

Rossler 系统的混沌控制*

尹逊和

(清华大学电子工程系 北京 100084)

薛月菊 冯汝鹏

(哈尔滨工业大学惯导中心)

陈丽红

(北京起重运输机械研究所)

摘要 提出一种用输入-状态线性化来控制 Rossler 混沌系统的有效方法, 使该混沌系统实现了全局稳定(稳化)并能实现对原系统不稳定平衡点和周期信号的稳态跟踪。该方法的特点是通过状态变换将非线性动态特性全部变成线性动态特性, 从而可以应用熟知的线性控制方法。仿真结果证实了该方法的有效性。

关键词 混沌, 输入-状态线性化, 稳定, 稳态跟踪

分类号 TP 273

Controlling Chaotic Rossler System

Yin Xunhe

(Tsinghua University)

Xue Yueju, Feng Rupeng

(Harbin Institute of Technology)

Chen Lihong

(Beijing Institute of Handling Equipment and Transport Machinery)

Abstract An effective approach by using an input-state linearization method to control Rossler system is proposed. The proposed method can realize global stability and tracking not only to any unstable equilibrium point but also to desired periodic orbit of Rossler system. The idea of the method is to transform a nonlinear system dynamics into a linear one through state transform, so that well-known linear control techniques can be applied. Simulation results show the effectiveness of the method.

Key words chaos, input-state linearization, stabilization, steady tracking

1 引言

Lorenz 在研究大气热对流时发现所得的由 3 个一阶自治非线性微分方程组成的方程组, 会产生奇特的混沌现象^[1]。Rossler 对该方程组进行简化, 得到了只含一个非线性项且能产生混沌运动的最简方程组, 这就是著名的 Rossler 混沌系统^[2]。

Pyragas^[3]研究了 Rossler 系统的控制问题, 用外力控制及延迟反馈控制两种方法, 使该系统吸引子中不稳定周期轨道实现了稳化。此后提出的延迟反馈的扩展方法也是研究不稳定周期轨道的稳化问题。但对于如何将系统控制到稳态(平衡态)的问题, 尚未见报道。本文将非线性控制理论中输入-状态线

性化的方法用于 Rossler 混沌系统的控制, 可使混沌的所有非线性特性保存下来, 而没有任何近似。所采用的控制方法不仅能将 Rossler 系统控制到稳态, 而且能实现对原系统不稳定平衡点以及周期轨道的跟踪。仿真结果证实了该方法的有效性。

对于一个无控的混沌非线性系统

$$\dot{x} = f(x) \quad (1)$$

加入一个控制 u 后, 可以表示成单输入非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2)$$

其中 $x \in R^n$, $u \in R^1$ (在许多情况下, 这种分解是可能的), $g(x)$ 和 $f(x)$ 为 R^n 上的平滑向量场。如果 R^n 中存在一个区域 Ω 一个微分同胚 $\phi: \Omega \rightarrow R^n$, 以及一个反馈控制律

$$u = \alpha(x) + \beta(x)U \quad (3)$$

使得新的状态变量 $z = \phi(x)$ 和新的输入 U 满足线性

* 黑龙江省自然科学基金项目(F9811)

1999-08-20 收稿, 1999-12-16 修回

定常关系

$$\dot{z} = Az + bU \quad (4)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

则该系统是输入-状态可线性化的。新状态 z 称为线性化状态,新控制律(3)称为线性化控制律。

定理 1^[4] 对于非线性系统(2) (其中 $g(x)$ 和 $f(x)$ 为平滑向量场),当且仅当存在一个区域 Ω 使得下列条件成立时,则该非线性系统是输入-状态可线性化的。

1) 向量场 $\{g, \text{ad}_f g, \dots, \text{ad}_f^{n-1} g\}$ 在 Ω 内线性无关;

2) 集合 $\{g, \text{ad}_f g, \dots, \text{ad}_f^{n-1} g\}$ 在 Ω 内是对合的。

在进行输入-状态线性化时,第一个状态 z_1 应满足

$$\begin{cases} \nabla z_1 \text{ad}_f^i g = 0, & i = 0, 1, \dots, n-2 \\ \nabla z_1 \text{ad}_f^{n-1} g = 0 \end{cases} \quad (6)$$

新的状态变换为

$$z(x) = [z_1, L_f z_1, \dots, L_f^{n-1} z_1]^T$$

而输入变换(3)中

$$\begin{cases} \alpha(x) = -\frac{L_f^n z_1}{L_g L_f^{n-1} z_1} \\ \beta(x) = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} z_1} \end{cases} \quad (7)$$

2 控制 Rossler 系统中的混沌

2.1 输入-状态线性化方法

Rossler 系统的数学模型是用一阶微分方程组描述的,即

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_3 \\ \dot{x}_2 = x_1 + 0.2x_2 \\ \dot{x}_3 = x_3(x_1 - 5.7) + 0.2 \end{cases} \quad (8)$$

随着过程的演化,方程组(8)的三维状态空间轨迹为 Rossler 系统确定了一个“奇怪吸引子”,基于这个吸引子的运动描绘了一个复杂特性。Rossler 系统的相轨迹有如下特点:

1) 所有轨迹既不是稳定的,也不是不稳定的;

2) 所有轨迹都最后局限于有限的范围内。

在式(8)的第3个方程的右端增加一个控制输入 u ,

便得到一个受控的 Rossler 系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_3 \\ \dot{x}_2 = x_1 + 0.2x_2 \\ \dot{x}_3 = x_3(x_1 - 5.7) + 0.2 + u \end{cases} \quad (9)$$

下面用输入-状态线性化方法使 Rossler 系统收敛于原点(0, 0, 0),即实现系统的稳化。

1) 对应于受控 Rossler 系统(9)的矢量场 f 和 g 为

$$\begin{aligned} f &= [-x_2 - x_3, x_1 + 0.2x_2, \\ &\quad 0.2 + x_3(x_1 - 5.7)]^T \\ g &= [0, 0, 1]^T \end{aligned}$$

2) 检验能控性和对合条件。由计算得到: 矢量场 $\{g, \text{ad}_f g, \text{ad}_f^2 g\}$ 的秩为3,在 R^3 内线性无关,且其中任意两个向量的李括号均可用集中的向量线性表示,它构成一个对合集,因此系统(9)是输入-状态可线性化的。

3) 由计算得到状态变换 $z = z(x)$ 为

$$\begin{cases} z_1 = x_1 \\ z_2 = L_f z_1 = -x_2 - x_3 \\ z_3 = L_f^2 z_1 = -(x_1 + 0.2x_2) - \\ \quad (0.2 + x_3(x_1 - 5.7)) \end{cases} \quad (10)$$

相应的输入变换为

$$\begin{aligned} u &= (U - L_f^3 z_1) / (L_g L_f^2 z_1) = \\ &= \{U - [(1 + x_3)(x_2 + x_3) - \\ &\quad 0.2(x_1 + 0.2x_2) - \\ &\quad x_1(0.2 + x_3(x_1 - 5.7))]\} / (-x_1) \end{aligned} \quad (11)$$

由上述状态变换与输入变换的结果,最终得到一组线性微分方程

$$\dot{z}_1 = z_2, \quad \dot{z}_2 = z_3, \quad \dot{z}_3 = U \quad (12)$$

这样便完成了输入-状态线性化。由线性控制理论知,只要系统(12)的所有极点具有负实部,那么该系统就是稳定的。不失一般性,将3个极点均配置在-2处,则反馈控制律为

$$U = -8z_1 - 12z_2 - 6z_3 \quad (13)$$

与控制律(13)相应的原控制输入(12)为

$$\begin{aligned} u &= \\ &= \{-8z_1 - 12z_2 - 6z_3 - \\ &= [(1 + x_3)(x_2 + x_3) - \\ &= 0.2(x_1 + 0.2x_2) - \\ &= x_1(0.2 + x_3(x_1 - 5.7))]\} / (-x_1) = \\ &= \{-8x_1 + (11 - x_3)(x_2 + x_3) + \\ &= 5.8(x_1 + 0.2x_2) - (6 - x_1)(0.2 + \\ &= x_3(x_1 - 5.7))\} / (-x_1) \end{aligned} \quad (14)$$

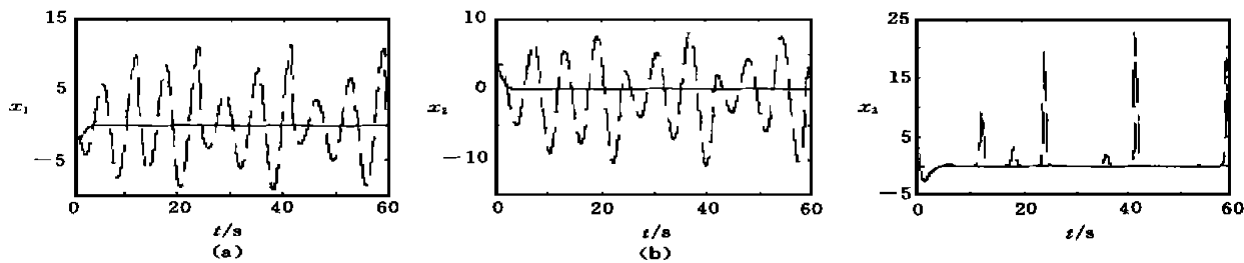


图 1 Rossler 系统及稳化后的状态响应

(a) x_1 的状态响应 (b) x_2 的状态响应 (c) x_3 的状态响应

2.2 一种改进的输入-状态线性化方法

为使系统稳化, 应存在如下关系: 当 $t \rightarrow \infty$ 时,

$x_1, x_2, x_3 \rightarrow 0$, 但由式 (14) 知, 此时控制 $|u| \rightarrow \infty$, 这意味着由式 (14) 给出的控制器需要无穷大的能量。这是一种奇异控制, 在实际中不可能使用。为了避开这种情况, 可以选择一种比较特殊的线性化状态变换式, 即取

$$\begin{cases} w_1 = x_1 \\ w_2 = x_2 \\ w_3 = x_2 + x_3 \end{cases} \quad (15)$$

则得到一组微分方程

$$\begin{cases} \dot{w}_1 = -w_3 \\ \dot{w}_2 = w_1 + 0.2w_2 \\ \dot{w}_3 = x_1 + 0.2x_2 + x_3(x_1 - 5.7) + 0.2 + u \end{cases} \quad (16)$$

取控制律

$$u = \eta - [x_1 + 0.2x_2 + x_3(x_1 - 5.7) + 0.2] \quad (17)$$

可用来抵消式 (16) 中的非线性, 其中 η 是待设计的等效输入(相当于式(11) 中的 u , 等效的含义是只要确定出 η, u 也就确定, 反之亦然)。于是可得到线性的输入-状态关系为

$$\begin{cases} \dot{w}_1 = -w_3 \\ \dot{w}_2 = w_1 + 0.2w_2 \\ \dot{w}_3 = \eta \end{cases} \quad (18)$$

因此, 通过状态变换(15) 和输入变换(17), 将用原输入 u 去稳定原非线性动态系统(9) 的问题, 转变成用输入 η 来稳定动态系统(18) 的问题。可以证明, 动态系统(18) 是线性和能控的。采用线性状态反馈控制律

$$\eta = k_1w_1 + k_2w_2 + k_3w_3$$

同样, 仍把 3 个极点均配置在 -2 处, 则反馈控制律

为

$$\eta = 13.24w_1 + 10.648w_2 - 6.2w_3 - 3 \quad (19)$$

得到的闭环动态系统

$$\begin{cases} \dot{w}_1 = -w_3 \\ \dot{w}_2 = w_1 + 0.2w_2 \\ \dot{w}_3 = 13.24w_1 + 10.648w_2 - 6.2w_3 \end{cases} \quad (20)$$

是稳定的。与控制律(19) 相应的原控制输入(18) 为

$$\begin{aligned} u = & 13.24w_1 + 10.648w_2 - 6.2w_3 - \\ & [x_1 + 0.2x_2 + x_3(x_1 - 5.7) + 0.2] = \\ & 12.24w_1 + 10.448w_2 - 6.2w_3 - \\ & (w_3 - w_2)(w_1 - 5.7) - 0.2 = \\ & 12.24x_1 + 4.243x_2 - \\ & x_3(x_1 - 5.7) - 0.2 \end{aligned} \quad (21)$$

由式(21) 得到的控制 u 所需要的能量是有限的, 因为当 $t \rightarrow \infty$, 即 $x_1, x_2, x_3 \rightarrow 0$ 时, 控制 $|u| \rightarrow 0.2$, 这才是我们所需要的控制。

原状态 x 由 w 给出为

$$\begin{cases} x_1 = w_1 \\ x_2 = w_2 \\ x_3 = w_3 - w_2 \end{cases} \quad (22)$$

由于闭环动态系统(20) 是稳定的, w_1, w_2, w_3 均收敛于零, 故原状态 x 也收敛于零, 且是全局收敛的。因为微分同胚 $w(x)$ 和输入状态变换(17) 都是处处有定义的, 所以输入-状态线性化是全局性的。

该结论的仿真结果如图 1 所示。图中实线是对混沌系统施加控制(21) 后的状态响应, 3 个状态变量均收敛于零, 即受控的 Rossler 系统是稳定的; 虚线是原混沌系统的状态响应。显然, 仿真结果与理论分析是一致的。输入-状态线性化不仅能实现系统的稳化, 而且可以实现对系统不稳定平衡点和周期行为的跟踪。限于篇幅, 仿真结果不再给出。

3 结 论

本文采用输入-状态线性化方法,对 Rössler 系统的混沌行为实现了稳化和跟踪,理论分析与仿真结果相符,证实了该方法的有效性。该非线性控制方法的提出,为混沌系统的控制提供了一个新的途径。该控制方法具有如下优点: 1) 控制方法容易实现; 2) 能有效地实现系统的全局稳定; 3) 能对不稳定的平衡点和希望的周期进行稳态跟踪; 4) 最后设计的控制器需要的能量较小; 5) 对系统施加控制后收敛速度极快。

文献[5, 6]曾用输入-状态线性化方法对改进的 Lorenz 混沌系统进行控制,但得到的控制 u 是一种奇异控制;而本文的方法则避开了这种奇异控制。

参 考 文 献

- 1 刘式适,刘式达,谭本旭. 非线性大气动力学. 北京: 国防工业出版社, 1997
- 2 Rössler O E. An equation for continuous chaos. Phys Lett A, 1976, 57(5): 397~398
- 3 Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. Phys Lett A, 1992, 170(6): 421

~ 428

- 4 Slotine J J E, Li W. Applied nonlinear control. New Jersey: Prentice Hall, 1991
- 5 Fuh C C, Tung P C. Controlling chaos using differential geometric methods. Phys Rev Lett, 1995, 75(16): 2952~2955
- 6 Liaw Y M, Tung P C. Extended differential geometric method to control a noisy chaotic system. Phys Lett A, 1996, 222: 163~170

作 者 简 介

尹逊和 男, 1966年生。2000年在哈尔滨工业大学获博士学位,现为清华大学助理研究员。研究方向为非线性控制系统中的复杂现象,非线性控制,智能控制等。

薛月菊 女, 1969年生。1994年在昆明理工大学获硕士学位,现为哈尔滨工业大学博士研究生。研究方向为非线性控制系统中的复杂现象,非线性控制,智能控制等。

冯汝鹏 男, 1938年生。1964年毕业于哈尔滨工业大学,现为该校控制科学与工程系教授,博士生导师。研究方向为飞行器导航,制导与控制,非线性控制,智能控制等。

陈丽红 女, 1966年生。1988年在哈尔滨科学技术大学获学士学位,现为北京起重运输机械研究所工程师。研究方向为非线性控制。

(上接第 601 页)

参 考 文 献

- 1 胡跃明,徐建敏,李志权. 一类非线性受限系统的鲁棒输出跟踪及其在移动机器人中的应用. 控制理论与应用, 1996, 13(s): 27~30
- 2 Hakan Elamli, Nejat Olgac. Robust output tracking control of nonlinear MIMO systems via sliding mode technique. Automatica, 1992, 28: 145~151
- 3 李清湘,胡跃明,裴海龙,等. 移动机器人的鲁棒输出跟踪(英文). 控制理论与应用, 1998, 15(4): 515~524
- 4 Singh S S, A Iyer. Nonlinear decoupling sliding mode control and attitude control of spacecraft. IEEE Trans on Aerospace Electron Systems, 1989, 25: 621~633
- 5 Chang L W. A MIMO sliding control with a second order sliding condition. Texas: Asme Wam, 1990
- 6 Chih Chen Yih, Paul I Ro. Time optimal trajectories for

mobile robots with independently driven wheels. In: Int Conf on Robotics and Automation. Nagoya, 1995. 1360~1365

作 者 简 介

胡终须 男, 1968年生。1992在中南工业大学自动控制系获硕士学位,现为华南理工大学自动控制工程系博士研究生。研究兴趣为机器人控制,工业自动化等。

胡跃明 男, 1960年生。1991年在华南理工大学获博士学位,现为华南理工大学自动控制工程系教授,博士生导师。研究兴趣为非线性控制系统理论及应用,模式识别,机器人控制及非线性信号处理等。

毛宗源 男, 1936年生。1962年毕业于大连工学院,现为华南理工大学自动控制工程系教授,博士生导师。研究兴趣为工业自动化,智能控制等。