

基于非完整移动机器人动态模型的鲁棒输出跟踪*

胡终须 胡跃明 毛宗源

(华南理工大学自动控制工程系 广州 510641)

摘要 提出一种基于非完整移动机器人动态模型的鲁棒跟踪控制算法。在系统存在模型不确定性但满足“匹配条件”的情况下,设计了一种滑动控制器。仿真结果表明,当系统的质量、转动惯量、结构参数等存在较大误差时仍能实现精确跟踪,具有良好的鲁棒性。

关键词 移动机器人,匹配条件,输入-输出线性化,变结构控制

分类号 TP 24

Robust Output Tracking Control Based on the Dynamical Model of Nonholonomic Mobile Robots

Hu Zhongxu, Hu Yueming, Mao Zongyuan

(South China University of Technology)

Abstract The robust output tracking control problem of a class of nonholonomic control system with model uncertainties is implemented by I/O linearization. A sliding mode controller is designed. When a suitable base for null space of the constraint matrix is selected, kinds of uncertainties or disturbances will obey the “matching conditions” and the I/O linearization can be realized by an appropriate output function. Finally a detained robust output tracking control law for a mobile robot is presented as an application example.

Key words mobile robot, matching condition, I/O linearization, variable structure control

1 引言

滑模控制是一种适用于系统存在不确定性或未建模动力学的鲁棒控制方法。它对参数误差和扰动具有鲁棒性且容易实现,因而经常应用于不确定系统特别是非线性不确定系统的控制问题^[1-3]。

非线性系统特别是具有不确定性的非线性系统,其滑动控制器的设计往往比较困难,一种可供选择的方法是定义一个适当的输出函数,当系统中的不确定项满足“匹配条件”时,可以实现系统的输入-输出线性化。进一步,当系统的内动态模型是有界输入有界稳定时(BIBS),则可在此线性化模型的基

础上方便地设计滑动控制器^[4]。

本文考虑一类具有参数或模型不确定性的非完整控制系统的输出跟踪问题,经过适当变换和输出函数的选择,可使某些不确定性(如质量、转动惯量、摩擦项等)满足“匹配条件”,从而实现输入-输出线性化。在此基础上设计的滑动控制器能克服上述不确定项的影响,具有良好的鲁棒性。最后以两轮驱动的移动机器人为例,验证了该方法的有效性。

2 非完整控制系统的一般形式

具有一阶非完整约束的非完整力学系统通常表示为

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + F(q) + G(q) + \tau_d =$$

$$B(q)T - A^T(q)\lambda$$

* 国家 863 计划项目(9805-19)

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (2)$$

其中, $q \in R^n$ 为系统状态向量, $M(q) \in R^{n \times n}$ 为对称正定矩阵, $V_m(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ 表示向心力和哥氏力项, $F(q) \in R^{n \times 1}$ 和 $G(q) \in R^{n \times 1}$ 分别表示表面摩擦项和重力项。对于平面移动机器人, $G(q) = 0$, τ_d 为有界的未知扰动和未建模动力学, $A(q) \in R^{m \times n}$ 为约束矩阵, $\lambda \in R^{m \times 1}$ 表示约束力, $B(q) \in R^{n \times r}$ 为输入变换矩阵, T 为控制输入向量。

选择一满秩矩阵 $S(q) = [S_1(q), \dots, S_{n-m}(q)]$ 为 $A(q)$ 零空间的一组基, $U = [U_1, \dots, U_{n-m}]$ 表示新的控制输入。经过相应变换, 系统(1), (2) 可写成

$$\begin{cases} q = S(q)U \\ \dot{U} = - (S^T MS)^{-1} S^T (MS + V_m S) U + \\ (S^T MS)^{-1} (-\bar{F} - \tau_d + S^T B T) \end{cases} \quad (3)$$

实际系统中经常存在一些变化的或不能精确测量的参数(如质量、转动惯量等), 以及难以确定的扰动项(表面摩擦等)。选择 $S(q)$ 使其不包含这些不确定项, 则式(3) 可写成

$$\begin{cases} \dot{q} = S(q)U \\ \dot{U} = f(q, U) + \Delta f(q, U) + \\ [G(q) + \Delta G(q)]T \end{cases} \quad (4)$$

3 输入-输出线性化和滑动跟踪控制器的设计

考虑一包含不确定项 $\Delta f(x, t)$ 和 $\Delta G(x)$ 的多输入-多输出非线性控制系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \Delta f(x, t) + \\ [G(x) + \Delta G(x)]u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (5)$$

如果不确定项满足“匹配条件”, 则存在状态变换(y, η) = $T(x)$ 和控制 $u = A^{-1}(v - b)$, 使系统(5) 可写成线性化子系统和内动态子系统的形式

$$\begin{cases} y^{(r)} = v + \Delta b + \Delta A A^{-1}(v - b) \\ \dot{\eta} = q(y, \eta) \end{cases} \quad (6)$$

为了设计不确定性系统(5) 的滑动跟踪控制器, 使得系统输出 $y = h(x)$ 跟踪给定轨迹 $y_d(t)$, 定义滑动函数

$$s = \begin{matrix} r-1 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} c_i e^{i-1} = 0$$

$$s \in R^2$$

其中, $e = y - y_d(t)$ 为跟踪误差, c_i 为使相应的特征多项式具有负实部的系数。根据滑动模到达条件 $s^T \dot{s} < 0$, 即

$$s^T (v + \Delta b + \Delta A A^{-1}(v - b) - y_d^{(r)} + \sum_{i=0}^{r-2} c_i e^{(i+1)}) < 0 \quad (7)$$

参照文献[5], 得到滑动控制器和增益为

$$u = A^{-1} [y_d^{(r)} - \sum_{i=0}^{r-2} c_i e^{(i+1)} - k s \operatorname{sgn}(s) - L_f^r h] \quad (8)$$

$$k = \frac{\Delta A A^{-1}(\bar{v} - \bar{b}) + \Delta \bar{b} + \mu}{1 - \Delta A A^{-1} \operatorname{sgn}(s)} \quad (9)$$

$$\mu > 0$$

4 应用举例

将该控制策略应用于两轮驱动移动机器人的轨迹跟踪问题。该移动机器人由两台直流伺服电机独立驱动, 其系统方程^[6] 可表示为

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \frac{1}{R}(T_1 + T_2) \cos\theta - \lambda \sin\theta \\ m\ddot{y} = \frac{1}{R}(T_1 + T_2) \sin\theta + \lambda \cos\theta \\ I_0 \ddot{\theta} = \frac{D}{R}(T_1 - T_2) \end{cases} \quad (10)$$

$$x \dot{\sin}\theta - y \dot{\cos}\theta = 0 \quad (11)$$

式(11) 为非完整约束, 系统(10) 和(11) 可写成类似于(1) 和(2) 的一般形式

$$M(q)\ddot{q} = B(q)T + A^T(q)\lambda \quad (12)$$

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (13)$$

其中

$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_0 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ D & -D \end{bmatrix}$$

约束矩阵 $A = [-\sin\theta \quad \cos\theta \quad 0]$, 驱动电机产生的控制力矩 $T = [T_1 \quad T_2]^T$ 。选择基向量 $S(q)$ 为

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

按上节方法可将系统表示为如下状态空间的形式

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\dot{U} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 1/m & 1/I_0 \\ D/m & -D/I_0 \end{bmatrix} T \quad (16)$$

其中 $U = [u_1, u_2]^T$ 是辅助控制向量。显然, 运动学方程 (15) 不含变化的参数 (如 R, m, I_0), 它们都包含在动力学方程 (16) 中。定义系统的输出函数为

$$\begin{cases} z_1 = x + h \cos \theta \\ z_2 = y + h \sin \theta \end{cases} \quad (17)$$

控制目标是: 在系统存在不确定性的情况下, 使输出函数 $z = h(x)$ 仍能跟踪给定轨迹。本文只讨论系统存在参数不确定性的情形。系统质量 m 由于负载的变化而经常改变, 转动惯量 I_0 不能精确测量, 车轮半径 R 由于与地面的摩擦而磨损, 其它如动静态摩擦项、未建模动力学等有界不确定项可类似处理。用 $\Delta R, \Delta m$ 和 ΔI_0 分别表示系统参数, 即车轮半径、质量和转动惯量的误差, 表示为 $x + \Delta x$ 的形式。因为

$$\frac{1}{x + \Delta x} = \frac{1}{x} \left(1 - \frac{\Delta x}{x} \right) \quad (18)$$

将参数误差表示成比率形式

$$\frac{\Delta R}{R} = \phi, \quad \frac{\Delta m}{m} = \varphi, \quad \frac{\Delta I_0}{I_0} = \gamma \quad (19)$$

式 (16) 中

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Rm} & \frac{1}{RI_0} \\ \frac{D}{Rm} & -\frac{D}{RI_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Rm} & \frac{1}{RI_0} \\ \frac{D}{Rm} & -\frac{D}{RI_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} T = [G + \Delta G] T \quad (20)$$

式中 $\epsilon = \phi - \phi_0$ 和 $\rho = \gamma - \gamma_0$ 为参数误差的组合。系统的输入-输出线性化结合式 (20) 表示成式 (5) 的形式

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \cdot u_1 u_2 - h \cos \theta \cdot u_2^2 \\ \cos \theta \cdot u_1 u_2 - h \sin \theta \cdot u_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta & -h \sin \theta \\ \sin \theta & h \cos \theta \end{bmatrix} (G + \Delta G) T = b + (A + \Delta A) T \quad (21)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -h \sin \theta \\ \sin \theta & h \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{Rm} & \frac{1}{RI_0} \\ \frac{D}{Rm} & -\frac{D}{RI_0} \end{bmatrix} \quad (22)$$

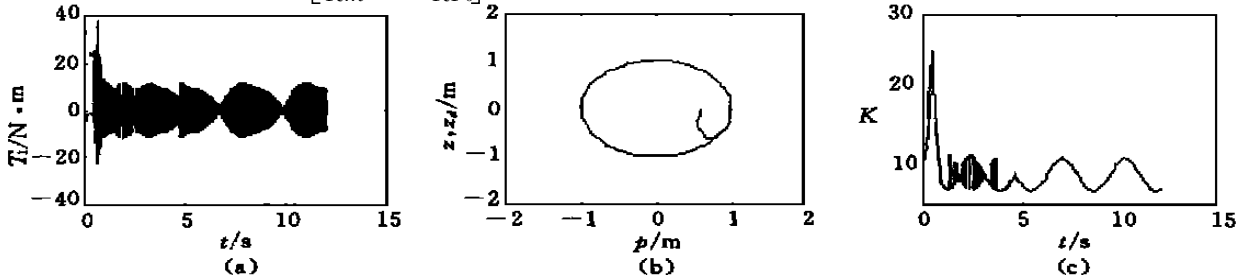


图 1 仿真结果

(a) 控制力矩 (b) 位置跟踪 (c) 时变增益 (下转第 608 页)

$$\Delta A =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -h \sin \theta \\ \sin \theta & h \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{Rm} & \frac{1}{RI_0} \\ \frac{D}{Rm} & -\frac{D}{RI_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$b = \begin{bmatrix} -\sin \theta \cdot u_1 u_2 - h \cos \theta \cdot u_2^2 \\ \cos \theta \cdot u_1 u_2 - h \sin \theta \cdot u_2^2 \end{bmatrix}, \quad \Delta b = 0 \quad (24)$$

由于矩阵 A 非奇异, 按第 3 节方法容易得到滑动控制器

$$T = A^{-1} [\ddot{y}_d - c_0(\dot{z} - \dot{y}_d) - k \operatorname{sgn}(s) - b] \quad (25)$$

5 仿真结果

假设已知参数误差的上界: $\Delta R_{\max} = 0.1R$, $\Delta m_{\max} = 0.5m$, $\Delta I_{\max} = 0.4I_0$ 。考虑参考轨迹

$$x_d(t) = \sin t, \quad y_d(t) = -\cos t \quad (26)$$

选择控制参数 $c_0 = 4, \mu = 1$, 给系统加入时变参数扰动

$$\begin{cases} \Delta R = 0.1R \sin(5t) \\ \Delta I = 0.3R \cos(2t) \\ \Delta m = 0.4m \end{cases} \quad (27)$$

数值仿真结果如图 1 所示。

6 结 论

本文提出一种基于输入-输出线性化的鲁棒控制方法。在系统模型存在参数扰动的情况下, 经过适当变换有可能使其满足“匹配条件”, 进而运用滑动控制方法设计出一种鲁棒控制器。仿真结果表明, 该控制器对参数扰动具有很好的鲁棒性, 其控制增益是时变的, 但控制输入有抖动。为克服控制抖动, 可进一步采用一些平滑方法, 如边界层、动态滑模控制、高阶滑模控制等。

3 结 论

本文采用输入-状态线性化方法,对 Rössler 系统的混沌行为实现了稳化和跟踪,理论分析与仿真结果相符,证实了该方法的有效性。该非线性控制方法的提出,为混沌系统的控制提供了一个新的途径。该控制方法具有如下优点: 1) 控制方法容易实现; 2) 能有效地实现系统的全局稳定; 3) 能对不稳定的平衡点和希望的周期进行稳态跟踪; 4) 最后设计的控制器需要的能量较小; 5) 对系统施加控制后收敛速度极快。

文献[5, 6]曾用输入-状态线性化方法对改进的 Lorenz 混沌系统进行控制,但得到的控制 u 是一种奇异控制;而本文的方法则避开了这种奇异控制。

参 考 文 献

- 1 刘式适,刘式达,谭本旭. 非线性大气动力学. 北京: 国防工业出版社, 1997
- 2 Rössler O E. An equation for continuous chaos. Phys Lett A, 1976, 57(5): 397~398
- 3 Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. Phys Lett A, 1992, 170(6): 421

~ 428

- 4 Slotine J J E, Li W. Applied nonlinear control. New Jersey: Prentice Hall, 1991
- 5 Fuh C C, Tung P C. Controlling chaos using differential geometric methods. Phys Rev Lett, 1995, 75(16): 2952~2955
- 6 Liaw Y M, Tung P C. Extended differential geometric method to control a noisy chaotic system. Phys Lett A, 1996, 222: 163~170

作 者 简 介

尹逊和 男, 1966年生。2000年在哈尔滨工业大学获博士学位,现为清华大学助理研究员。研究方向为非线性控制系统中的复杂现象,非线性控制,智能控制等。

薛月菊 女, 1969年生。1994年在昆明理工大学获硕士学位,现为哈尔滨工业大学博士研究生。研究方向为非线性控制系统中的复杂现象,非线性控制,智能控制等。

冯汝鹏 男, 1938年生。1964年毕业于哈尔滨工业大学,现为该校控制科学与工程系教授,博士生导师。研究方向为飞行器导航,制导与控制,非线性控制,智能控制等。

陈丽红 女, 1966年生。1988年在哈尔滨科学技术大学获学士学位,现为北京起重运输机械研究所工程师。研究方向为非线性控制。

(上接第 601 页)

参 考 文 献

- 1 胡跃明,徐建敏,李志权. 一类非线性受限系统的鲁棒输出跟踪及其在移动机器人中的应用. 控制理论与应用, 1996, 13(s): 27~30
- 2 Hakan Elamli, Nejat Olgac. Robust output tracking control of nonlinear MIMO systems via sliding mode technique. Automatica, 1992, 28: 145~151
- 3 李清湘,胡跃明,裴海龙,等. 移动机器人的鲁棒输出跟踪(英文). 控制理论与应用, 1998, 15(4): 515~524
- 4 Singh S S, A Iyer. Nonlinear decoupling sliding mode control and attitude control of spacecraft. IEEE Trans on Aerospace Electron Systems, 1989, 25: 621~633
- 5 Chang L W. A MIMO sliding control with a second order sliding condition. Texas: Asme Wam, 1990
- 6 Chih Chen Yih, Paul I Ro. Time optimal trajectories for

mobile robots with independently driven wheels. In: Int Conf on Robotics and Automation. Nagoya, 1995. 1360~1365

作 者 简 介

胡终须 男, 1968年生。1992在中南工业大学自动控制系获硕士学位,现为华南理工大学自动控制工程系博士研究生。研究兴趣为机器人控制,工业自动化等。

胡跃明 男, 1960年生。1991年在华南理工大学获博士学位,现为华南理工大学自动控制工程系教授,博士生导师。研究兴趣为非线性控制系统理论及应用,模式识别,机器人控制及非线性信号处理等。

毛宗源 男, 1936年生。1962年毕业于大连工学院,现为华南理工大学自动控制工程系教授,博士生导师。研究兴趣为工业自动化,智能控制等。