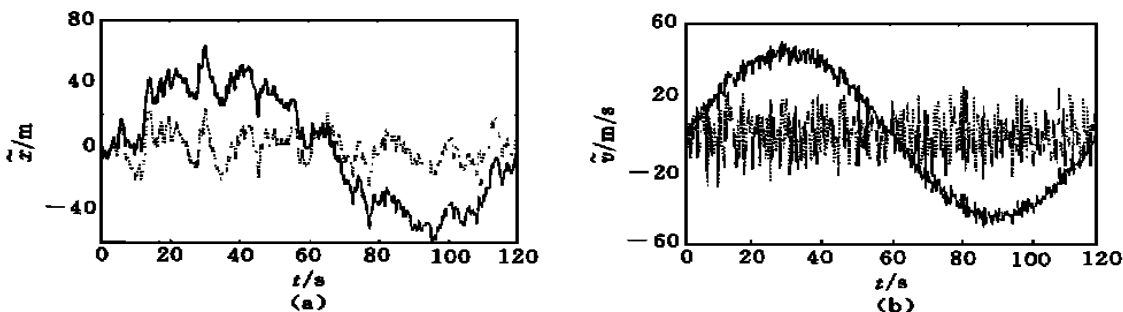


图 2 正弦机动时的仿真曲线
(a) 位置滤波误差曲线 (b) 速度滤波误差曲线

表1 位置和速度估计的均方根误差

滤波器	位置(m)			速度(m/s)		
	阶跃机动	正弦机动	无机动	阶跃机动	正弦机动	无机动
Kalman 滤波器	26.21	31.62	9.65	26.02	31.32	3.07
最优干扰解耦观测器	11.37	11.28	11.32	12.91	12.87	12.91
干扰解耦滤波器	10.96	10.87	10.93	10.29	10.29	10.30

由图1和图2可明显看出:在目标机动的情况下,常规Kalman滤波器存在估计偏差,而干扰解耦滤波器则很好地实现了跟踪。表1给出的定量结果可归纳如下:

- 1) 最优干扰解耦观测器和干扰解耦滤波器均实现了与目标机动加速度的解耦;
- 2) 干扰解耦滤波器的性能优于最优干扰解耦观测器;
- 3) 在目标无机动时,最优干扰解耦观测器和干扰解耦滤波器的性能劣于常规Kalman滤波器,特别是速度估计,而位置估计的性能较为接近。

4 结 论

本文提出一种新的DDF设计方法,该方法具有简单直观的特点。当系统不含未知输入时,该滤波器退化为Kalman滤波器。针对DDF在机动目标跟踪中的应用进行了仿真研究,结果表明DDF的性能优于ODDO,它特别适用于目标高度机动并且无有效机动模型的场合。

参 考 文 献

- 1 P K Kitaniadis. Unbiased minimum - variance linear state estimation. Automatica, 1987, 23(6): 775 ~ 778
- 2 M Darouach, M Zasadzinski. Unbiased minimum variance estimation for systems with unknown exogenous inputs. Automatica, 1997, 33(4): 717 ~ 719
- 3 J Y Keller, M Darouach. Reduced-order Kalman filter with unknown inputs. Automatica, 1998, 34(11): 1463

~ 1468

- 4 J Chen, R J Patton. Optimal filtering and robust fault diagnosis of stochastic systems with unknown disturbances. IEE Proc Control Theory Appl. 1996, 143(1): 31 ~ 36
- 5 M Darouach, M Zasadzinski, J Y Keller. State estimation for discrete systems with unknown inputs using state estimation of singular systems. In: Proc of the American Control Conf. Chicago, 1992. 3014 ~ 3015
- 6 M Hou, R J Patton. Optimal filtering for systems with unknown inputs. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(3): 445 ~ 449
- 7 周宏任, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪. 北京: 国防工业出版社, 1991. 10 ~ 20
- 8 秦永元, 张洪钺, 王叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理. 西安: 西北工业大学出版社, 1998. 33 ~ 41

作 者 简 介

沈毅 男, 1965年生。1995年于哈尔滨工业大学获博士学位, 现为该校控制科学与工程系教授, 博士生导师, 国家863专题专家。主要研究领域为传感器与检测技术, 导航、制导与控制, 故障诊断与容错技术。

李振营 男, 1972年生。1996年于哈尔滨工业大学获硕士学位, 现为哈尔滨工业大学控制科学与工程系导航、制导与控制专业博士研究生。主要研究兴趣为自适应Kalman滤波和最优制导。

胡恒章 男, 1932年生。1955年毕业于哈尔滨工业大学电机系, 现为哈尔滨工业大学控制科学与工程系教授, 博士生导师。主要研究领域为飞行控制, 随机控制和智能控制。

博士生导师。研究领域为经济控制理论, 金融工程, 神经控制。

李宝家 男, 1965年生。1998年在东北大学数学系获硕士学位, 现为沈阳工业大学理学院副教授, 东北大学工商管理学院博士研究生。研究领域为经济控制理论, 智能控制。

作 者 简 介

黄小原 男, 1947年生。东北大学工商管理学院教授。

(上接第594页)

- 6 黄小原, 吕振辽. 环城高速公路自校正控制. 自动化学报, 1995, 21(5): 609 ~ 612