

# 多区域重叠互联电力系统的 $H_\infty$ 控制\*

李小华

贵 驰

陈雪波

(鞍山钢铁学院电子与信息工程学院 114002) (东北电业管理局) (鞍山钢铁学院电子与信息工程学院)

**摘 要** 研究多区域重叠互联电力系统的鲁棒控制问题。利用包含原理的约束条件和 LMI 算法, 提出以两两区域互联子系统控制为基础的多区域系统分散鲁棒  $H_\infty$  控制器的设计方法。以两区域重叠互联电力系统为例, 对系统进行负载阶跃扰动响应仿真, 结果表明了该设计方法的有效性。

**关键词** 互联电力系统, 重叠结构分解, 分散  $H_\infty$  控制器, LMI

**分类号** TP 13

## $H_\infty$ Control for Multi-area Overlapping Interconnected Power Systems

Li Xiaohua

Ben Chi

(Anshan Institute of Iron and Steel Technology) (Dongbei Electric Power Administration)

Chen Xuebo

(Anshan Institute of Iron and Steel Technology)

**Abstract** A robust control problem for the multi-area overlapping interconnected power systems is discussed. In terms of the restriction conditions of the inclusion principle and the LMI algorithm, an approach of designing the decentralized robust  $H_\infty$  controller is proposed for the systems, based on the control of two by two area interconnected subsystems. A simulation result of the responding for the two-area overlapping interconnected power system to load step disturbances shows the effectiveness of the approach.

**Key words** interconnected power systems, overlapping structure decomposition, decentralized  $H_\infty$  controller, LMI

## 1 引 言

多区域重叠互联电力系统结构可分为链型、星型和网型<sup>[1]</sup>, 其特征是以两两区域子系统间联络线的功率变化量作为系统模型的重叠互联项。文献[2~4]给出了此类系统的分散控制方法, 但设计的控制器既没有考虑系统控制的鲁棒性, 也没有考虑多区域系统的控制问题。

本文结合一多区域重叠互联电力系统模型, 给出其分散鲁棒  $H_\infty$  控制器的设计方法。按照文献[5]的结构分析, 将一个多区域重叠互联电力系统模型

分解为两两区域重叠互联系统。针对两两区域子系统, 利用系统的包含原理<sup>[6]</sup>及 LMI 算法<sup>[7]</sup>, 分别设计子系统的分散  $H_\infty$  控制器, 然后协调各个分散控制, 得到系统的全局近似最优控制。对系统进行负载阶跃扰动响应的仿真结果表明, 用本文方法设计的控制器在鲁棒性明显提高的前提下, 使系统具有与文献[3, 4]中方法同样满意的动态性能, 且其结果优于文献[2]。

## 2 系统的结构及数学模型

考虑一多区域互联电力系统<sup>[1,5]</sup>, 其系统模型可表示为

\* 辽宁省教委高校科研项目(32221206)

$$S_i: \begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + a_i \Delta P e_i + b_i u_i + f_i \xi_i \\ \Delta P e_i = \alpha_{ij} \sum_{j=1, j \neq i}^N (m_{ij}^T x_i - m_{ji}^T x_j) \\ \dot{v}_i = d_i^T x_i + \Delta P e_i \\ y_i = c_i x_i + \eta \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $x_i, u_i, \xi_i, y_i, \eta$  分别是第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 个区域子系统的状态、输入、扰动输入、输出和量测噪声,  $\Delta P e_i$  是第  $i$  个区域子系统传输线功率交换总量的变化量。将系统组成两两重叠互联系统, 其模型为<sup>[5]</sup>

$$S_{ij}: \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + F\xi \\ y = Cx + \eta \\ i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j \end{cases} \quad (2)$$

不失一般性, 令  $i = 1, j = 2$ , 则式(2)中  $x = [\Delta x^T \Delta v_1 \Delta P e \Delta v_2 \Delta x_2^T]^T$  为状态向量,  $u = [u_1, u_2]^T$  为控制输入向量,  $\xi = [\xi_1, \xi_2]^T$  为扰动输入向量,  $\eta = [\eta_1^T, \eta_{v_1}, \eta_e, \eta_{v_2}, \eta_2^T]^T$  为量测噪声输入向量,  $y = [y_1^T, y_{v_1}, y_e, y_{v_2}, y_2^T]^T$  为量测输出。系数矩阵参见文献[5], 其状态和输出均具有重叠结构。考虑  $H_\infty$  优化问题, 上述状态空间描述又可表示为

$$S_{12}: \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $w = [\xi_1 \eta_{v_1}^T \eta_e \eta_{v_2}^T \xi_2]^T$  是输入扰动与量测噪声的组合向量, 称为扰动输入向量;  $z = [z_1, z_2]^T$  为被控输出。式(3)中系统的系数阵相对于文献[5]和式(2), 变化为

$$B_1 = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0_{3 \times 9} & 0 \\ 0 & 0 & f_2 \end{bmatrix}, \quad B_2 = B, \quad C_2 = C$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = 0_{2 \times 11}, \quad D_{12} = I_2$$

$$D_{21} = [0_{9 \times 1} \quad I_9 \quad 0_{9 \times 1}], \quad D_{22} = 0_{9 \times 2} \quad (4)$$

上述模型中变量的物理意义及其详细数据可参见文献[2, 3], 其中被控输出  $z$  的选择视控制器设计的实际情况而定。

对具有重叠结构的多区域互联电力系统进行分散鲁棒  $H_\infty$  控制, 可先将系统(1)化为两两区域子系统(3), 然后分解重叠结构。即通过伪相似变换扩展系统, 使得各个子系统重叠部分解耦<sup>[3]</sup>。具体方法是: 选取适当的扩展阵  $V, U, T, Q$  和补偿类矩阵  $M$ , 利用公式

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= VAU + MA, \quad \tilde{B}_1 = VB_1 Q_1 + MB_1 \\ \tilde{B}_2 &= VB_2 Q_2 + MB_2, \quad \tilde{C}_1 = T_1 C_1 U + MC_1 \\ \tilde{D}_{11} &= T_1 D_{11} Q_1 + MD_{11}, \quad \tilde{D}_{12} = T_1 D_{12} Q_2 + MD_{12} \\ \tilde{C}_2 &= T_2 C_2 U + MC_2, \quad \tilde{D}_{21} = T_2 D_{21} Q_1 + MD_{21} \end{aligned} \quad (5)$$

对系统(3)进行扩展。其中  $V, U$  及相应的  $M$  可参见文献[3, 4]。例如, 可将  $Q_1, Q_2, T_1, T_2$  选为

$$Q_1 = \begin{bmatrix} I_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 1 - \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_5 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} I_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 \end{bmatrix}^T$$

$$Q_2 = T_1 = I_2 \quad (6)$$

其中  $\beta$  为平衡参数。则重叠部分解耦的扩展子系统为

$$\tilde{S}_{12}: \begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A} \tilde{x} + \tilde{B}_1 \tilde{w} + \tilde{B}_2 u \\ \tilde{z} = \tilde{C}_1 \tilde{x} + \tilde{D}_{11} \tilde{w} + \tilde{D}_{12} u \\ \tilde{y} = \tilde{C}_2 \tilde{x} + \tilde{D}_{21} \tilde{w} \end{cases} \quad (7)$$

式中各系数阵可由  $\Phi = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_1 & \tilde{\Phi}_2 \\ \Phi_1 & \Phi_2 \end{bmatrix}$  代替,  $\Phi$  分别代表式(3)中的  $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}$ , 符号“~”表示扩展后对应的系数阵, 对角块阵  $\Phi_1$  和  $\Phi_2$  分别表示重叠部分解耦的两个子系统的系数阵。

### 3 鲁棒 $H_\infty$ 控制器的设计

经过重叠结构分解, 在扩展空间中可得到如下的分散子系统

$$\tilde{S}_i: \begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i = \tilde{A}_i \tilde{x}_i + \tilde{B}_{1i} w_i + \tilde{B}_{2i} u_i \\ \tilde{z}_i = \tilde{C}_{1i} \tilde{x}_i + \tilde{D}_{11i} w_i + \tilde{D}_{12i} u_i \\ \tilde{y}_i = \tilde{C}_{2i} \tilde{x}_i + \tilde{D}_{21i} w_i \end{cases}, \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

为子系统  $\tilde{S}_i$  设计动态输出反馈控制器

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i = \hat{A}_i \tilde{x}_i + \hat{B}_i y_i \\ u_i = \hat{C}_i \tilde{x}_i + \hat{D}_i y_i \end{cases}, \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

按照 LMI 算法, 该  $H_\infty$  控制器的存在条件可归结为线性矩阵不等式<sup>[7]</sup>

$$B_i G_i C_i + (B_i G_i C_i)^T + \Omega < 0 \quad (10)$$

其中,  $G_i = \begin{bmatrix} \hat{D}_i & \hat{C}_i \\ B_i & A_i \end{bmatrix}$  为控制器参数阵, 其它矩阵

$$B_i = [\tilde{B}_2 \quad \tilde{D}_{12i} \quad 0]^T, \quad C_i = [\tilde{C}_{2i} P \quad 0 \quad \tilde{D}_{21i}]$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \tilde{A}_i P + P \tilde{A}_i^T & P \tilde{C}_{1i}^T & B_{1i} \\ \tilde{C}_{1i} P & -Y & \tilde{D}_{11i} \\ B_{1i}^T & \tilde{D}_{11i} & Y \end{bmatrix} \quad (11)$$

若存在对称正定矩阵  $P$  和矩阵  $G_i$  使得不等式

将其转化为 3 个 LMIs<sup>[7]</sup>

(10) 成立, 则  $G_i$  即为  $H$  控制器参数阵。求解时可

$$L_B: = \left\{ \begin{array}{l} X: X = X^T > 0 \\ \left[ \begin{array}{cc} \tilde{B}_{2i} \\ \tilde{D}_{12i} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{cc} \tilde{A}_i X + X \tilde{A}_i^T + \tilde{B}_{1i} \tilde{B}_{1i}^T & X \tilde{C}_i^T + \tilde{B}_{1i} \tilde{D}_{11i} \\ \tilde{C}_i X + \tilde{D}_{11i} \tilde{B}_{1i}^T & \tilde{D}_{11i} \tilde{D}_{11i}^T - I \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \tilde{B}_{2i} \\ \tilde{D}_{12i} \end{array} \right]^T < 0 \end{array} \right\} \quad (12)$$

$$L_C: = \left\{ \begin{array}{l} Y: Y = Y^T > 0 \\ \left[ \begin{array}{cc} \tilde{C}_{2i}^T \\ \tilde{D}_{21i}^T \end{array} \right] \left[ \begin{array}{cc} Y \tilde{A}_i + \tilde{A}_i^T Y + \tilde{C}_{1i}^T \tilde{C}_{1i} & Y \tilde{B}_i + \tilde{C}_{1i}^T \tilde{D}_{11i} \\ \tilde{B}_{1i}^T Y + \tilde{D}_{11i}^T \tilde{C}_{1i} & \tilde{D}_{11i}^T \tilde{D}_{11i} - I \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \tilde{C}_{2i}^T \\ \tilde{D}_{21i}^T \end{array} \right]^T < 0 \end{array} \right\} \quad (13)$$

$$L_D: = \left\{ (X, Y): X \quad L_B, Y \quad L_C, \left[ \begin{array}{cc} X & I \\ I & Y \end{array} \right] > 0 \right\} \quad (14)$$

矩阵  $P$  解的构造如下

$$P: = \left[ \begin{array}{cc} X & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{array} \right] \quad (15)$$

其中,  $P_{12} P_{22}^{-1} P_{12}^T = X - Y^{-1}, P_{22} > 0$ 。构造出  $P$  后, 即可得  $H$  问题的解。利用 MATLAB 中 LMI 算法可求出控制器参数。

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \\ \hat{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_s C_2 & B_2 C_s \\ B_s C_2 & A_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 + B_2 D_s D_{21} \\ B_s D_{21} \end{bmatrix} w \\ y = [C_2 \quad 0] \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{x} \end{bmatrix} + D_{21} w \end{array} \right. \quad (18)$$

根据式(18) 可对该两区域系统进行仿真。

当  $i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j$  时, 可得到两两区域子系统分散次优鲁棒  $H$  控制器的集合。对多区域重叠互联电力系统的分散次优鲁棒  $H$  控制, 可通过协调并组合优化各个分散控制, 最终得到系统的全局近似最优控制解。

这样, 在扩展空间中得到系统  $S_{12}$  的输出反馈分散控制器参数阵

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \text{diag}(\hat{A}_1, \hat{A}_2), & \hat{B} &= \text{diag}(\hat{B}_1, \hat{B}_2) \\ \hat{C} &= \text{diag}(\hat{C}_1, \hat{C}_2), & \hat{D} &= \text{diag}(\hat{D}_1, \hat{D}_2) \end{aligned} \quad (16)$$

为使该控制器能在原系统  $S_{12}$  中实现, 利用包含原理的型约束条件<sup>[8]</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} A_s = \hat{A}, \quad B_s = \hat{B} T_1 \\ C_s = Q_2 \hat{C}, \quad D_s = \hat{D} T_1 \end{array} \right. \quad (17)$$

### 4 仿真结果

对于两区域系统  $S_{12}$ , 系统的系数如文献[5] 和式(4)。取系统扩展阵如式(6),  $H$  最优性能指标  $\gamma = 15$ , 可得到基于 LMI 的分散  $H$  控制器(9)。设计

可将式(16) 收缩回原系统空间。控制器在扩展空间中使系统稳定, 收缩回原空间仍使系统稳定<sup>[8]</sup>。控制器收缩后,  $S_{12}$  的闭环系统方程为

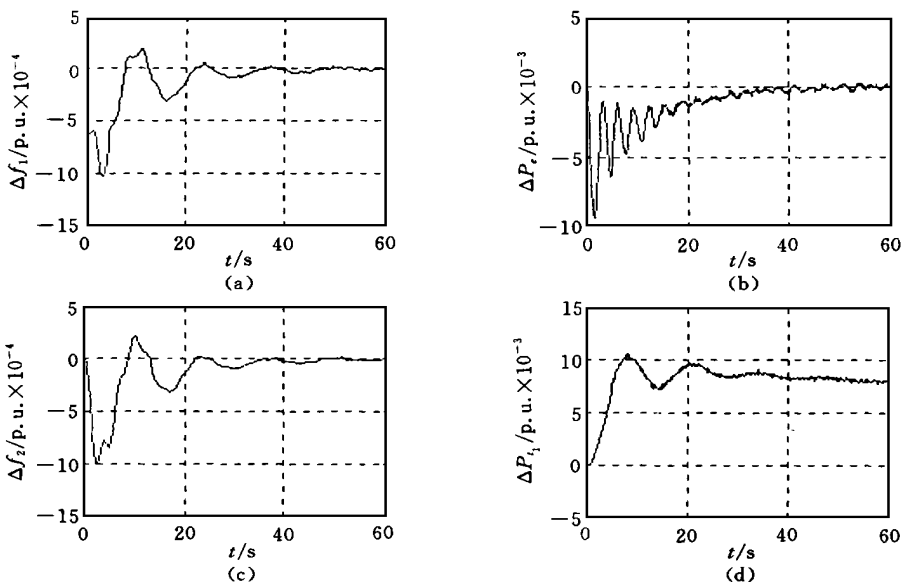


图1 系统阶跃扰动响应曲线

(a)  $\Delta f_1$  响应曲线 (b)  $\Delta f_2$  响应曲线 (c)  $\Delta P_c$  响应曲线 (d)  $\Delta P_t$  响应曲线

出分散的  $H_\infty$  控制器收缩回原空间(3),并应用于原系统  $S_{12}$ 。图 1 给出子系统 1 和子系统 2 的主要输出响应曲线,即频率变化量  $\Delta f_{1,2}$ , 传输线功率变化量  $\Delta P_e$  和蒸汽发电机高压输出变化量  $\Delta P_{t1}$  的阶跃扰动输出响应曲线。仿真结果表明,在鲁棒性明显提高的前提下,系统具有与文献[3,4] 同样满意的动态性能,且其结果好于文献[2]。

## 5 结 语

本文给出了多区域重叠互联电力系统以两两区域重叠互联子系统控制为基础的分散  $H_\infty$  鲁棒控制器的设计方法。将多区域系统分解为两两区域重叠互联系统,然后按照两区域重叠互联系统的控制方法进行设计。在控制器的设计过程中采用 LMI 算法,以提高系统控制的鲁棒性。该方法的研究为多区域互联电力系统的区域自主分散控制和协调,以及系统全局控制的组合优化和智能化奠定了基础。

## 参 考 文 献

- 1 Siljak D D. Large scale dynamic systems: Stability and structure. New York: North-Holland, 1978
- 2 Calovic M S. Automatic generation control: Decentralized area-wise optimal solution. Electric Power Systems Research, 1984, 7: 225 ~ 139
- 3 Xue-Bo Chen, Stankovic S S. Overlapping decomposition and decentralized LQG control for interconnected power systems. In: Proc of IEEE SMC 96. Beijing,

1996. 14 ~ 17

- 4 Stankovic S S, Chen X B, Siljak D D. Stochastic inclusion principle applied to decentralized overlapping suboptimal LQG control. In: Proc 13th IFAC Congress. San Francisco, 1996. 7 ~ 12
- 5 陈雪波, 李小华. 多区域重叠互联电力系统的结构分析. 见: 中国自动化学会第十四届青年学术会议论文集. 1999. 15 ~ 19
- 6 陈雪波, Stankovic S S. 离散随机系统的包含原理. 自动化学报, 1997, 23(1): 94 ~ 98
- 7 T Iwasaki, R E Skelton. All controllers for the general  $H_\infty$  control problem: LMI existence conditions and state space formulas. Automatica, 1994, 30(8): 1307 ~ 1317
- 8 M Ikeda, Siljak D D. Overlapping decentralized control with input, state and output inclusion. Control theory and Advanced Technology, 1986, 2(2): 155 ~ 172

## 作 者 简 介

李小华 女, 1964 年生。1997 年在鞍山钢铁学院获工学硕士学位, 现为该校电子与信息工程学院副教授。主要研究方向为大系统的结构分析与控制。

陈雪波 男, 1960 年生。1994 年在南斯拉夫贝尔格莱德大学获技术科学博士学位, 现为鞍山钢铁学院电子与信息工程学院教授。主要研究方向为大系统, 复杂系统和多变量系统的结构分析与控制。

贲 驰 女, 1965 年生。1995 年获东北大学双学位, 现任国家电力公司东北分公司工程师。研究方向为电力系统自动化。

(上接第 685 页)

## 4 结 语

本文利用组合系统的相似性结构, 给出了不确定系统鲁棒状态观测器的设计方案及估计状态分散反馈控制器的构造。研究表明, 组合系统的相似结构有利于简化对系统的分析与设计。

## 参 考 文 献

- 1 Y Chen. Adaptive robust observer for nonlinear uncertain systems. Int J Contr, 1990, 21(4): 803 ~ 814
- 2 C F Cheng, W J Wang, Y P Lin. Robust observer synthesis for nonlinear systems. Int J Contr, 1994, 25(5): 1053 ~ 1066
- 3 张嗣瀛. 复杂控制系统的对称性及相似性结构. 控制理论与应用, 1994, 11(2): 231 ~ 237
- 4 井元伟, 陈兵, 张嗣瀛. 非线性组合系统基于状态观测器的分散镇定. 控制与决策, 1997, 12(3): 256 ~ 259

- 5 陈兵, 井元伟, 张嗣瀛. 一类具有相似结构的不确定组合大系统的观测器设计. 控制与决策, 1998, 13(4): 306 ~ 310

- 6 D M Darvson. On the state observation and output feedback problems for nonlinear uncertain dynamic systems. Syst & Contr Lett, 1992, 18: 217 ~ 222
- 7 C F Cheng. Design of robust observation scheme for uncertain large scale systems. IEEE Proc Contr Theory Appl, 1997, 144(2): 369 ~ 374
- 8 M C Han, Y H Chen. Decentralized robust control design for linearizable systems with strong interconnections. In: Proc of the 1993 American Control Conf. 1993. 3279 ~ 3289

## 作 者 简 介

魏永德 男, 1960 年生。1982 年毕业于辽宁大学, 现为该校工商管理学院副教授。感兴趣的研究方向为自适应控制, 鲁棒控制等。