

基于广义无源的输入非仿射系统的 H 控制律设计*

胡中骥 施颂椒 翁正新
(上海交通大学自动化研究所 200030)

摘要 基于动态耗散的一般理论,提出了具有任意非线性输入端的非线性系统的一种新的控制器设计方法。该方法解决了以下两个问题:1)当系统严格广义无源时,设计非线性输出反馈使闭环系统稳定;2)当系统非广义严格无源时,设计同时具有状态反馈和输出反馈的双闭环控制器,使得闭环系统内稳且具有 H^∞ 干扰衰减。对于线性系统,所设计的问题转化为对 LMI 和 ARE 的求解问题。

关键词 无源性,耗散性,输出反馈, H^∞ 控制,线性矩阵不等式
分类号 TP 27

H Controller Design for Systems with Nonaffine Input Based on Generalized Passivity

Hu Zhongji, Shi Songjiao, Weng Zhengxin
(Shanghai Jiaotong University)

Abstract Based on dissipative dynamical systems theory, a new controller design approach has been developed for nonlinear systems with absolute nonlinear block at the input terminal. Two problems are considered. One is the stabilization problem of a strictly left- K passive system with a special modified nonlinear output feedback. The other is the H^∞ stabilization problem. In this case, state feedback and output feedback are simultaneously employed to make the biloop system be internally stable and to guarantee disturbance attenuation. For linear systems, the above problems were converted to the problems of solving LMI and ARE.

Key words passivity, dissipativity, output feedback, H^∞ control, linear matrix inequality

1 引言

在工业控制系统中,如何补偿执行机构的非线性特性,使得闭环系统稳定,已有一些基于小增益定理和正实定理的结果^[1-3]。而根据动态耗散理论^[4,5],前述两个定理可以统一起来,并且系统正实性与无源性密切相关。但由于以下因素使得上述结果有待于进一步研究:1)一般定义的无源性利用的仅是输入输出各通道可解耦时的信息;2)考虑的执行机构的非线性不具一般性;3)当执行机构的非线性特性已知或非线性环节的输出可量测时,往往没

有充分利用这一信息来减少控制器设计的保守性。

本文考虑了比文献[3]更为广泛的一类具有可分离任意非线性输入端的非线性系统模型,通过引入广义无源性概念和基于微分对策理论,采用双闭环控制器,提出了系统闭环稳定且具有 H^∞ 干扰衰减的一般性控制器设计方法。

2 问题描述和预备知识

考虑如下输入仿射的非线性系统 Σ

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g_1(x)u + g_2(x)w \\ y = h_1(x) + d_1(x)u + d_12(x)w \\ z = h_2(x) + d_{21}(x)u + d_2(x)w \end{cases}$$

* 1998-12-08 收稿,1999-05-12 修回

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g_1(x)\delta(u) + g_2(x)w \\ y = h_1(x) + d_1(x)\delta(u) + d_{12}(x)w \\ z = h_2(x) + d_{21}(x)\delta(u) + d_2(x)w \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x \in R^n$ 为系统状态, $u \in R^{n_u}$ 为控制输入, $w \in R^{n_w}$ 为外部干扰输入, $y \in R^{n_y}$ 为量测变量, $z \in R^{n_z}$ 为代价变量; $g_1, g_2, d_1, d_2, d_{12}, d_{21}$ 为光滑矩阵函数。当系统无源时, 根据正实定理, 可以设计如下线性输出反馈 Σ_c , 使得闭环系统稳定。

$$\Sigma_c: \begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c y \\ u = -(C_c x_c + D_c y) \end{cases} \quad (2)$$

在工程领域, 往往存在非线性执行机构 $\delta(u)$: $R^{n_u} \rightarrow R^{n_u}$, 如果把它看作系统可分离输入端, 则系统变为 Σ 。此时, Σ 与输出反馈 Σ_c 形成的闭环系统不一定保持稳定。如果 $\delta(u)$ 的函数式已知或 $\delta(u)$ 的输出信号可量测, 则可尝试在 Σ_c 的输入端加入某一形式的非线性环节 $\beta(u)$, 对 $\delta(u)$ 加以补偿, 使得闭环系统仍保持稳定。此时, 控制器 Σ_c 变为 Σ' , 闭环系统如图 1 所示。

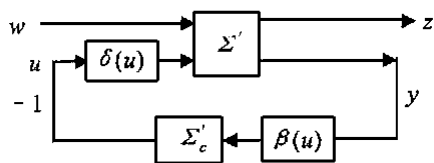


图 1 闭环系统结构

另一方面, 一般的无源性定义只适用于输入-输出可解耦的系统, 要利用系统的非解耦信息, 就必须对无源性概念加以扩展。因而可应用一般动态耗散理论引入如下定义:

定义 1^[5] 设 Σ 为一动态系统, $X \in R^n, U \in R^{n_u}, Y \in R^{n_y}$ 分别为其状态空间、输入空间和输出空间集。如果存在非负函数 $V: X \rightarrow R$ 和函数 $w: U \times Y \rightarrow R$, 使得对 $\forall t_1 > t_0$, 有

$$V(x(t_1)) - V(x(t_0)) \leq \int_{t_0}^{t_1} w(u(s), y(s)) ds$$

则称 Σ 是供应率为 $w(u, y)$ 的动态耗散系统, 非负函数 $V(x)$ 称为储存函数。当存在某一正定函数 $Q: R^n \rightarrow R$, 使得

$$V(x(t_1)) - V(x(t_0)) \leq \int_{t_0}^{t_1} [w(u(s), y(s)) - Q(x(s))] ds$$

则称系统 Σ 是严格耗散的。如果系统 Σ 是供应率为 $w(u, y) = y^T u$ 的(严格)耗散系统, 且储存函数满足 $V(0) = 0$, 则称系统 Σ 是(严格)无源的。

定义 2 设 $K \in R^{n_y \times n_u} [R^{n_u \times n_y}]$, 如果系统 Σ 是供应率为 $w(u, y) = y^T K u [(K y)^T u]$ 的(严格)耗散系统, 且储存函数满足 $V(0) = 0$, 则称系统是前(后) K (严格)无源的。如果供应率为 $w(u, y) = (K_2 y)^T K_1 u$, 其中 $K_1 \in R^{m \times n_u}, K_2 \in R^{m \times n_y}$, 则称系统 Σ 是 (K_1, K_2) (严格)无源的。

注 1 1) 系统后 K 无源等价于系统前 K^T 无源; 系统 (K_1, K_2) 无源等价于系统前 $K_1^T K_1$ 无源。2) 对于系统前 K 无源, 当 K 为对角阵时, 对应于系统输入输出各通道可解耦情况下的无源性信息; 当 K 不为对角阵时, 对应于系统输入输出各通道不可解耦情况下的无源性信息。3) 对于系统前 K 无源, 当 K 对称时, 称为对称无源。此时 (u_i, y_i) 对就能提供的无源性信息而言, 与 (w, y_i) 对一样。当 $K = I$ 时, 即一般的无源性定义。

定义 3 对动态系统 Σ , 设 $K \in R^{n_y \times n_u}, K_c \in R^{n_u \times n_y}$ 为适维矩阵, 如果对系统任意输入 u , 系统输出 y 满足 $y^T (K \delta(u) - \beta^T(u) K_c^T u) = 0$, 则称系统对 (K, K_c) 具有 (δ, β) 补偿。如果 y 满足 $y^T (K \delta(u) - \beta^T(u) K_c^T u) = 0$, 则称系统对 (K, K_c) 具有 (δ, β) 无损补偿。

在定义 3 中, 考察当 $\delta(u)$ 给定时如何构造 $\beta(u)$, 使得系统对 (K, K_c) 具有 (δ, β) 补偿。仿照文献[3], 可令 $\beta(u)$ 为对角阵, 即

$$\beta(u) = \text{Diag}(\beta_1(u), \beta_2(u), \dots, \beta_{n_y}(u))$$

定义如下函数集

$$\Delta = \{ \delta: R^{n_u} \rightarrow R^{n_u} \mid \text{当 } (K_c^T u)_i = 0 \text{ 时 } (K \delta(u))_i = 0, i = 1, 2, \dots, n_y \}$$

则对 $\forall \delta(u) \in \Delta$, 可以设计 $\beta(u)$, 使得 $K \delta(u) - \beta^T(u) K_c^T u = 0$, $\beta(u)$ 取值如下

$$\beta(u) = \begin{cases} (K \delta(u))_i / (K_c^T u)_i, & (K_c^T u)_i \neq 0 \\ \text{任意}, & (K_c^T u)_i = 0 \end{cases} \quad (3)$$

3 主要结果

3.1 输出反馈镇定

考虑系统镇定问题时, 先令系统 Σ 中 $w = 0$, 从而有如下定理:

定理 1 系统 Σ 具有 C^1 储存函数且前 K 严格无源的充要条件为: 存在 C^1 非负函数 $V: R^n \rightarrow R$, 正

定函数 $Q(x) : R^n \rightarrow R$, 函数 $l(x) : R^n \rightarrow R^q$, $w(x) : R^n \rightarrow R^{q \times m}$ (对某个整数 q), 使得

$$\begin{cases} V_x f = -\frac{1}{2} l^T l - Q \\ V_x g_1 - h^T K = -l^T w \\ d_1^T K + K^T d_1 = w^T w \end{cases} \quad (4)$$

仿照文献[6]定理1, 易证。

注2 如果以下严格非线性矩阵不等式 (MLMI) 成立^[7], 则系统 Σ 前 K 严格无源。

$$\begin{bmatrix} V_x f & V_x g_1 - h^T K \\ g^T V_x - K h^T & -(d_1^T K + K^T d_1) \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

定理2^[8] 系统 Σ_c 前 K_c 严格无源的充要条件为: 存在正数 $\epsilon \in R$, 正定矩阵 $P_c \in R^{n_c \times n_c}$, 适维矩阵 $L_c \in R^{n_c \times q_c}$, $W_c \in R^{n_c \times q_c}$ (对某个正整数 q_c), 使得 $V_c = x_c^T P_c x_c$ 为储存函数, 且有

$$\begin{cases} P_c A_c + A_c^T P_c = -L_c^T L_c - \epsilon P \\ P_c B_c - C_c^T K_c = -L_c^T W_c \\ D_c^T K_c + K_c^T D_c = W_c^T W_c \end{cases} \quad (6)$$

注3 当如下严格线性矩阵不等式 (LMI) 成立时, 系统 Σ_c 前 K_c 严格无源。

$$\begin{bmatrix} P_c A_c + A_c^T P_c & P_c B_c - C_c^T K_c \\ B_c^T P_c - K_c^T C_c & -(D_c^T K_c + K_c^T D_c) \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

在以下各定理中, 均假定系统 Σ_c 已设计好, 且为前 K_c 严格无源。

定理3 设系统 Σ 中子系统 Σ_c 前 K_c 严格无源, $\delta(u) \in \Delta$, 则存在输出反馈控制器如式(2) Σ_c , 使得闭环系统渐近稳定, 其中 $\beta(u)$ 按式(3)取值。

证明 由系统 Σ 和 Σ_c 分别前 K , 前 K_c 严格无源可知, 分别存在储存函数 $V(x)$, $V_c(x_c)$ 和两正定函数 $Q(x)$, $Q_c(x_c)$, 使得

$$\begin{aligned} & V(x(t_1)) - V(x(t_0)) \\ & - \int_{t_0}^{t_1} y^T(s) K \delta(u(s)) ds - \int_{t_0}^{t_1} Q(x(s)) ds \\ & V_c(x_c(t_1)) - V_c(x_c(t_0)) \\ & - \int_{t_0}^{t_1} u^T(s) K_c^T \beta(u(s)) y(s) ds - \int_{t_0}^{t_1} Q_c(x_c(s)) ds \end{aligned}$$

令 $\Phi(x(t), x_c(t)) = V(x(t)) + V_c(x_c(t))$

则有

$$\begin{aligned} & d\Phi(x(t), x_c(t))/dt \\ & - Q(x(t)) - Q_c(x_c(t)) + y^T(t)(K \delta(u(t)) - \\ & \beta^T(u(t)) K_c u(t)) \\ & - Q(x(t)) - Q_c(x_c(t)) = 0 \end{aligned}$$

根据 Lasalle 定理, 知闭环系统渐近稳定。(证毕)

推论1 设对系统 Σ , 存在 C 非负函数, 满足矩

阵不等式(5)且 $\delta(u) \in \Delta$, 则存在输出反馈控制器如式(2) Σ_c , 使得闭环系统渐近稳定, 其中 $\beta(u)$ 按式(3)取值。

推论2 对如下线性系统

$$\Sigma_l: \dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx + Du$$

如果存在正定矩阵 $P > 0$ 和适维矩阵 K , 使得如下线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P & PB - C^T K \\ B^T P - K^T C & -(D^T K + K^T D) \end{bmatrix} < 0$$

成立, 则如式(2) Σ_c 的输出反馈控制器可使 Σ_l 和 Σ_c 组成的闭环系统渐近稳定, 其中 $\beta(u)$ 按式(3)取值。

3.2 输出反馈 H^∞ 干扰衰减

首先给出如下约定。所谓系统 Σ 内稳且具有 H^∞ 干扰衰减系数 γ ($1 > \gamma > 0$) 是指:

- 1) 当 $w = 0$ 时, 系统在平衡点 $x(t) = 0$ 渐近稳定;
- 2) 当 $x(0) = 0$ 时, 对 $\forall t \geq 0, \forall w \in L_2[0, +\infty)$, 有

$$\int_0^t (z^T(s)z(s) - \gamma^2 w^T(s)w(s)) ds \leq 0$$

定义4 对动态系统 Σ , 如果存在非负函数 $V : X \rightarrow R$ 和适维矩阵 K , 使得对 $\forall t_1 \geq t_0, \forall w \in L_2[0, +\infty)$, 有

$$\begin{aligned} & V(x(t_1)) - V(x(t_0)) \\ & - \int_{t_0}^{t_1} (y^T(s)Ku(s) + \lambda^2 w^T(s)w(s) - z^T(s)z(s)) ds \end{aligned}$$

则称 Σ 为 L_2 前 K 无源。当存在某一正定函数 $Q : R^n \rightarrow R$, 使得

$$\begin{aligned} & V(x(t_1)) - V(x(t_0)) \\ & - \int_{t_0}^{t_1} [y^T(s)Ku(s) - \lambda^2 w^T(s)w(s) - \\ & z^T(s)z(s) - Q(x(s))] ds \end{aligned}$$

则称系统 Σ 是 L_2 前 K 严格无源的。

为简化起见, 假定非线性系统 Σ 和线性系统 Σ_c 具有以下形式, 且其相应的输入仿射系统分别为 Σ 和 Σ_c 。

$$\begin{cases} \Sigma: \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g_1(x)\delta(u) + g_2(x)w \\ y = h_1(x) + d_1(x)w \\ z = h_2(x) + d_2(x)\delta(u) \end{cases} \\ \Sigma_c: \begin{cases} \dot{x} = Ax + B\delta(u) + B_w w \\ y = C_1 x + D_1 w \\ z = C_2 x + D_2 \delta(u) \end{cases} \end{cases}$$

定理4 对非线性系统 Σ , 如果存在非负函数 $V : X \rightarrow R$, 某一正定函数 $Q(x) : R^n \rightarrow R$ 和适维矩阵

K , 使得:

1) 矩阵函数

$$R(x) = d_2^T(x)d_2(x) + \frac{1}{4\lambda}K^T d(x)d^T(x)K > 0 \quad (8)$$

2) 如下 Hamilton-Jacobi Equality 等式成立

$$V_x f(x) + h_2^T(x)h_2(x) + \frac{1}{4\lambda^2}V_x g_2(x)g_2^T(x)V_x^T - M^T(x)R^{-1}M(x) = -Q(x) \quad (9)$$

$$M^T(x) = \frac{1}{2}V_x g_1(x) - \frac{1}{2}h_1^T(x)K + h_2^T(x)d_2(x) - \frac{1}{4\lambda^2}V_x g_2(x)d_1^T(x)K \quad (10)$$

则存在状态反馈 $u = -R^{-1}(x)M(x)$, 使得闭环系统 L_2 前 K 严格无源。

证明略。

定理 5 设系统 Σ 中子系统 Σ' 为 L_2 前 K 严格无源, $\delta(u) \in \Delta$, 则存在输出反馈控制器如式(2) Σ_c , 使得闭环系统内稳且具有 H 干扰衰减系数 γ , 其中 $\beta(u)$ 按式(3) 取值。

由以上二定理易得如下推论:

推论 3 对非线性系统 Σ , 如果存在非负函数 $V(x): X \rightarrow R$, 某一正定函数 $Q(x): R^n \rightarrow R$ 和适维矩阵 K , 使得式(8) ~ (10) 成立, 则存在内环状态反馈 $u = -R^{-1}(x)M(x)$ 和外环输出反馈如式(2) Σ_c , 使得双闭环系统内稳且具有 H 干扰衰减系数 γ 。

注 4 以上状态反馈用于使得图 2 内环 L_2 前 K 无源, 外环输出反馈用于补偿非线性环节 $\delta(u)$ 的作用, 从而使系统内稳。

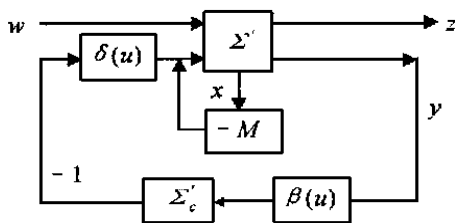


图 2 状态反馈使系统内稳

下面给出系统为 Σ 时, 采用双闭环控制器进行 H 干扰衰减设计的相应结果。

定理 6 对线性系统 Σ , 如果存在正实数 ϵ , 适维矩阵 K , 正定矩阵 $P, Q > 0$, 使得

$$\frac{1}{4\lambda}K^T D_1 D_1^T K + D_2^T D_2 = R > 0$$

且满足如下 Riccati 方程

$$PA + A^T P + C_2^T C_2 + \frac{1}{\lambda^2} P B_w B_w^T P - M^T R^{-1} M = -\epsilon Q \quad (11)$$

$$M^T = PB - \frac{1}{2} C_1^T K + C_2^T D_2 - \frac{1}{2\lambda^2} P B_w D_1^T K \quad (12)$$

则存在状态反馈 $u = -R^{-1}Mx$, 使得闭环系统 L_2 前 K 严格无源。

证明略。

推论 4 对线性系统 Σ , 如果存在正实数 ϵ , 适维矩阵 K , 正定矩阵 $P, Q > 0$, 使得

$$\frac{1}{4\lambda}K^T D_1 D_1^T K + D_2^T D_2 = R > 0$$

且满足 Riccati 方程(11), (12), 则存在内环状态反馈 $u = -R^{-1}Mx$ 和外环输出反馈如式(2) Σ_c , 使得双闭环系统内稳且具有 H 干扰衰减系数 γ 。

4 结 论

对于具有可分离输入端的非线性系统, 本文基于动态耗散理论, 提出一种新的反馈设计方法。当非线性系统是前 K 严格无源时, 可直接采用非线性状态反馈来补偿, 使得闭环系统渐近稳定。如果非线性系统不是无源的, 则可通过同时采用状态反馈和输出反馈来设计控制器。该方法的具体应用和相应的鲁棒 H 控制问题还有待于进一步研究。

参 考 文 献

- 1 Haddad W M, Bernstein D S. Robust stabilization with positive real uncertainty: Beyond the small gain theorem. Sys Contr Lett, 1991, 17(3): 191 ~ 208
- 2 Haddad W M, Bernstein D S. Explicit construction of quadratic Lyapunov functions for the small gain, passivity, circle and Popov theorems and their application to robust stability—Part I: Continuous-time theory. Int J Robust and Nonlinear Control, 1993, 3: 313 ~ 339
- 3 Bernstein D S, Haddad W M, Nonlinear controllers for positive real systems with arbitrary input nonlinearities. IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39(7): 1513 ~ 1517
- 4 Willems J C. Dissipative dynamical systems - Part I: General theory. Arch Rat Mech Anal, 1972, 45(5): 321 ~ 351

(下转第 548 页)

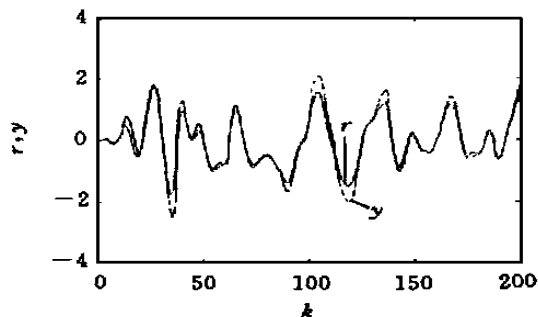


图6 直接自适应控制

线性系统, 本文提出一种频域逆系统补偿器设计方法。首先离线辨识系统的广义频率响应函数, 然后计算出系统三阶逆的广义频率响应函数, 最后通过逆快速傅立叶变换在时域实现补偿器, 该补偿器并不可能将系统的非线性因素完全补偿, 但补偿后的系统性能更加接近线性系统。对补偿后的复合系统, 可以采用各种线性系统自适应控制方法进行控制。仿真实验中采用了模型参考自适应控制的方法, 其结果表明了补偿器的有效性。

用频域方法设计控制器不需要已知被控对象的精确模型, 物理意义明确, 易于理解和实现。但该方法求解非线性补偿器的 GFRF 计算量较大^[12]。为满足工程需要, 对算法进一步简化是很必要的。作者已取得一些这方面的结果, 将在后续文章中做进一步探讨。

参考文献

- 1 李春文, 冯元琨. 多变量非线性控制的逆系统方法. 北京: 清华大学出版社, 1991
- 2 戴先中, 刘军, 冯纯伯. 连续非线性系统的神经网络 α 阶逆系统控制方法. 自动化学报, 1998, 24(4): 463 ~ 468
- 3 A Isidori. Nonlinear control systems. 3rd Ed. New York: Springer-Verlag, 1995

(上接第 530 页)

- 5 Bynes C I, Isidori A, Willems J C. Passivity, feedback equivalence and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1991, 36(11): 1228 ~ 1240
- 6 Hill David, Moylan D. The stability of nonlinear dissipative systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1976, Oct: 708 ~ 711
- 7 Isidori A, Kang W. H control via measurement feedback for general nonlinear systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1995, 40: 223 ~ 226
- 8 Boyd S, Ghaoui L E, Feron E *et al.* Linear matrix

- 4 赵志魁, 韩崇昭, 万百五. 多模型自适应控制及其在三轴转台中的应用. 控制与决策, 1998, 13(3): 193 ~ 199
- 5 曹建福, 韩崇昭. 非线性控制系统的频谱理论及应用. 控制与决策, 1998, 13(3): 212 ~ 217
- 6 Wilson J Rugh. Nonlinear system theory—The Volterra/Wiener approach. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1981. 34 ~ 37
- 7 Martin Schetzen. Theory of p th-order inverses of nonlinear systems. IEEE Trans on Circuits and Systems, 1976, 23(5): 285 ~ 291
- 8 Han Chongzhao, Wang Liqi, Tang Xiaoquan *et al.* Identification of nonparametric GFRF model for a class of nonlinear dynamic systems. 控制理论与应用, 1999, 16(6): 816 ~ 819
- 9 唐晓泉, 韩崇昭, 王文正, 等. 子集优化在非线性系统辨识中的应用. 西安交通大学学报, 1999, 33(3): 19 ~ 22
- 10 S W Nam, E J Powers. On the linearization of Volterra nonlinear systems using third-order inverses in the digital frequency-domain. IEEE Int Symp on Circuits and Systems, 1990, 11: 407 ~ 410
- 11 I D 郎道. 适应控制系统理论与实际. 上海: 华东化工学院出版社, 1990. 129 ~ 149
- 12 Tsimbinos J, Kenneth K V. Computational complexity of Volterra based compensators. Electronics Letters, 1996, 32(9): 852 ~ 854

作者简介

韩崇昭 男, 1943年生。1981年毕业于中国科学院研究生院, 现为西安交通大学电子信息工程学院副院长, 教授, 博士生导师。主要研究方向为非线性系统动力学, 非线性系统频谱分析, 决策支持系统和数据融合等。

党映农 男, 1973年生。1997年在西安交通大学获硕士学位, 现为该校博士研究生。主要研究方向为非线性系统频域辨识, 非线性系统控制等。

inequalities in system and control theory. Philadelphia: SIAM, 1994

作者简介

胡中骥 男, 1973年生。上海交通大学自动化研究所博士研究生。主要研究方向为鲁棒控制, LMI。

施颂椒 男, 1933年生。上海交通大学自动化研究所教授, 博士生导师。主要研究方向为鲁棒控制, 自适应控制及其应用等。

翁正新 男, 1968年生。上海交通大学自动化研究所副教授, 博士。主要研究方向为鲁棒控制, 模糊控制及其应用等。