

一种鲁棒稳定的自适应模糊控制系统的设计*

孙 衢 李人厚

(西安交通大学系统工程研究所 710049)

摘 要 采用模糊动态模型研究大范围、高阶非线性系统的自适应模糊控制问题。通过模糊推理选择起主导作用的局部子系统的状态反馈控制作用于整个系统,结合不确定系统的变结构控制理论,给出了通过增加监督控制确保闭环模糊系统稳定的定理,自适应模糊控制律在系统存在摄动和扰动时能使闭环系统具有鲁棒稳定性。仿真结果表明了该设计方法的正确性。

关键词 模糊动态模型,自适应控制,变结构控制,稳定性,鲁棒性

分类号 TP 273

Design of Adaptive Fuzzy Control Systems with Robust Stability

Sun Qu, Li Renhou

(Xi'an Jiaotong University)

Abstract The adaptive fuzzy control for nonlinear systems with large working range and high order is studied by using fuzzy dynamic models. The control law for the overall system is chosen through fuzzy inference to be the state feedback control law of the dominant local linear model. The theorems to guarantee the stability of closed-loop fuzzy systems are given, by adding a supervised controller which is based on variable structure control theory of uncertain systems. The closed-loop system can be robustly stabilized by the adaptive fuzzy control law under some bounded perturbations and disturbance. Simulation results show the validity of the design method.

Key words fuzzy dynamic model, adaptive control, variable structure control, stability, robustness

1 引 言

模糊控制是基于人的知识和经验,一般在被控对象的参数和结构存在很大不确定性因素或未知时采用。自适应控制^[1,2]的目的就是在系统出现这些不确定因素时,仍使系统保持既定的性能。因此,先进的模糊控制应该具有自适应性。

Wang^[3]对非线性系统做了深入研究,提出了模糊自适应控制方案,然而尽管它能解决一类非线性系统的控制,并给出了稳定性分析,但还存在以下问题:闭环渐近稳定的条件是最优控制误差平方可积,这个条件既难满足,又无法观测和事先验证;另外,

模糊控制系统所用的规则数将随系统的阶数增加而指数增加。

近年来,基于模型的模糊控制引起人们的广泛关注。较多的模糊控制器设计和稳定性分析都是针对 T-S 模糊模型^[4-7]。本文采用模糊动态模型为控制对象建模,可用较少的规则来表示高阶非线性系统,并研究了稳定自适应模糊控制器的设计。本文的基本思想是:为每一个局部线性模型设计局部镇定的状态反馈控制器,通过模糊推理自适应地选择匹配模型对应的主控制器并作用于整个系统,同时增加监督控制作为补偿控制器,以保证自适应模糊控制系统具有稳定性和鲁棒性。

2 自适应模糊控制系统

利用 T-S 模糊模型为非线性控制对象建立模糊动态模型,其基本思想是将整个状态空间划分为多个模糊子空间,在每个模糊子空间中建立局部的线性模型,总的模糊模型由利用模糊隶属函数连接的一系列局部模型组成。

对于连续控制对象,其模糊动态模型可表示为

$$R^k: \text{IF } z_1 \text{ is } F_1^k \text{ AND } \dots \text{ AND } z_p \text{ is } F_p^k \\ \text{THEN } \dot{x}(t) = A_k x(t) + B_k u(t) \quad (2.1)$$

其中, R^k 表示控制对象的第 k 条模糊规则, m 是规则数, (A_k, B_k) 表示第 k 个局部线性模型, $z(t) = [z_1, z_2, \dots, z_p]$ 是可测的系统变量, $x(t) \in R^n$ 是系统的状态变量, $u(t) \in R^q$ 是系统的输入变量。

令 $\mu^k(z(t)) = \mu^k(t)$ 表示模糊集 F^k 的归一化隶属函数,这里 $F^k = \bigcap_{i=1}^p F_i^k$ 且 $\sum_{k=1}^m \mu_k = 1$ 。采用单点模糊化、乘积推理、加权平均去模糊化方法,可以构造全局动态模糊模型为

$$\dot{x}(t) = A(\mu(t))x(t) + B(\mu(t))u(t) \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} A(\mu(t)) = \sum_{k=1}^m \mu_k(t) A_k \\ B(\mu(t)) = \sum_{k=1}^m \mu_k(t) B_k \end{cases} \quad (2.3)$$

如果模糊系统(2.2)是局部能控的,即 (A_k, B_k) 是能控对, $k = 1, 2, \dots, m$, 则对每一局部的线性模型可设计如下形式的模糊状态反馈控制律。

$$R^k: \text{IF } z_1 \text{ is } F_1^k \text{ AND } \dots \text{ AND } z_p \text{ is } F_p^k \\ \text{THEN } u^k(t) = -K_k x(t) \quad (2.4)$$

其中, K_k 表示第 k 个局部子系统的反馈增益矩阵。

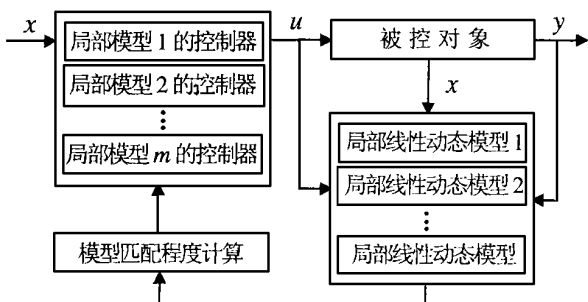


图1 自适应模糊控制系统

为了实时确定整个系统的控制器,需要建立一个自适应机构,使系统能根据被控对象参数或模型的不同自动修正控制律,以适应参数或模型的变化,即实现多个模糊规则对应控制器的协调,如图1所示。取整个系统的控制为起主导作用的局部模糊子

系统的控制,即

$$u(t) = u^l(t) \\ l = \arg \max_k \{ \mu_k(z(t)), k = 1, 2, \dots, m \} \quad (2.5)$$

将式(2.5)代入式(2.2),得到闭环全局模糊系统

$$\dot{x}(t) = \sum_{k=1}^m \mu_k(t) [A_k - B_k K_l] x(t) = \\ \bar{A}(\mu(t)) x(t) \quad (2.6)$$

$$\text{其中 } \bar{A}(\mu(t)) = \sum_{k=1}^m \mu_k(t) A_{kl} \\ A_{kl} = A_k - B_k K_l \quad (2.7)$$

注意到闭环模糊系统由 m 个关联的闭环系统组成,每一个起主导作用的局部模糊子系统 A_{ll} 的稳定性不能保证整个闭环系统的全局稳定性。

3 Lyapunov 稳定性设计方法

将闭环系统划分成 m 个子区间,它满足

$$S_l = \{ z(t) \mid \mu_l(z(t)) = \mu_k(z(t)), \\ k = 1, 2, \dots, m; k \neq l \}, \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (3.1)$$

在每个子区间 S_l 中模糊系统可表示成

$$\dot{x}(t) = (A_{ll} + \Delta A_l) x(t) \quad (3.2)$$

$$\text{其中 } \Delta A_l = \sum_{k=1}^m \mu_k(t) \Delta A_{kl} \\ \Delta A_{kl} = A_{ll} - A_{kk} \quad (3.3)$$

可以看出,子区间 S_l 中模糊系统由一个占优的标称系统 A_{ll} 和一系列关联系统组成,标称系统

$$\dot{x}(t) = A_{ll} x(t) \quad (3.4)$$

受其它关联子系统的摄动。不失一般性,考虑第 l 个子区间 S_l 中模糊系统的稳定性。在以下讨论中,用 $\|\cdot\|$ 表示矩阵或向量的 2-范数。为确保模糊系统的稳定性,在整个系统的控制中增加一个监督控制项,得到

$$u(t) = u_r(t) + u_s(t) \quad (3.5)$$

其中 $u_r(t) = u^l(t)$ 如式(2.5)定义。将式(3.5)代入式(2.2),得到第 l 个子区间 S_l 中闭环模糊系统为

$$\dot{x}(t) = (A_{ll} + \Delta A_l) x(t) + B u_s(t) \quad (3.6)$$

对标称闭环系统(3.4),其渐近稳定的充要条件是对任意给定的正定对称矩阵 Q_l ,存在唯一正定对称矩阵 P_l ,满足 Lyapunov 方程

$$A_{ll}^T P_l + P_l A_{ll} = -Q_l \quad (3.7)$$

定义 $V(x) = \frac{1}{2} x^T P_l x$ 作为第 l 个子区间模糊系统的 Lyapunov 函数,沿式(3.6)的轨迹求其对时间

的导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \frac{1}{2}(\dot{x}^T P_l x + x^T P_l \dot{x}) = \\ &- \frac{1}{2}x^T Q_l x + x^T P_l \Delta A_l x + x^T P_l B u_s \end{aligned} \quad (3.8)$$

选择 $u_s(t)$ 具有如下形式

$$u_s(t) = \begin{cases} -\operatorname{sgn}(x^T P_l B) \frac{P_l \Delta A_l x}{x^T P_l B} \\ x^T P_l B = 0 \\ 0, \quad x^T P_l B = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

则有
$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{2}x^T Q_l x \quad (3.10)$$

因此, 第 l 个子区间 S_l 中闭环模糊系统具有渐近稳定性。

上述结果可推广到 $l = 1, 2, \dots, m$ 的情况, 则有如下定理:

定理 1 如果模糊系统(2.2)是局部能控的, 即 (A_k, B_k) 是能控对, $k = 1, 2, \dots, m$, 采用自适应控制律(3.5), 其中 $u_s(t)$ 如式(3.9)定义, 则所得的闭环模糊系统是渐近稳定的。

4 鲁棒性设计

被控对象的模糊动态模型, 可以通过对已知复杂非线性模型分段线性化, 或对未知动态系统应用聚类辨识算法^[6]得到。系统动力学方程的近似化, 以及参数的时变、不确定性等因素, 会给系统引入不确定性。考虑系统矩阵中存在不确定性, 模糊系统可表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\mu(t))x(t) + \\ &B(\mu(t))u(t) + \Delta A(x, p, t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

其中 $A(\mu(t))$ 和 $B(\mu(t))$ 如式(2.3)定义, $\Delta A(x, p, t)$ 是依赖于系统状态 x 和参数 p 及时间的系统摄动, 且满足

$$\Delta A(0, p, t) = 0 \quad (4.2)$$

$$\Delta A(x, p, t) = \delta x \quad (4.3)$$

仍采用上节方法, 将闭环系统划分成 m 个子区间, 在第 l 个子区间 S_l 中整个系统控制采用式(3.5)的形式, 则模糊系统可表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_l u + \Delta A_l)x(t) + \\ &\Delta A(x, p, t) + B_l u_s(t) \end{aligned} \quad (4.4)$$

定义 $V(x) = \frac{1}{2}x^T P_l x$ 作为第 l 个子区间模糊系统的 Lyapunov 函数, 沿式(4.4)的轨迹求其对时间的导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \frac{1}{2}(\dot{x}^T P_l x + x^T P_l \dot{x}) \\ &- \frac{1}{2}x^T Q_l x + x^T P_l \Delta A_l x + \\ &P_l \delta x^2 + x^T P_l B u_s \end{aligned} \quad (4.5)$$

选择 $u_s(t)$ 具有如下形式

$$u_s(t) = \begin{cases} -\operatorname{sgn}(x^T P_l B) \frac{P_l (\Delta A_l + \delta) x}{x^T P_l B} \\ x^T P_l B = 0 \\ 0, \quad x^T P_l B = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

则有
$$\dot{V}(x) = -\frac{1}{2}x^T Q_l x \quad (4.7)$$

因此第 l 个子区间 S_l 中闭环模糊系统具有渐近稳定性。同样, 对 $l = 1, 2, \dots, m$ 均成立, 则有如下定理:

定理 2 如果模糊系统(4.1)是局部能控的, 采用自适应控制律(3.5), 而 $u_s(t)$ 如式(4.6)定义, 则所得的闭环模糊系统是渐近稳定的。

进一步考虑系统作用有扰动 $d(p, t)$, 且满足

$$d(p, t) = \gamma \quad (4.8)$$

采用上述自适应控制律, 类似可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \frac{1}{2}x^T Q_l x + x^T P_l d(p, t) \\ &- (\alpha x - \beta) x \end{aligned} \quad (4.9)$$

其中, $\alpha = \frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q_l)$ 表示 Q_l 的最小特征值的一半, $\beta = \gamma P_l$ 。当 $x > \beta/\alpha$ 时, $\dot{V}(x)$ 为负, 所有相轨线均向原点邻域 $x = \beta/\alpha$ 趋近, 即 $x(t)$ 收敛到一个包含原点的有界点集。换言之, 原点邻域 $x = \beta/\alpha$ 是渐近稳定的, 因为在扰动作用下原点已不是系统的平衡点。

综上所述, 当系统存在系统摄动和扰动时, 本文所设计的自适应模糊控制律能使闭环系统具有鲁棒稳定性。

5 仿真实例

以达芬强迫振荡系统^[3]为例, 其状态方程为

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (5.1)$$

$$\dot{x}_2 = -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos(t) + u(t) \quad (5.2)$$

如果不加控制, 即 $u(t) = 0$, 则系统是一个混沌系统。控制任务是: 设计控制器使系统状态 x_1 跟踪参考轨迹 $y_m(t) = \sin(t)$ 。仿真中把方程(5.2)等号右边第 3 项看作未知有界扰动, 即 $d(t) = 12$ 。

选择如下 5 条规则作为模糊模型设计模糊控制

- R^1 : IF x_1 is about -3
 THEN $\dot{x} = A_1x + B_1u$
 R^2 : IF x_1 is about $-\frac{3}{2}$
 THEN $\dot{x} = A_2x + B_2u$
 R^3 : IF x_1 is about 0
 THEN $\dot{x} = A_3x + B_3u$
 R^4 : IF x_1 is about $\frac{3}{2}$
 THEN $\dot{x} = A_4x + B_4u$
 R^5 : IF x_1 is about 3
 THEN $\dot{x} = A_5x + B_5u$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -27 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & -0.1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad A_4 = A_2, \quad A_5 = A_1$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

x_1 的模糊集合如图 2 所示。通过极点配置设计局部状态反馈控制器, 求得反馈控制增益分别为

$$K_1 = [23.0000 \quad -3.9000]$$

$$K_2 = [5.0000 \quad -3.9000]$$

$$K_3 = [-3.0000 \quad -3.9000]$$

$$K_4 = [5.0000 \quad -3.9000]$$

$$K_5 = [23.0000 \quad -3.9000]$$

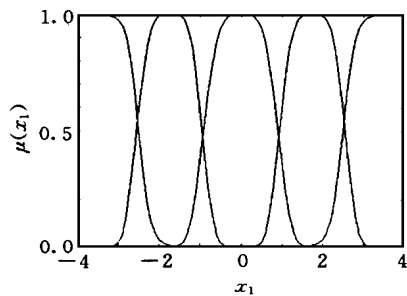


图 2 模糊集合隶属函数

在初始条件 $x_1(0) = x_2(0) = 2$ 时, 没有补偿控制作用, 闭环轨迹是发散的, 如图 3 所示; 在补偿控制(3.9)作用下, 闭环轨迹的相平面图如图 4 所示, 它能够跟踪参考轨迹。考虑被控对象的参数变化, 系统摄动 $\Delta A(x, p, t)$ 满足式(4.2)和(4.3), 意味着它可以实现线性化^[2], 即

$$\Delta A(x, p, t) = \Delta A(p)x$$

仿真中假定 $\Delta A(p) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ p_1 & p_2 \end{bmatrix}$, 其中 $p_1 \in [-2,$

$0.5]$, $p_2 \in [-0.05, 0.05]$, 则在式(4.6)中可取 $\delta = 2.0006$ 。仿真结果表明, 在补偿控制(4.6)作用

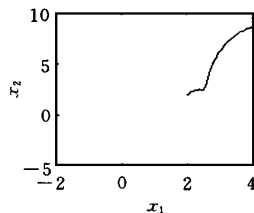


图 3 没有补偿控制
的相平面图

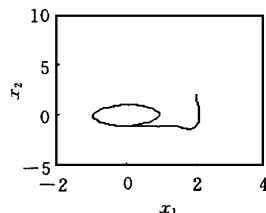


图 4 补偿控制作用
下的相平面图

下, x_1 能够跟踪参考轨迹, 相平面图与图 4 类似, 最终收敛于单位圆。

6 结 语

基于模糊动态模型, 本文提出一种适用于高阶非线性系统的自适应模糊控制设计方法, 得到了确保闭环模糊系统渐近稳定的控制律。采用 Lyapunov 稳定性综合法, 将变结构控制的设计方法应用于自适应模糊控制器的设计, 变结构控制的某些结果可视为自适应控制的具体实现。仿真结果验证了理论的正确性和有效性。

参 考 文 献

- 1 吴士昌. 自适应控制. 北京: 机械工业出版社, 1990
- 2 高为炳. 变结构控制理论基础. 北京: 中国科学技术出版社, 1990
- 3 王立新. 自适应模糊系统与控制——设计与稳定性分析. 北京: 国防工业出版社, 1995
- 4 Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 45(2): 135~156
- 5 Cao S G, Rees N W, Feng G. Stability analysis and design for a class of continuous-time fuzzy control systems. Int J Control, 1996, 64(6): 1069~1087
- 6 Cao S G, Rees N W, Feng G. Analysis and design for a class of complex control system—Part 1: Fuzzy modelling and identification. Automatica, 1997, 33(6): 1017~1028

作 者 简 介

孙 衢 男, 1971 年生。西安交通大学博士生。研究领域为复杂系统的模糊控制, 遗传算法, 神经模糊系统在控制中的应用。

李人厚 男, 1935 年生。西安交通大学教授, 博士生导师。主要研究方向为大系统的理论与应用, 复杂系统的智能控制和计算机控制系统。