第 15 卷 第 5 期 控 制 与 决 策 2000 年 9 月
Vol. 15 No. 5 CONTROL AND DECISION Sept. 2000

带有非线性不确定参数的线性系统的鲁棒稳定性和鲁棒镇定问题*

黄 蕊 高立群
(东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110006)

摘 要 研究带有非线性不确定参数的线性系统的鲁棒稳定性和鲁棒镇定问题。讨论一种有很强实际应用背景并允许带有二次不确定参数的模型,研究该系统的鲁棒稳定性和鲁棒镇定问题。以 LMI 的形式给出了判据,并举例证明了该方法的优越性。

关键词 稳定性分析,鲁棒性,非线性,Lyapunov 方法,不确定动态系统
分类号 TP 273

The Problem of Robust Stability and Stabilization of Linear Systems with Nonlinear Uncertain Parameters

Huang Rui, Gao Liqun
(Northeastern University)

Abstract The problem of robust stability and robust stabilization for a class of linear systems with nonlinear uncertain parameters is dealt with. A new uncertain state-space model with a strong practical background which allows second-order uncertain parameters is proposed. The robust stability and robust stabilzation of the system are analyzed. The criteria are given in terms of LMI. Examples to prove the advantage of the method are given.

Key words stability analysis, robustness, nonlinearity, Lyapunov method, uncertain dynamic systems

1 引 言

对带有线性不确定项系统的鲁棒稳定问题,人们已进行了多年研究,并得到了大量的鲁棒性判据。在鲁棒性分析中,经常用到如下不确定状态模型

$$\mathring{x} = (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u \tag{1}$$

其中,x 和 u 分别是状态向量和控制向量,A 和 B 分别是适当维数的已知矩阵,ΔA 和 ΔB 分别是未知但有界的矩阵。

经常用于鲁棒性分析与综合的不确定性描述主要有以下 4 种:1) 模有界不确定性[1~3];2) 元素有界不确定性[4~6];3) 矩阵多项式型不确定结构[7~10];4) 不确定性满足"匹配条件"[11~13]。显然,在上述 4 种描述中,不确定性(参数)均为线性不确定的,而在实际问题中,经常出现的却是非线性不确定参数。因此,对带有非线性不确定参数问题的研究是一个有理论和实际意义的重要课题。

本文将讨论一个新的不确定状态空间模型,该模型带有二次不确定参数,并有很强的实际背景。基于该模型得到一个鲁棒性判据和一个鲁棒镇定判据。以往的判据大多是以 Riccati 不等式的形式给出的,求解十分困难。本文通过变换将得到的结果转化为 LMI 形式,用已有的软件即可方便地求解。最后举例证明了该方法的优越性。

* 国家自然科学基金项目(69374005)和辽宁省自然科学基金项目(962169)
1999-07-06 收稿,1999-09-30 修回

2 一类带有二次不确定性的线性系统

2.1 状态空间模型的背景描述

一物理系统常具有如下数学模型

$$
\begin{aligned}
&(A_n+\Delta n)q^{(n)}+\cdots+(A_1+\Delta_1)\dot{q}+\\
&(A_0+\Delta_0)q=(C+\Delta_c)u
\end{aligned}\tag{2}
$$

其中, A_i, C 为已知矩阵, 代表系统在指定工作点的值; Δ_i, $\Delta_c\in R^{n\times n}$ 为不确定矩阵; $q^{(i)}$ 代表向量 q 的 i 阶导数; u 为控制律。

假设矩阵 $(A_n+\Delta_n)$ 非奇异(对大多数物理系统均成立), 则式(2) 可用下式

$$
\begin{aligned}
&(A+BCD)^{-1}=\\
&A^{-1}-A^{-1}B(DA^{-1}B+C^{-1})^{-1}DA^{-1}
\end{aligned}\tag{3}
$$

写成状态空间模型

$$
\dot{x}=(I+\Delta_m)[(A+\Delta_a)x+(B+\Delta_b)u]\tag{4}
$$

其中

$$
A=\begin{bmatrix}0 & I_n & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & I_n\\ -A_n^{-1}A_0 & -A_n^{-1}A_1 & \cdots & -A_n^{-1}A_{n-1}\end{bmatrix}
$$

$$
\Delta_a=\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ -A_n^{-1}\Delta_0 & \cdots & -A_n^{-1}\Delta_{n-1}\end{bmatrix}
$$

$$
B=\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ A_n^{-1}C\end{bmatrix},\quad \Delta_b=\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ A_n^{-1}\Delta_C\end{bmatrix}
$$

$$
\Delta_m=\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & -(A_n+\Delta_n)^{-1}\Delta_n\end{bmatrix}
$$

$$
I=\mathrm{diag}[I_n\quad I_n\quad\cdots\quad I_n]\tag{5}
$$

注 1 模型(4) 中的不确定参数是二次的, 这与以往的模型(1) 具有根本的区别。本文将讨论模型(4) 描述的系统的鲁棒稳定性和鲁棒镇定问题。

设 $\Delta_{ms}=-(A_n+\Delta_n)^{-1}\Delta_n$, $\Delta_{ai}=-A_n^{-1}\Delta_{i-1}$, $\Delta_{bs}=A_n^{-1}\Delta_c$。则

$$
\Delta_m=\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \Delta_{ms}\end{bmatrix},\quad \Delta_a=\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 0\\ \Delta_{a_1} & \Delta_{a_2} & \cdots & \Delta_{a_n}\end{bmatrix}
$$

$$
\Delta_b=[0\quad\cdots\quad 0\quad\Delta_{bs}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},\quad i=1,2,\cdots,n
$$

2.2 不确定性的描述

假设不确定性参数阵满足下列各式

$$
\begin{gathered}
\Delta_{ms}\prec d_m,\quad d_m\in R^{n\times n},\quad \Delta_{a_i}\prec d_{a_i}\\
d_{a_i}\in R^{n\times n},\quad \Delta_{bs}\prec d_b,\quad d_b\in R^{n\times n}\\
i=1,2,\cdots,n
\end{gathered}
$$

即

$$
\Delta_a=\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 0\\ \Delta_{a_1} & \Delta_{a_2} & \cdots & \Delta_{a_n}\end{bmatrix}\prec
\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 0\\ d_{a_1} & d_{a_2} & \cdots & d_{a_n}\end{bmatrix}\triangleq D_a
$$

$$
\Delta_m=\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \Delta_{ms}\end{bmatrix}\prec\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & d_m\end{bmatrix}\triangleq D_m
$$

$$
\Delta_b=\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ \Delta_{bs}\end{bmatrix}\prec\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ d_b\end{bmatrix}\triangleq D_b\tag{6}
$$

其中, $A\prec B$ 表示 $|a_{ij}|\leq b_{ij}$; $A=[a_{ij}]$, $B=[b_{ij}]$, $b_{ij}\geq 0$。

3 鲁棒稳定问题

为讨论第 2 节提出的系统鲁棒稳定问题, 首先引入如下两个引理(证明略):

引理 1 对于两个矩阵 $A, D\in R^{n\times n}$, 若 $A\prec D$, 则 $n\,\mathrm{diag}(D^{\mathrm{T}}D)\geq A^{\mathrm{T}}A$。其中 $\mathrm{diag}(D^{\mathrm{T}}D)$ 表示由 $D^{\mathrm{T}}D$ 的主对角线元素构成的对角阵。

引理 2 对适当维任意矩阵 X 和 Y, 任意正实数 $\epsilon>0$, 有

$$
X^{\mathrm{T}}Y+Y^{\mathrm{T}}X\leq\frac{1}{\epsilon}X^{\mathrm{T}}X+\epsilon Y^{\mathrm{T}}Y
$$

对式(4) 和(5) 描述的系统, 其中 $u\equiv 0$ 且满足式(6), 做如下假设:

假设 1 当 $\Delta_m=0$, $\Delta_a=0$ 时, 系统(4) 即 $\dot{x}=Ax$ 是渐近稳定的。

定理 1 考虑式(4), (5) 描述的系统, 其中 $u\equiv 0$, 且满足假设 1, 不确定项满足式(6)。若存在正定对称阵 X, 正定阵 $\tilde{Q}$ 和正参数 ϵ_1, ϵ_2, 满足下列 4 个 LMI(线性矩阵不等式)

$$
\begin{bmatrix}\epsilon_1 D_1+\epsilon_2 D_2-\tilde{Q} & X & XA^{\mathrm{T}}\\ X & -\epsilon_1 & 0\\ AX & 0 & -\epsilon_2\end{bmatrix}<0
$$

$$XA^{\mathrm T}+AX+\tilde Q\le 0$$
$$X>0,\quad \tilde Q>0 \tag{7}$$

则系统(4) 渐近稳定。其中

$$D_1=\begin{bmatrix}0&\cdots&0\\ \vdots&\ddots&\vdots\\ 0&\cdots&n\sum_{i=1}^{n}\mathrm{diag}(d_{s_i}d_{s_i}^{\mathrm T})\end{bmatrix}$$

$$D_2=\begin{bmatrix}0&\cdots&0\\ \vdots&\ddots&\vdots\\ 0&\cdots&n\,\mathrm{diag}(d_md_m^{\mathrm T})\end{bmatrix} \tag{8}$$

$$d_{s_i}=d_{a_i}+d_md_{a_i},\quad i=1,2,\cdots,n \tag{9}$$

证明　选择 Lyapunov 函数 $V=x^{\mathrm T}Px$, 其中 P 为对称正定阵, 则 $V>0(x\neq 0)$, 且 P 满足

$$A^{\mathrm T}P+PA\le -Q,\quad Q\ge 0 \tag{10}$$

则
$$\mathring V=\mathring x^{\mathrm T}Px+x^{\mathrm T}P\mathring x=x^{\mathrm T}[(A+\Delta_a)^{\mathrm T}(I+\Delta_m)^{\mathrm T}P+P(I+\Delta_m)(A+\Delta_a)]x$$

对于系统(4), 要保证渐近稳定, 需满足 $\mathring V<0$。设 $X=P^{-1}$, $\tilde Q=XQX$, 利用引理 2, 有

$$(A+\Delta_a)^{\mathrm T}(I+\Delta_m)^{\mathrm T}P+P(I+\Delta_m)(A+\Delta_A)<0\Leftarrow$$
$$\Delta_a^{\mathrm T}P+P\Delta_a+A^{\mathrm T}\Delta_m^{\mathrm T}P+P\Delta_mA+\Delta_a^{\mathrm T}\Delta_m^{\mathrm T}P+P\Delta_m\Delta_a<Q\Leftarrow$$
$$\epsilon_1(\Delta_a+\Delta_m\Delta_a)(\Delta_a+\Delta_m\Delta_a)^{\mathrm T}+\frac{1}{\epsilon_1}XX+\epsilon_2\Delta_m\Delta_m^{\mathrm T}+\frac{1}{\epsilon_2}XA^{\mathrm T}AX<\tilde Q\Leftrightarrow$$
$$\epsilon_1\begin{bmatrix}0&\cdots&0\\ \vdots&\ddots&\vdots\\ 0&\cdots&\sum_{i=1}^{n}(\Delta_{a_i}+\Delta_{ms}\Delta_{a_i})(\Delta_{a_i}+\Delta_{ms}\Delta_{a_i})^{\mathrm T}\end{bmatrix}+$$
$$\epsilon_2\begin{bmatrix}0&\cdots&0\\ \vdots&\ddots&\vdots\\ 0&\cdots&\Delta_{ms}\Delta_{ms}^{\mathrm T}\end{bmatrix}<\tilde Q-\frac{1}{\epsilon_1}XX-\frac{1}{\epsilon_2}XA^{\mathrm T}AX \tag{11}$$

由式(8) 和引理 1, 式(11) 可由下式推出

$$\epsilon_1D_1+\epsilon_2D_2<\tilde Q-\frac{1}{\epsilon_1}XX-\frac{1}{\epsilon_2}XA^{\mathrm T}AX \tag{12}$$

式(10) 可等价化为

$$XA^{\mathrm T}+AX\le -\tilde Q \tag{13}$$

最后, 应用 Schur 条件, 式(12), (13), $P>0$ 和 $Q>0$ 等价于式(7)。(证毕)

4　鲁棒镇定问题

对系统(4), (5) 做如下假设:

假设 2　(A,B) 是可稳定的(可镇定的)。

定理 2　考虑式(4), (5) 所描述的系统, 该系统满足假设 2 且不确定项满足式(6)。若存在矩阵 Y, 正定阵 Q_1, 正定对称阵 X 和正参数 α_1,α_2, 满足下面 4 个 LMI

$$\begin{bmatrix}\alpha_1D_1+\alpha_2D_2+I+Y^{\mathrm T}B^{\mathrm T}+BY-\tilde Q & X & XA^{\mathrm T} & nY^{\mathrm T}\\ X & -\alpha_1 & 0 & 0\\ AX & 0 & -\alpha_2 & 0\\ nY & 0 & 0 & R\end{bmatrix}<0 \tag{14}$$

$$XA^{\mathrm T}+AX\le -\tilde Q,\quad X>0,\quad \tilde Q>0 \tag{15}$$

其中 D_1, D_2 由式(8) 给出, 而

$$\begin{cases}d_e\triangleq d_m\tilde b_s+d_b+d_md_b\\ R=-n(\mathrm{diag}(d_e^{\mathrm T}d_e))^{-1}\\ \tilde b_s\succ A_n^{-1}C,\quad i,j=1,2,\cdots,n\end{cases} \tag{16}$$

则系统(4) 可镇定, 控制律为 $u=YX^{-1}x$。

证明　将控制律 $u=Kx$ 代入式(4), 得

$$\mathring x=(I+\Delta m)[(A+\Delta_a)x+(B+\Delta_b)Kx]=(I+\Delta_m)[(A+BK)+(\Delta_a+\Delta_bK)]x \tag{17}$$

选择 Lyapunov 函数 $V=x^{\mathrm T}Px$, 其中 P 为对称正定阵, 则 $V>0$, 且 P 满足

$$A^{\mathrm T}P+PA\le -Q,\quad Q\ge 0 \tag{18}$$

则
$$\mathring V=x^{\mathrm T}\{[(A+BK)+(\Delta_a+\Delta_bK)]^{\mathrm T}\times(I+\Delta_m)^{\mathrm T}P+P(I+\Delta_m)\times[(A+BK)+(\Delta_a+\Delta_bK)]\}x$$

对于式(4) 描述的系统, 要保证稳定, 需满足 $\mathring V<0$, 即

$$[(A+BK)+(\Delta_a+\Delta_bK)]^{\mathrm T}(I+\Delta_m)^{\mathrm T}P+P(I+\Delta_m)[(A+BK)+(\Delta_a+\Delta_bK)]<0\Leftarrow$$
$$[(\Delta_a^{\mathrm T}+\Delta_a^{\mathrm T}\Delta_m^{\mathrm T})P+P(\Delta_a+\Delta_m\Delta_a)]+(A^{\mathrm T}\Delta_m^{\mathrm T}P+P\Delta_mA)+(K^{\mathrm T}B^{\mathrm T}P+PBK)+(K^{\mathrm T}B^{\mathrm T}\Delta_m^{\mathrm T}P+P\Delta_mBK)+(K^{\mathrm T}\Delta_b^{\mathrm T}P+P\Delta_bK)+(K^{\mathrm T}\Delta_b^{\mathrm T}\Delta_m^{\mathrm T}P+P\Delta_m\Delta_bK)<Q$$

记
$$\begin{cases}\Delta_e=\Delta_mB+\Delta_b+\Delta_m\Delta_b\\ \Delta_{es}=\Delta_{ms}A_n^{-1}C+\Delta_{bs}+\Delta_{ms}\Delta_{bs}\end{cases} \tag{19}$$

设 $\tilde b_s$ 满足 $(\tilde b_s)_{i,j}=\left|(A_n^{-1}C)_{ij}\right|$, 则

$$\tilde b_s\succ A_n^{-1}C,\quad i,j=1,2,\cdots,n$$

$$\Delta_e=\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ \Delta_{ms}A_n^{-1}C+\Delta_{bs}+\Delta_{ms}\Delta_{bs}\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ \Delta_{es}\end{bmatrix} \prec \begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ d_m\tilde{b}_s + d_b + d_m d_b\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ d_e\end{bmatrix}$$

应用引理 2 和引理 1 有

$$\mathring{V} < 0 \Leftarrow$$

$$\frac{1}{\epsilon_3}P(\Delta_a + \Delta_m\Delta_a)(\Delta_a^{\mathrm{T}} + \Delta_a^{\mathrm{T}}\Delta_m^{\mathrm{T}})P + \epsilon_3 I + \frac{1}{\epsilon_4}P\Delta_m\Delta_m^{\mathrm{T}}P + \epsilon_4 A^{\mathrm{T}}A + K^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}P + PBK + \epsilon_5 K^{\mathrm{T}}\Delta_e^{\mathrm{T}}\Delta_e K + \frac{1}{\epsilon_5}PP < Q \Leftarrow$$

$$\frac{1}{\epsilon_3}PD_1P + \epsilon_3 I + \frac{1}{\epsilon_4}PD_2P + \epsilon_4 A^{\mathrm{T}}A + K^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}P + PBK + \epsilon_5 nK^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}(d_e^{\mathrm{T}}d_e)K + \frac{1}{\epsilon_5}PP < Q \tag{20}$$

其中 $\epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5$ 为任意正参数。则系统(4) 渐近稳定的充分条件为式(18),(20),$P > 0$ 和 $Q > 0$ 这 4 个不等式成立。设

$$\begin{cases} X = \epsilon_5 P^{-1}, \quad \alpha_1 = \epsilon_5/\epsilon_3, \quad \alpha_2 = \epsilon_5/\epsilon_4 \\ Y = KX, \quad \tilde{Q} = \epsilon_5 P^{-1}QP^{-1} \end{cases} \tag{21}$$

则式(20),(18),$P > 0$ 和 $Q > 0$ 等价于下列 4 式

$$(\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + I) - \tilde{Q} + Y^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} + BY + \alpha_1^{-1}XX + \alpha_2^{-1}X(A^{\mathrm{T}}A)X - (nY)^{\mathrm{T}}R^{-1}(nY) < 0 \tag{22}$$

$$XA^{\mathrm{T}} + AX \leq -\tilde{Q}, \quad X > 0, \quad \tilde{Q} > 0 \tag{23}$$

最后, 利用 Schur 条件, 可得式(22) 和(21) 与式(14) 和(15) 等价。(证毕)

5 例 子

例 1 考虑系统

$$(A_2 + \Delta_2)q^{(2)} + (A_1 + \Delta_1)\mathring{q} + (A_0 + \Delta_0)q = (C + \Delta_c)u$$

其中

$$A_2 = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix}6 & 0\\ 0 & 6\end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}$$

$$A_0 = \begin{bmatrix}9.6253 & -0.7804\\ -0.7804 & 8.3747\end{bmatrix}$$

则系统方程可写成式(4) 的形式。其中 $u \equiv 0$, 而

$$\Delta_a = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ -0.67\sin t & 0.055\cos t & -0.36\sin 2t & 0\\ 0.055\sin^2 t & -0.59\cos^2 t & 0 & -0.36\cos 2t\end{bmatrix} \prec$$

$$D_a = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0.67 & 0.055 & 0.36 & 0\\ 0.055 & 0.59 & 0 & 0.36\end{bmatrix} \tag{24}$$

$$\Delta_m = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -0.09\sin t & 0\\ 0 & 0 & 0 & -0.09\cos t\end{bmatrix} \prec$$

$$D_m = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.09 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0.09\end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\backslash = 0\\ -9.6253 & 0.7804 & -6 & 0\\ 0.7804 & -8.3747 & 0 & -6\end{bmatrix}$$

应用定理 1, 将各参数代入 LMI, 经计算 LMI 有解, 系统渐近稳定。系统各状态的轨迹如图 1 所示。

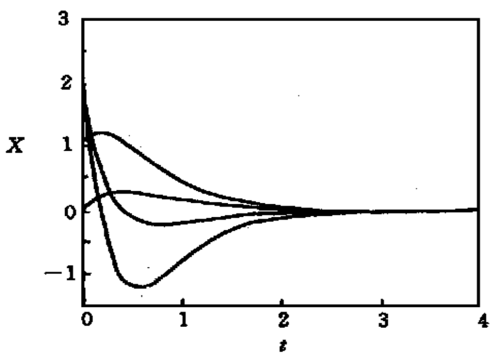

图 1 各状态轨迹图(Ⅰ)

例 2 考虑例 1 中系统的鲁棒镇定问题。系统方程可写成式(4) 的形式, 其中 A 由式(24) 给出, 而

$$B = \begin{bmatrix}0 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 3\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\Delta_b = \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0.5\sin t & 0\\ 0 & 0.75\cos t\end{bmatrix} \prec D_b = \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0.5 & 0\\ 0 & 0.75\end{bmatrix}$$

$$\Delta_a = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ -2.4063\sin t & 0.1951\sin t & -1.5\sin t & 0\\ 0.1951\cos t & -2.0937\cos t & 0 & -1.5\cos t\end{bmatrix} \prec$$

$$D_a = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 2.4063 & 0.1951 & 1.5 & 0\\ 0.1951 & 2.0937 & 0 & 1.5\end{bmatrix}$$

$$\Delta_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1\sin t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.1\cos t \end{bmatrix} \prec D_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

显然, 不确定项变大, 因此应用定理 2 对系统进行镇定。将各参数代入定理 2 的 LIM, 求解 LMI 得

$$K = YX^{-1} = \begin{bmatrix} -0.0360 & 0.0003 & -0.0451 & 0.0002 \\ 0.0028 & -0.0144 & 0.0011 & -0.0195 \end{bmatrix}$$

将 $u = Kx$ 代入原系统, 得各状态的轨迹如图 2 所示。

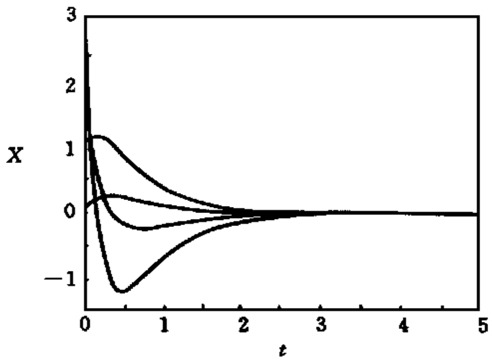

图 2　各状态轨迹图(Ⅱ)

6　结　　语

本文基于 Lyapunov 方法研究了不确定系统的鲁棒问题, 分析了一类带有二次不确定参数的线性系统的鲁棒稳定与鲁棒镇定问题, 并得到了相应的判据。目前国内外关于此类模型的研究尚不多见, 对此模型仍有不少问题需要进一步探讨。

参 考 文 献

1　Hyland D C, D S Bernstein. The majorant Lyapunov equations: A nonnegative matrix equation for robust stability and performance of large scale systems. IEEE Trans on Automat Control, 1987, 32: 1005～1013

2　Kosmidou O I. Guaranteed cost control of systems with norm bounded uncertainties. Int J Systems Sci, 1987, 18: 1637～1644

3　Patel R V, M Toda. Quantitative measures of robustness for multivariable systems. In: Proc Joint Automat Contr Conf. San Francisco, 1980. TP8- A

4　Wang S S, W G Lin. A new approach to the stability analysis of interval systems. Control Theory Adv Technol, 1991, 7: 271～284

5　Yedavalli R K. Improved measures of stability roubstness for linear state space models. IEEE Trans on Automat Contr, 1985, 30: 577～579

6　Yedaavalli R K, Z Liang. Reduced conservatism in stability robustness bounds by state transformation. IEEE Trans on Automat Contr, 1986, 31: 863～866

7　Bien Z, J H Kim. A robust stability bound of linear systems with structured uncertainty. IEEE Trans on Automat Contr, 1992, 37: 1549～1551

8　Luo J S, A Johnson. Robust stability analysis for linear systems with correlated structured time varying uncertainties. In: Proc 31st IEEE Conf on Decision and Control. Tucson, 1992. 1578～1580

9　Petersen I R. A Riccati equation approach to the design of stabilized controllers and observers for a class of uncertain linear systems. IEEE Trans on Automat Contr, 1985, 30: 904～970

10　Sezer M E, D D Siljac. A note on robust stability bounds. IEEE Trans on Automat Contr, 1989, 34: 1212～1214

11　Gu K, M A Zohdy, N K Loh. Necessary and sufficient conditions of quadratic stability of uncertain linear systems. IEEE Trans on Automat Contr, 1990, 35: 601～604

12　Hinrichsen D, A J Pritchard. Stability radius of linear systems. Systems Control Lett, 1986, 7: 1～10

13　Khargonekar P P, I R Petersen, K M Zhou. Robust stabilization of uncertain linear systems: Quadratic stabilization and H control theory. IEEE Trans on Automat Contr, 1990, 35: 356～361

作 者 简 介

黄　蕊　女, 1977 年生。1996 年毕业于合肥工业大学, 现为东北大学信息科学与工程学院硕士研究生。研究方向为复杂控制系统。

高立群　男, 1949 年生。1990 年在东北大学获博士学位, 现为东北大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师。研究方向为复杂控制系统, 智能控制等。