

非线性控制系统综合的频域逆系统方法研究*

韩崇昭 党映农

(西安交通大学电子与信息工程学院 710049)

摘要 提出一种不需已知系统微分方程模型的非线性系统综合方法。首先得到对象非线性传递函数的估计,然后利用非线性补偿算法构造前馈补偿器,使复合系统具有近似线性系统的特性,最后采用常规线性系统反馈控制的方法进行控制。仿真结果表明,所提出的频域逆系统综合方法比一般非线性系统自适应控制方法有效。

关键词 非线性控制系统,频域方法,逆系统

分类号 TP 273

Study on the Synthesis of Nonlinear Control Systems Based on Inverse System Method in Frequency Domain

Han Chongzhao, Dang Yingnong

(Xi'an Jiaotong University)

Abstract A new strategy for the synthesis of nonlinear systems was proposed. The differential equation model of the plant was not needed. First, the estimation of nonlinear transfer functions of the plant was obtained. Then a feed-forward compensator was constructed by using a nonlinear compensating algorithm, which made the composite system worked rather like a linear system, so that it can be easily controlled by using common control methods for linear systems. Simulation results show that the proposed method is more effective than the regular adaptive control methods for nonlinear systems.

Key words nonlinear control systems, frequency domain methods, inverse systems

1 引言

非线性系统控制的一条重要思路是:先将问题转化为线性或近似线性系统的控制问题,然后利用线性系统的控制方法进行控制。根据系统建模方法的不同,可将这种思路下的方法分为两大类:

1) 反馈线性化方法。在该类方法中,时域逆系统方法^[1]一般要求已知被控对象的精确微分方程模型。在微分方程模型未知的情形下,文献[2]提出神经网络 α 阶逆系统控制方法;而微分几何方法^[3]则要求较深的数学知识,难以实际应用。

2) 首先对系统进行分段线性建模,然后进行控制。如多模型自适应控制方法^[4],但该方法也要求已

知系统的微分方程模型。

本文的思路^[5]是先将被控对象补偿为近似线性系统,然后进行控制。但对被控对象的建模方法不同于以上所述,而是基于一类非线性对象的 Volterra 泛函级数模型。即在辨识对象的频域 Volterra 核或称广义频率响应函数(CFRF)的基础上,构造一非线性补偿器,使得补偿器与对象构成的复合系统的高于一阶的广义频率响应函数为零。这样,复合系统便等同于一线性系统。但在实际上,由于大部分非线性系统具有无限阶 Volterra 核,不能完全补偿,而只能使前若干阶 Volterra 核补偿为零,使复合系统近似于线性系统。对于复合系统的控制,可以采用常规的自适应控制方法来进行。

2 非线性系统的频域逆补偿原理

考虑如图1所示的系统。其中, C 为非线性补偿器, P 为非线性控制对象, P 可描述为 $P: U \rightarrow Y$ 。

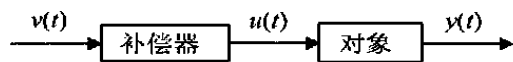


图1 带补偿器的系统结构图

在一定条件下^[6], 该非线性对象可用 Volterra 级数描述为

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t)$$

$$y_n(t) = \int_{\tau_1=0}^t \dots \int_{\tau_n=0}^t p_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \times u(t - \tau_1) d\tau_1 \dots d\tau_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

或写成频域形式

$$\hat{y}(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{y}_n(\omega)$$

$$\hat{y}_n(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int_{\omega_1=0}^{\omega} \dots \int_{\omega_n=0}^{\omega} \hat{p}_n(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_n, \omega_1, \dots, \omega_n) \hat{u}(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_n) \times \hat{u}(\omega_1) d\omega_1 \dots d\omega_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中

$$\hat{y}_n(\omega) = \mathcal{F}(y_n(t)), \quad \hat{u}(\omega) = \mathcal{F}(u(t))$$

$$p_n(\omega, \omega_1, \dots, \omega_n) = \mathcal{F}(p_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n))$$

假定 C 为补偿器的传递函数, 可描述为 $C: V \rightarrow U$; 或用频域形式 Volterra 级数描述为

$$\hat{u}(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{u}_n(\omega)$$

$$\hat{u}_n(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int_{\omega_1=0}^{\omega} \dots \int_{\omega_n=0}^{\omega} \hat{c}_n(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_n, \omega_1, \dots, \omega_n) \hat{v}(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_n) \times \hat{v}(\omega_1) d\omega_1 \dots d\omega_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

其中

$$\hat{v}(\omega) = \mathcal{F}(v(t))$$

$$c_n(\omega, \omega_1, \dots, \omega_n) = \mathcal{F}(c_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n))$$

因而串联系统可表示为 $Q = P \circ C: V \rightarrow Y$ 。写成频域形式为

$$\hat{y}(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{y}_n(\omega)$$

$$\hat{y}_n(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int_{\omega_1=0}^{\omega} \dots \int_{\omega_n=0}^{\omega} \hat{q}_n(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_n, \omega_1, \dots, \omega_n) \hat{v}(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_n) \times \hat{v}(\omega_1) d\omega_1 \dots d\omega_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

从而有

$$\hat{q}_1(\omega) = \hat{p}_1(\omega) \hat{c}_1(\omega)$$

$$\hat{q}_2(\omega, \omega_1) = \hat{p}_1(\omega + \omega_1) \hat{c}_2(\omega, \omega_1) + \hat{p}_2(\omega, \omega_1) \hat{c}_1(\omega) \hat{c}_1(\omega_1)$$

$$\hat{q}_3(\omega, \omega_1, \omega_2) = \hat{p}_1(\omega + \omega_1 + \omega_2) \hat{c}_3(\omega, \omega_1, \omega_2) + \frac{1}{3!} [\hat{p}_2(\omega_1, \omega_2 + \omega_3) \hat{c}_1(\omega) \hat{c}_2(\omega_2, \omega_3) + \hat{p}_2(\omega_2 + \omega_3, \omega_1) \hat{c}_1(\omega) \hat{c}_2(\omega_2, \omega_3) + \hat{p}_2(\omega + \omega_2, \omega_1) \hat{c}_2(\omega, \omega_1) \hat{c}_1(\omega_2) + \hat{p}_2(\omega + \omega_1, \omega_2) \hat{c}_1(\omega) \hat{c}_2(\omega, \omega_2) + \hat{p}_2(\omega_2, \omega_1 + \omega_3) \hat{c}_1(\omega_2) \hat{c}_2(\omega, \omega_3)] + \hat{p}_3(\omega, \omega_1, \omega_2) \hat{c}_1(\omega) \hat{c}_1(\omega_1) \hat{c}_1(\omega_2)$$

$$\vdots$$

$$\hat{q}_n(\omega, \omega_1, \dots, \omega_{n-1}) = \hat{p}_1(\omega + \dots + \omega_{n-1}) \hat{c}_n(\omega, \omega_1, \dots, \omega_{n-1}) + \dots + \hat{p}_n(\omega, \omega_1, \dots, \omega_{n-1}) \hat{c}_1(\omega) \dots \hat{c}_1(\omega_{n-1}) \quad (5)$$

对该非线性动态系统设计逆系统补偿器的思路是^[7]: 已知 $\{\hat{p}_i\}_{i=1,2,\dots}$, 求取控制器传递函数 $\{\hat{c}_i\}_{i=1,2,\dots,n}$ 使得 $\hat{q}_1 = \hat{p}_1, \{\hat{q}_i = 0\}_{i=2,3,\dots,n_0}$ 即不改变原系统线性部分特性, 而使复合系统高于二阶的传递函数等于 0。于是

$$\hat{c}_1(\omega) = 1$$

$$\hat{c}_2(\omega, \omega_1) = \frac{-\hat{p}_2(\omega, \omega_1)}{\hat{p}_1(\omega + \omega_1)}$$

$$\hat{c}_3(\omega, \omega_1, \omega_2) = - \left\{ \frac{1}{3!} [\hat{p}_2(\omega, \omega_2 + \omega_3) \hat{c}_2(\omega_2, \omega_3) + \hat{p}_2(\omega_2 + \omega_3, \omega_1) \hat{c}_2(\omega_2, \omega_3) + \hat{p}_2(\omega + \omega_2, \omega_1) \hat{c}_2(\omega, \omega_1) + \hat{p}_2(\omega + \omega_1, \omega_2) \hat{c}_2(\omega, \omega_2) + \hat{p}_2(\omega_2, \omega_1 + \omega_3) \hat{c}_2(\omega, \omega_3)] + \hat{p}_3(\omega, \omega_1, \omega_2) \right\} / \hat{p}_1(\omega + \omega_1 + \omega_2)$$

$$\hat{c}_n(\omega, \omega_2, \dots, \omega_l) = \frac{-\{\dots + \hat{p}_n(\omega, \omega_2, \dots, \omega_l)\}}{p_1(\omega + \omega_2 + \dots + \omega_l)} \quad (6)$$

$$y(k) - 1.2y(k-1) + 0.35y(k-2) = u(k-2) + 0.1u(k-2)^2 - 0.01u(k-2)^3 \quad (7)$$

3 补偿器算法构造

考虑如图 2 所示的带辨识器和逆系统补偿的系统。其中 P 和 C 仍分别是对象和补偿器的传递函数, 辨识器可采用文献[8]或[9]给出的 GFRF 辨识算法。[8]给出的算法如下:

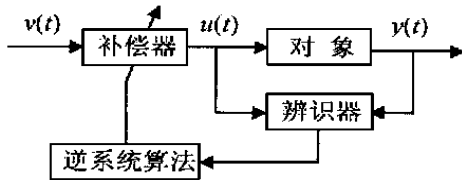


图 2 带辨识器的非线性系统补偿原理图

- 1) 采集输入输出数据 $\{u(t)\}, \{y(t)\}$;
- 2) 利用 FFT 得到其 Fourier 变换 $\{\hat{u}(t)\}, \{\hat{y}(t)\}$;
- 3) 利用辨识算法得到 P 的前 3 次估计 $\hat{p}_1(\omega), \hat{p}_2(\omega, \omega_2), \hat{p}_3(\omega, \omega_2, \omega_3)$ 。

逆系统算法即为式(6) (具体实现算法见文献[10]), 从而得到补偿器的广义频率响应函数 C 的 2 次和 3 次近似值 $\hat{c}_2(\omega, \omega_2), \hat{c}_3(\omega, \omega_2, \omega_3)$ 。

下面给出补偿器的实现算法:

- 1) 利用 IFFT 计算得到 C 的脉冲响应函数 $c_2(t_1, t_2), c_3(t_1, t_2, t_3)$;
- 2) 构造实现算法。将 $c_2(t_1, t_2), c_3(t_1, t_2, t_3)$ 分别实现为滤波器, 并和 $v(t)$ 并联起来, 即构成补偿器的时域实现, 如图 3 所示。

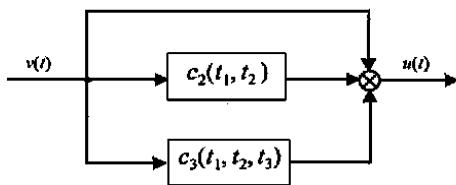


图 3 补偿器的实现

这样, 图 1 所示的复合系统便具有了接近线性系统的特性。可以设想这样的系统用线性系统自适应控制方法进行控制, 能够得到良好的控制效果。

4 仿真研究

给定非线性对象为

分别用两种方法进行控制:

- 1) 逆系统补偿加线性系统自适应控制方法

首先利用[8]或[9]的算法辨识出对象的三阶 GFRF, 然后利用第 3 节给出的逆系统补偿算法, 求出补偿器参数, 并对补偿后的复合系统采用模型参考自适应控制方法进行控制^[11]。整个综合系统如图 4 所示。采用的参考模型为

$$y(k) - y(k-1) + 0.5y(k-2) = 0.5u(k-2) \quad (8)$$

参考信号采用带限白噪声, 控制效果如图 5 所示(相对均方误差为 1.4%)。

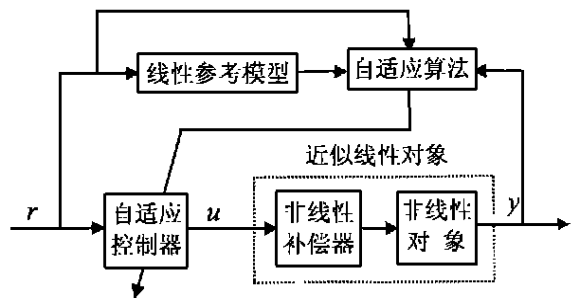


图 4 非线性系统综合方法

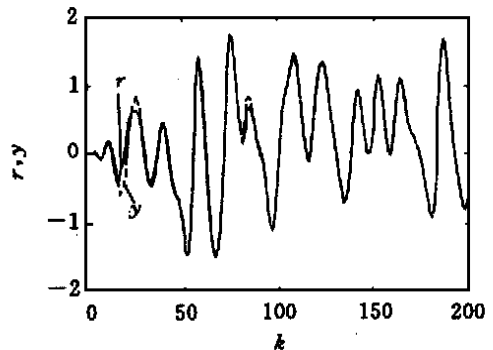


图 5 加逆系统补偿器的控制

- 2) 直接采用模型参考自适应方法进行控制

将系统非线性因素看作未建模动态, 参考模型为式(8)。控制效果如图 6 所示(相对均方误差为 7.2%)。

由图 5 和图 6 的对比可以明显看出, 本文方法与直接采用模型参考自适应控制方法相比, 其控制效果得到了明显改善。

5 结 论

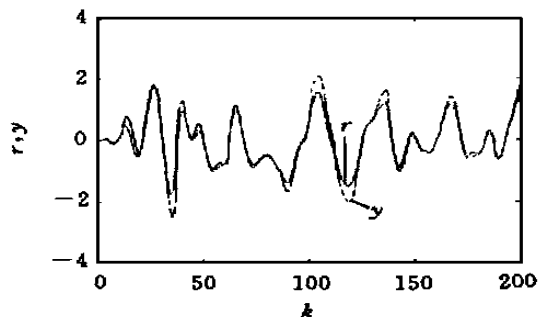


图6 直接自适应控制

线性系统,本文提出一种频域逆系统补偿器设计方法。首先离线辨识系统的广义频率响应函数,然后计算出系统三阶逆的广义频率响应函数,最后通过逆快速傅立叶变换在时域实现补偿器,该补偿器并不可能将系统的非线性因素完全补偿,但补偿后的系统性能更加接近线性系统。对补偿后的复合系统,可以采用各种线性系统自适应控制方法进行控制。仿真实验中采用了模型参考自适应控制的方法,其结果表明了补偿器的有效性。

用频域方法设计控制器不需要已知被控对象的精确模型,物理意义明确,易于理解和实现。但该方法求解非线性补偿器的GFRF计算量较大^[12]。为满足工程需要,对算法进一步简化是很必要的。作者已取得一些这方面的结果,将在后续文章中做进一步探讨。

参考文献

- 1 李春文,冯元琨.多变量非线性控制的逆系统方法.北京:清华大学出版社,1991
- 2 戴先中,刘军,冯纯伯.连续非线性系统的神经网络 α 阶逆系统控制方法.自动化学报,1998,24(4):463~468
- 3 A Isidori. Nonlinear control systems. 3rd Ed. New York: Springer-Verlag, 1995

(上接第530页)

- 5 Bynes C I, Isidori A, Willems J C. Passivity, feedback equivalence and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1991, 36(11): 1228~1240
- 6 Hill David, Moylan D. The stability of nonlinear dissipative systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1976, Oct: 708~711
- 7 Isidori A, Kang W. H control via measurement feedback for general nonlinear systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1995, 40: 223~226
- 8 Boyd S, Ghaoui L E, Feron E *et al.* Linear matrix

- 4 赵志魁,韩崇昭,万百五.多模型自适应控制及其在三轴转台中的应用.控制与决策,1998,13(3):193~199
- 5 曹建福,韩崇昭.非线性控制系统的频谱理论及应用.控制与决策,1998,13(3):212~217
- 6 Wilson J Rugh. Nonlinear system theory—The Volterra/Wiener approach. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1981. 34~37
- 7 Martin Schetzen. Theory of p th-order inverses of nonlinear systems. IEEE Trans on Circuits and Systems, 1976, 23(5):285~291
- 8 Han Chongzhao, Wang Liqi, Tang Xiaoquan *et al.* Identification of nonparametric GFRF model for a class of nonlinear dynamic systems. 控制理论与应用, 1999, 16(6): 816~819
- 9 唐晓泉,韩崇昭,王文正,等.子集优化在非线性系统辨识中的应用.西安交通大学学报,1999,33(3):19~22
- 10 S W Nam, E J Powers. On the linearization of Volterra nonlinear systems using third-order inverses in the digital frequency-domain. IEEE Int Symp on Circuits and Systems, 1990, 11:407~410
- 11 I D 郎道.适应控制系统理论与实际.上海:华东化工学院出版社,1990.129~149
- 12 Tsimbinos J, Kenneth K V. Computational complexity of Volterra based compensators. Electronics Letters, 1996, 32(9): 852~854

作者简介

韩崇昭 男,1943年生。1981年毕业于中国科学院研究生院,现为西安交通大学电子信息工程学院副院长,教授,博士生导师。主要研究方向为非线性系统动力学,非线性系统频谱分析,决策支持系统和数据融合等。

党映农 男,1973年生。1997年在西安交通大学获硕士学位,现为该校博士研究生。主要研究方向为非线性系统频域辨识,非线性系统控制等。

inequalities in system and control theory. Philadelphia: SIAM, 1994

作者简介

胡中骥 男,1973年生。上海交通大学自动化研究所博士研究生。主要研究方向为鲁棒控制,LMI。

施颂椒 男,1933年生。上海交通大学自动化研究所教授,博士生导师。主要研究方向为鲁棒控制,自适应控制及其应用等。

翁正新 男,1968年生。上海交通大学自动化研究所副教授,博士。主要研究方向为鲁棒控制,模糊控制及其应用等。