第 15 卷 第 6 期 控 制 与 决 策 2000 年 11 月
Vol. 15 No. 6 CONTROL AND DECISION Nov. 2000

自适应模糊变结构控制器的一种新设计*

张 天 平
(扬州大学工学院计算机科学系 225009)

摘 要 针对一类非线性系统,基于一种修改的李亚普诺夫函数并利用 I 型模糊系统的逼近能力,提出一种稳定自适应模糊控制器设计的新方案。该方案能够避免现有的一些自适应模糊/神经网络控制器设计中对控制增益一阶导数上界的要求。理论分析证明了闭环控制系统是全局稳定的,跟踪误差收敛到零。仿真结果表明了该方法的有效性。

关键词 非线性系统, 模糊控制, 变结构控制, 自适应控制, 全局稳定性
分类号 TP 13

New Design of an Adaptive Fuzzy Variable Structure Controller

Zhang Tianping
(Yangzhou University)

Abstract A new scheme of stable adaptive fuzzy controller for a class of nonlinear systems is proposed. The design is based on a modified Lyapunov function and the approximation capability of the first type fuzzy systems. The approach does not require the upper bound of the first time derivative of the control gain. The closed-loop control system is shown to be globally stable in the sense that all signals involved are bounded, with tracking errors converging to zero. Simulation results demonstrate the effectiveness of the approach.

Key words nonlinear systems, fuzzy control, variable structure control, adaptive control, global stability

1 引 言

近年来,不确定非线性系统的模糊控制研究成为模糊控制理论研究的一个热点,并取得了许多成果[1~8]。文献[1]利用模糊系统逼近最优控制器,提出一种稳定的自适应模糊控制器,模糊系统中的参数可用基于李亚普诺夫方法得到的自适应律进行调整。但跟踪误差的收敛性依赖于逼近误差平方可积这一假设。文献[2]针对控制增益等于1的一类非线性系统,利用模糊系统逼近过程未知函数并对逼近误差进行自适应补偿,从而提出一种自适应模糊控制的设计。文献[3~7]利用模糊系统或神经网络的通用逼近能力,提出一些自适应模糊/神经网络控制器的设计方案,但需要控制增益一阶导数的上界已知,通常这个界与被控系统存在的不确定性、状态和控制信号有关,实际设计中一般很难确定。针对[3~7]中的缺点,文献[8]提出一种新方案,但跟踪误差只能渐近收敛到一个小的残差集内。

本文在文献[3, 8]的基础上,基于一种修改的李亚普诺夫函数并利用 I 型模糊逻辑系统的逼近能力,提出一种稳定自适应模糊控制器的新设计。控制方案不但能对逼近误差进行自适应补偿,而且设计中无需控制增益一阶导数的上界已知。利用李亚普诺夫方法,证明了闭环模糊控制系统的稳定性,跟踪误差收敛到零。仿真结果表明,本文提出的自适应模糊控制算法具有较强的鲁棒性和良好的跟踪性能。

* 国家自然科学基金项目(60074013)
1999-11-23 收稿, 2000-01-21 修回

2　问题描述及基本假设

考虑如下一类非线性系统

$$\begin{cases}\dot{x}_i = x_{i+1}, & i = 1, \cdots, n-1 \\ \dot{x}_n = f(x) + b(x)u(t) + d(x,t) \\ y = x_1\end{cases} \tag{1}$$

其中, $x = (x_1, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}}$ 是状态向量, u 是控制输入, f 是未知连续函数, b 是未知控制增益, d 表示外来干扰或未建模动态。

控制目标要求系统输出 y 尽可能好地去跟踪指定的期望轨迹 y_d。因此, 问题是设计一个控制律 $u(t)$, 使得 $y - y_d$ 收敛到零。定义 x_d, e 和滤波误差 e_s 如下

$$\begin{cases}x_d = (y_d, \dot{y}_d, \cdots, y_d^{(n-1)})^{\mathrm{T}} \\ e = x - x_d = (e_1, \cdots, e_n)^{\mathrm{T}} \\ e_s = \left(\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + \lambda\right)^{n-1} e_1 = \sum\limits_{i=1}^{n-1} c_i e_i + e_n\end{cases} \tag{2}$$

其中 $c_i = C_{n-1}^{i-1}\lambda^{n-i}$, $i = 1, \cdots, n-1$, $\lambda > 0$ 是设计常数。

引理 1[8]　若 e_s 由式(2) 确定, 则:

1) 当 $e_s = 0$ 时, $\lim\limits_{t\to\infty} e_1 = 0$;

2) 当 $|e_s| \le C$, $e(0) \in \Omega_c$ 时, $e(t) \in \Omega_c$, $\forall t \ge 0$;

3) 当 $|e_s| \le C$, $e(0) \notin \Omega_c$ 时, $\exists T = (n-1)/\lambda$, 使得 $\forall t \ge T$, 有 $e(t) \in \Omega_c$。

其中 $\Omega_c = \{e(t) \mid |e_i| \le 2^{i-1}\lambda^{i-n}C, i = 1, \cdots, n\}$。

由式(1), (2) 知

$$\dot{e}_s = f(x) + b(x)u + \gamma + d(x,t) \tag{3}$$

其中
$$\gamma = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} - y_d^{(n)}$$

为了设计稳定的自适应模糊滑模控制, 对未知连续函数 $f(x)$, $b(x)$ 做如下假设:

1) $|f(x)| \le F(x)$, $\forall x \in R^n$;

2) $b(x) \ge b_0$, $\forall x \in R^n$;

3) $|d(x,t)| \le D(x)$, $\forall t \ge 0$;

4) $x_d \in \Omega_d \subset R^n$。

其中, $F(x)$, $D(x)$ 是已知正的连续函数, b_0 是已知正常数, Ω_d 是已知的有界闭集。

3　自适应模糊控制器的设计

受文献[8] 的启发, 令

$$h(z) = f(x)/b(x) + g(z) \tag{4}$$

其中

$$g(z) = \frac{1}{e_s}\int_0^{e_s}\left[\sigma\sum_{i=1}^{n-1}\frac{\partial b^{-1}(\bar{x}, \sigma + \gamma_1)}{\partial x_i}x_{i+1} + \frac{\gamma}{b(\bar{x}, \sigma + \gamma_1)}\right]\mathrm{d}\sigma \tag{5}$$

$\bar{x} = (x_1, \cdots, x_{n-1})^{\mathrm{T}}$, $\gamma_1 = y_d^{(n-1)} - \sum\limits_{i=1}^{n-1} c_i e_i$, $z = (x^{\mathrm{T}}, e_s, \gamma, \gamma_1)^{\mathrm{T}}$。定义有界紧集 $\Omega_z = \{(x^{\mathrm{T}}, e_s, \gamma, \gamma_1)^{\mathrm{T}} \mid x \in \Omega_c, x_d \in \Omega_d\} \subset R^{n+3}$, Ω_c 的定义将在定理中给出。

设 $h(z, \theta_h)$ 是一个 I 型模糊逻辑系统在区域 Ω_z 上对 $h(z)$ 的逼近, 即

$$h(z, \theta_h) = \theta_h^{\mathrm{T}}\varphi(z) \tag{6}$$

而 $z = (z_1, \cdots, z_{n+3})^{\mathrm{T}}$, $\theta_h = (y_h^1, \cdots, y_h^M)^{\mathrm{T}}$ 是可调参数, $\varphi(z) = (p_1(z), \cdots, p_M(z))^{\mathrm{T}}$ 是模糊基函数构成的向量, M 是模糊系统中的规则数目, 其中

$$p_l(z) = \frac{\prod\limits_{i=1}^{n+3}\exp\left(-\dfrac{(z_i - a_{ih}^l)^2}{(b_{ih}^l)^2}\right)}{\sum\limits_{l=1}^{M}\prod\limits_{i=1}^{n+3}\exp\left(-\dfrac{(z_i - a_{ih}^l)^2}{(b_{ih}^l)^2}\right)} \tag{7}$$

$$l = 1, \cdots, M$$

令

$$\begin{cases}\Omega_h = \{\theta_h: \|\theta_h\| \le M_h\} \\ \theta_h^* = \arg\min\limits_{\theta_h\in\Omega_h}\left[\sup\limits_{z\in\Omega_z}|h(z,\theta_h) - h(z)|\right]\end{cases} \tag{8}$$

其中正常数 M_h 是设计参数。令 $\epsilon_h = \max\limits_{z\in\Omega_z}[|h(z) - h(z, \theta_h^*)|]$, 则 ϵ_h 是未知有界常数。

采用如下控制律

$$u(t) = -k(t)e_s - h(z, \hat{\theta}_h) - \hat{\epsilon}_h\operatorname{sgn}(e_s) - \frac{D(x)}{b_0}\operatorname{sgn}(e_s) \tag{9}$$

其中 $\hat{\theta}_h$, $\hat{\epsilon}_h$ 分别表示 θ_h^*, ϵ_h 在 t 时刻的估计值, 而

$$k(t) = \frac{1}{\epsilon}\sqrt{1 + \frac{F^2(x) + \gamma^2}{b_0^2} + h^2(z, \hat{\theta}_h) + \hat{\epsilon}_h^2} \tag{10}$$

采用如下自适应律

$$\dot{\hat{\theta}}_h = \begin{cases}\eta_1 e_s(t)\varphi(z), & \|\hat{\theta}_h\| < M_h \text{ 或 } \\ & \|\hat{\theta}_h\| = M_h \text{ 且 } e_s(t)\hat{\theta}_h^{\mathrm{T}}\varphi(z) \le 0 \\ \eta_1 e_s(t)\varphi(z) - \eta_1 e_s(t)\dfrac{\hat{\theta}_h\hat{\theta}_h^{\mathrm{T}}}{\|\hat{\theta}_h\|^2}\varphi(z) \\ & \|\hat{\theta}_h\| = M_h \text{ 且 } e_s(t)\hat{\theta}_h^{\mathrm{T}}\varphi(z) > 0\end{cases} \tag{11}$$

$$\dot{\hat{\epsilon}}_h = \eta_2|e_s| \tag{12}$$

其中 $\eta_1 > 0$, $\eta_2 > 0$ 是自适应率。

4 稳定性分析

令 $V_h(t)=\frac{1}{2}\hat{\theta}_h^{T}\hat{\theta}_h$，则由式(11)知，当 $\|\hat{\theta}_h\|=M_h$ 且 $e_s(t)\hat{\theta}_h^{T}\varphi(z)\le 0$ 时，$\dot{V}_h(t)\le 0$，当 $\|\hat{\theta}_h\|=M_h$ 且 $e_s(t)\hat{\theta}_h^{T}\varphi(z)>0$ 时，$\dot{V}_h(t)=0$，所以 $\forall t\ge 0$，有 $\|\hat{\theta}_h\|\le M_h$。由上面的分析可知，只要参数 $\hat{\theta}_h(0)\in\Omega_h$，则 $\hat{\theta}_h(t)\in\Omega_h$。

定义光滑函数如下

$$V_e=\int_0^{e_s}\frac{\sigma}{b(\bar{x},\sigma+\gamma_1)}\mathrm{d}\sigma \qquad (13)$$

由积分中值定理知，$\exists\ \lambda_s\in(0,1)$，使得 $V_e=\frac{e_s^2}{2b(\bar{x},\lambda_s e_s+\gamma_1)}$。因为 $\frac{1}{b_0}>\frac{1}{b(x)}>0,\ \forall x\in R^n$，所以 V_e 是关于变量 e_s 的正定函数。由复合函数的求导规则得

$$\dot{V}_e=\frac{e_s}{b(x)}\dot{e}_s+\int_0^{e_s}\sigma\left[\frac{\partial b^{-1}(\bar{x},\sigma+\gamma_1)}{\partial\bar{x}}\dot{\bar{x}}+\frac{\partial b^{-1}(\bar{x},\sigma+\gamma_1)}{\partial\gamma_1}\dot{\gamma}_1\right]\mathrm{d}\sigma \qquad (14)$$

因为 $\frac{\partial b^{-1}(\bar{x},\sigma+\gamma_1)}{\partial\gamma_1}=\frac{\partial b^{-1}(\bar{x},\sigma+\gamma_1)}{\partial\sigma}$，$\gamma=-\dot{\gamma}_1$，所以

$$\int_0^{e_s}\sigma\frac{\partial b^{-1}(\bar{x},\sigma+\gamma_1)}{\partial\gamma_1}\dot{\gamma}_1\mathrm{d}\sigma=-\gamma\int_0^{e_s}\sigma\frac{\partial b^{-1}(\bar{x},\sigma+\gamma_1)}{\partial\sigma}\mathrm{d}\sigma=-\frac{\gamma e_s}{b(x)}+\gamma\int_0^{e_s}\frac{1}{b(\bar{x},\sigma+\gamma_1)}\mathrm{d}\sigma$$

代入式(14)，并利用式(3)和(5)，得

$$\dot{V}_e=e_s\left[u+h(z)+\frac{d(x,t)}{b(x)}\right] \qquad (15)$$

由式(2)，(6)，(9)和(10)构成的控制律，可得如下稳定性定理：

定理1 考虑过程(1)，其控制律由式(2)，(6)，(9)和(10)确定，自适应律由式(11)，(12)确定，并满足假设1)～4)，则：

1) 闭环模糊控制系统中所有信号有界且存在可计算的时间 T，使得 $\forall t\ge T$，有 $x\in\Omega_\epsilon=\{x(t)\,|\,|e_i(t)|\le 2^{i+1}\lambda^{i-n}\epsilon,\ i=1,\cdots,n,\ x_d\in\Omega_d\}$；

2) $\lim\limits_{t\to\infty}e_s=0$，即 $\lim\limits_{t\to\infty}e_1(t)=0$。

其中 ϵ 由设计者给定，$\|\hat{\theta}_h(0)\|\le\|M_h$。

证明 1) 取 $V_1=e_s^2/2$，则

$$\dot{V}_1=e_s b(x)\left[-k(t)e_s-h(z,\hat{\theta}_h)-\hat{\epsilon}_h\mathrm{sgn}(e_s)-\frac{D(x)\mathrm{sgn}(e_s)}{b_0}+\frac{f(x)+\gamma+d(x,t)}{b(x)}\right]\le -b(x)k(t)\left\{e_s^2-\frac{|e_s|}{k(t)}\left[\frac{|f(x)|+|\gamma|}{b(x)}+|h(z,\hat{\theta}_h)|+|\hat{\epsilon}_h|\right]\right\}$$

由式(10)，假设2)及 $(a+b+c+d)^2\le 4(a^2+b^2+c^2+d^2)$，有 $\dot{V}_1\le -b(x)k(t)(e_s^2-2\epsilon|e_s|)$。因为 $2\epsilon|e_s|\le e_s^2/2+2\epsilon^2$，$e_s^2=2V_1$，易知 $2\dot{V}_1=\mathrm{d}(2V_1(t)-4\epsilon^2)/\mathrm{d}t\le -b(x)k(t)[2V_1(t)-4\epsilon^2]$，所以 $2V_1(t)-4\epsilon^2\le[2V_1(0)-4\epsilon^2]\mathrm{e}^{-\int_0^t b(x(\tau))k(\tau)\mathrm{d}\tau}$。由于 $b(x)k(t)\ge b_0/\epsilon>0$，故

$$e_s^2\le e_s^2(0)\mathrm{e}^{-b_0t/\epsilon}+4\epsilon^2 \qquad (16)$$

由式(16)知，$\forall t\ge T_1=\max\left\{0,\frac{2\epsilon}{b_0}\ln\frac{|e_s(0)|}{2\sqrt{3}\epsilon}\right\}$，有 $|e_s(t)|\le 4\epsilon$。根据引理1，当 $t\ge T=T_1+(n-1)/\lambda$ 时，$|e_i(t)|\le 2^{i+1}\lambda^{i-n}\epsilon,\ i=1,\cdots,n$。因此系统状态 $x\in\Omega_\epsilon,\ \forall t\ge T$。

2) 取

$$V(t)=\int_0^{e_s}\frac{\sigma}{b(\bar{x},\sigma+\gamma_1)}\mathrm{d}\sigma+\frac{1}{2}\left[\frac{\tilde{\theta}_h^{T}\tilde{\theta}_h}{\eta_1}+\frac{(\hat{\epsilon}_h-\epsilon_h)^2}{\eta_2}\right] \qquad (17)$$

其中 $\tilde{\theta}_h=\theta_h^*-\hat{\theta}_h$。将 $V(t)$ 对时间 t 求导得

$$\dot{V}(t)=\dot{V}_e-\frac{\tilde{\theta}_h^{T}\dot{\hat{\theta}}_h(t)}{\eta_1}+\frac{(\hat{\epsilon}_h(t)-\epsilon_h)\dot{\hat{\epsilon}}_h(t)}{\eta_2} \qquad (18)$$

将式(11)，(12)及(15)代入式(18)，整理得

$$\dot{V}(t)=e_s[-k(t)e_s-h(z,\hat{\theta}_h)-\hat{\epsilon}_h\mathrm{sgn}(e_s)-D(x)\mathrm{sgn}(e_s)/b_0+h(z)+d(x,t)/b(x)]-\tilde{\theta}_h^{T}\dot{\hat{\theta}}_h/\eta_1+(\hat{\epsilon}_h(t)-\epsilon_h)\dot{\hat{\epsilon}}_h(t)/\eta_2\le -k(t)e_s^2+I_1e_s\tilde{\theta}_h^{T}\frac{\hat{\theta}_h\hat{\theta}_h^{T}\varphi(z)}{\|\hat{\theta}_h\|^2},\quad \forall t\ge T \qquad (19)$$

其中当式(11)的第1或第2条件成立时，$I_1=0$ 或 1。由于当式(11)的第2个条件成立时，$\|\hat{\theta}_h\|=M_h$，$\tilde{\theta}_h^{T}\hat{\theta}_h=\frac{1}{2}[\|\theta_h^*\|^2-\|\hat{\theta}_h\|^2-\|\theta_h^*-\hat{\theta}_h\|^2]\le 0$，则

$$\dot{V}(t)\le -k(t)e_s^2\le -e_s^2/\epsilon\le 0,\quad \forall t\ge T \qquad (20)$$

采用类似于文献[3]中定理1的证明方法，不难推出

该定理的结论 2) 成立。

5　仿真结果

考虑如下具有函数增益的非线性系统

$$\begin{cases} \mathring{x}_1 = x_2 \\ \mathring{x}_2 = \dfrac{1 - e^{-x_1}}{1 + e^{-x_1}} - (x_2^2 + 2x_1)\sin x_2 + \\ \qquad (1 + e^{-x_1})u \end{cases} \tag{21}$$

控制目标是使状态 $x = (x_1, x_2)^T$ 跟踪指定的轨迹 $x_d = \left(\sin\left(\frac{\pi}{20}t\right), \frac{\pi}{20}\cos\left(\frac{\pi}{20}t\right)\right)^T$。定义 $e = x - x_d = (e_1, e_2)^T$, 则 $e_1 = x_1 - \sin\left(\frac{\pi}{20}\right)$, $e_2 = x_2 - \frac{\pi}{20}\cos\left(\frac{\pi}{20}t\right) = \mathring{e}_1$。仿真中取 $M = 5, c_1 = 10, \eta_1 = 2, \eta_2 = 2, x_1(0) = 0.6, x_2(0) = -0.3, \hat{\epsilon}_h(0) = 0.5, \hat{\theta}_h(0) = (4, 2, 0, -2, -4)^T, \epsilon = 0.01, M_h = 10, b_0 = 1, F(x) = 1 + x_2^2 + 2|x_1|$。仿真结果如图 1 和图 2 所示。图 1 中实线表示 e_1, 虚线表示 e_2。

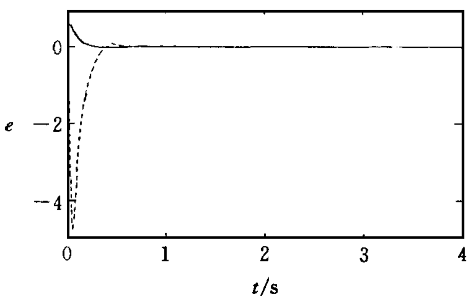

图 1　跟踪误差

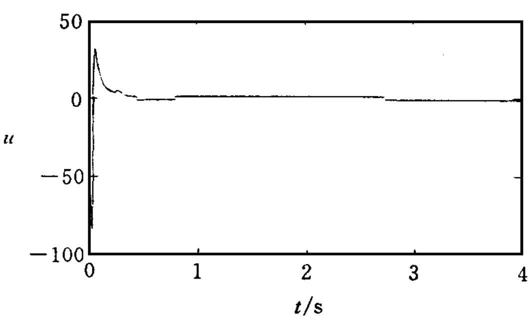

图 2　控制信号

仿真结果表明, 本文提出的自适应模糊控制算法是有效的。由于控制律中增加了逼近误差的自适应补偿项, 因此不管逼近未知函数的模糊系统是否准确, 都能保证闭环模糊控制系统的全局稳定性。

6　结　　语

本文提出一种直接自适应模糊变结构控制器的设计, 根据李亚普诺夫方法, 确定了 I 型模糊系统中可调参数和逼近误差的自适应律。通过理论分析, 证明了闭环控制系统的全局稳定性, 跟踪误差收敛到零。

参 考 文 献

1　Wang L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1993, 1(2): 146～155

2　Su C Y, Stepanenko Y. Adaptive control of a class of nonlinear systems with fuzzy logic. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1994, 2(4): 285～294

3　张天平, 冯纯伯. 一类非线性系统的自适应模糊滑模控制. 自动化学报, 1997, 23(3): 361～369

4　张天平. 一类大系统的分散自适应模糊滑模控制. 自动化学报, 1998, 24(6): 746～752

5　张天平. 自适应模糊滑模控制器的设计与分析. 自动化学报, 1999, 25(3): 370～374

6　Zhang Tianping. Stable adaptive fuzzy sliding mode control of interconnected systems. Fuzzy Sets and Systems, 2000

7　Sanner R M, Slotine J J E. Gaussian networks for direct adaptive control. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(6): 837～863

8　Zhang T, Ge S S, C C Hang. Stable adaptive control for a class of nonlinear systems using a modified Lyapunov function. In: Proc of the 14th IFAC World Congress. Beijing, 1999. 373～387

作 者 简 介

张天平　男, 1964 年生。1996 年获东南大学自动控制理论及应用专业博士学位, 现为扬州大学工学院计算机科学系副教授。目前主要从事自适应控制、模糊控制理论及应用、智能控制及非线性控制等研究工作。