

# 不确定时滞系统鲁棒 $H^\infty$ 完整性设计\*

王景成 邵惠鹤

(上海交通大学自动化系 200030)

**摘要** 研究一类不确定时滞系统的鲁棒  $H^\infty$  完整性综合设计问题。首先将故障执行器输出信号假设为能量有界信号, 最终将问题归结为通过求解一 Riccati 方程得到时滞无关的状态反馈控制律。

**关键词** 鲁棒  $H^\infty$  控制, 可靠控制, 时滞

**分类号** TP 27

## Robust and Reliable $H^\infty$ Control for Linear Time-delay Systems

Wang Jingcheng, Shao Huihe

(Shanghai Jiaotong University)

**Abstract** The outputs of fail actuators are assumed to be energy-bounded signals. A delay-independent state feedback control law is presented by solving a Riccati equation.

**Key words** robust  $H^\infty$  control, reliable control, time-delay

### 1 引言

近年来, 鲁棒  $H^\infty$  控制的研究得到长足发展<sup>[1, 2]</sup>。实际工程中系统不可能永远不出现故障, 如何在故障情形下仍确保系统性能是一项极富挑战性的研究课题。目前, 关于执行器存在故障的鲁棒  $H^\infty$  完整性设计问题已得到广泛的研究<sup>[3, 4]</sup>。本文主要研究在执行器存在故障和系统存在不确定情形下的鲁棒  $H^\infty$  完整性综合设计问题。首先假设系统状态全部可测; 同时假设故障执行器输出为任意能量有界信号, 该假设是文献[3]故障执行器输出为零假设的推广, 更具工程背景。然后采用频域内凑平方项和放缩等方法将问题归结为求解 Riccati 方程, 最终得到一时滞无关无记忆状态反馈控制律, 以确保闭环系统在执行器故障情形和  $H^\infty$  范数界约束条件下是二次稳定的。

### 2 系统描述与定义

研究如下不确定时滞系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + \\ &\quad (A_1 + \Delta A_1)x(t-h) + \\ &\quad Bu(t) + Gw(t) \\ z(t) &= Ex(t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $x(t) \in R^n$  是状态向量,  $u(t) \in R^m$  是控制向量,  $w(t) \in R^p$  是属于  $L_2[0, \infty)$  空间的干扰输入向量,  $z(t) \in R^q$  是被控输出向量;  $A$  和  $A_1$  是具有适当维数的已知矩阵,  $\Delta A$  和  $\Delta A_1$  表示系统的不确定性;  $h$  为一非负常数。假设系统(1)中不确定性形式为

$$\begin{aligned} \Delta A &= M_1 F_1, \quad \Delta A_1 = M_2 F_2 \\ F_i F_i^T &= I, \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

采用如下的静态状态反馈控制律(其中状态反馈阵的结构给定)

$$u(t) = -Kx(t) = -\frac{1}{2\epsilon} B^T P x(t) \quad (2)$$

执行器可分为两类: 一类容易发生故障, 记为  $\Omega \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$ , 这类执行器对于系统稳定性是冗余的, 但可能会改善系统性能; 另一类很难发生故障, 记为  $\bar{\Omega} = \{1, 2, \dots, m\} - \Omega$  假设这类执行器不会发生故障, 它们将用以镇定被控系统。引入分解形式

$$B = B_{\bar{\Omega}} + B_{\Omega} \quad (3)$$

\* 国家自然科学基金项目(60004001) 和中国博士后科学基金项目

其中  $B_\omega$  和  $B_\Omega$  是取  $B$  中集合  $\Omega$  和  $\Omega$  相应列为零而产生的。

假定  $(A, B_\Omega)$  可镇定, 并假定故障传感器的输出是任意能量有界信号, 即属于  $L_2[0, \infty)$ 。期望在故障状况下保证系统稳定并尽量降低故障对系统性能的影响, 假定故障执行器的输出为干扰输入, 控制目的是尽量降低干扰输入和故障执行器输出对闭环系统性能的影响。定义实际故障执行器的集合为  $\omega$  显然它是集合  $\Omega$  的子集, 即  $\omega \subseteq \Omega$ 。

进一步引入类似于式 (3) 给出的分解形式  $B = B_\omega + B_{\bar{\omega}}$ , 记

$$\tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} w(t) \\ u_\omega^f(t) \end{bmatrix}$$

其中  $u_\omega^f(t) \in R^m$  是故障向量, 其中一部分对应于故障执行器  $\omega$  产生的输出, 另一部分对应于正常执行器产生的输出 (视为零), 它可视为新的干扰输入向量。

考虑执行器故障实际存在的情形, 则式 (1) 和 (2) 可分别改写成

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + \Delta A)x(t) + \\ & (A_1 + \Delta A_1)x(t-h) + \\ & B\omega u(t) + [G \quad B_\omega]\tilde{w}(t) \end{aligned}$$

$$z(t) = Ex(t)$$

$$u(t) = -K\bar{\omega}(t) = -\frac{1}{2\epsilon}B_\omega^T Px(t)$$

**定义 1** 若存在一正定对称矩阵  $P$  和一正实常数  $\alpha$ , 使得对于任意  $(x(t), t) \in R^n \times R$ , 任意容许不确定性和对应于  $\omega \subseteq \Omega$  的执行器故障情形下, Lyapunov 函数

$$V(x(t), t) = x^T(t)Px(t) + \delta \int_{t-h}^t x^T(s)x(s)ds$$

对时间  $t$  的导数满足  $dV(x(t), t)/dt \leq -\alpha \|x\|^2$ , 则称系统 (1) ( $u(t) = 0, w(t) = 0$ ) 在执行器故障情形下是二次稳定的。若存在状态反馈控制律使得在执行器故障情形下闭环系统是二次稳定的, 则称系统 (1) 和 (2) ( $w(t) = 0$ ) 通过状态反馈在执行器故障情形下二次可镇定。

**定义 2** 给定常数  $\gamma > 0$ , 若在对应于  $\omega \subseteq \Omega$  的执行器故障情形和任意容许不确定性情形下满足下述条件: 1) 在执行器故障情形下系统是二次稳定的; 2) 在零初始条件假设下, 满足约束条件  $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|\tilde{w}(t)\|_2$ 。则称系统 (1) ( $u(t) = 0$ ) 在执行器故障情形和  $H^\infty$  范数约束条件下是二次稳定的。若存在状态反馈控制律使得闭环系统同时满足条件 1)

和条件 2), 则称系统 (1) 在执行器故障情形和  $H^\infty$  范数约束条件下通过状态反馈二次可镇定。

定义 1 和定义 2 是文献 [1, 2] 中已有定义向执行器故障情形的推广。

### 3 鲁棒 $H^\infty$ 完整性设计

下面给出本文的主要结果:

**定理 1** 假定任意时间下干扰输入为零。在对应于  $\omega \subseteq \Omega$  的执行器故障情形下, 若对于正常数  $\epsilon, \lambda_1, \lambda_2$  和  $\lambda_3$ , 存在一正定对称矩阵  $P$  满足下列矩阵不等式

$$\begin{aligned} & A^T P + PA + P(\lambda_1 A_1 A_1^T + \lambda_2 M_1 M_1^T + \\ & \lambda_3 M_2 M_2^T - \frac{1}{\epsilon} B_\Omega B_\Omega^T) P + \\ & \left[ \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \right] I < 0 \end{aligned}$$

则闭环系统 (1) 和 (2) 在执行器故障状态下是二次稳定的。

由 Lyapunov 稳定性定理和定义 1 易证本定理。

**定理 2** 给定一正常数  $\gamma$  和一正定对称矩阵  $Q$ 。在对应于  $\omega \subseteq \Omega$  的执行器故障情形下, 若对于正常数  $\epsilon, \lambda_1, \lambda_2$  和  $\lambda_3$  存在一正定对称矩阵  $P$  满足下列 Riccati 方程

$$\begin{aligned} & A^T P + PA + P(\lambda_1 A_1 A_1^T + \lambda_2 M_1 M_1^T + \\ & \lambda_3 M_2 M_2^T - \frac{1}{\epsilon} B_\Omega B_\Omega^T) P + \\ & \frac{1}{\gamma} P [G \quad B_\omega] [G \quad B_\omega]^T P + \\ & \left[ \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} \right] I + \frac{1}{\gamma} E^T E + \epsilon \hat{Q} = 0 \end{aligned}$$

则闭环系统 (1) 和 (2) 在执行器故障状态和  $H^\infty$  范数约束  $\gamma$  下是二次稳定的。

**证明** 通过收缩和频域内凑平方项, 最终可得  $H_{z\tilde{w}}^*(j\omega) H_{z\tilde{w}}(j\omega) \leq \gamma^2 I$ , 从而定理得证。

### 4 结 语

本文研究一类不确定时滞系统的鲁棒  $H^\infty$  完整性综合设计问题。状态矩阵和时滞状态矩阵均存在不确定性; 系统有可能存在执行器故障, 并假设故障执行器输出信号是能量有界信号, 该假设是文献 [3] 故障执行器输出为零假设的推广。最终得到时滞无关无记忆状态反馈控制律, 以确保闭环系统在执行器故障情形和  $H^\infty$  范数界约束条件下是二次稳定的。 (下转第 730 页)

SASTC 能跟踪系统的结构性变化,对变结构系统的控制是行之有效的。

## 参考文献

- 1 K J Astrom, Wittenmark B. On self-tuning regulator. *Automatica*, 1973, 9(2): 185 ~ 199
- 2 D W Clarke, Phil M A D, Gawthrop P J. Self-tuning controller. *Proc IEE*, 1975, 122(9): 929 ~ 934
- 3 邓自立,郭一新. 现代时间序列分析及其应用. 北京: 知识出版社, 1988. 355 ~ 358
- 4 刘铁男,陈广义,任伟建. 时变结构系统的辨识预报和控制. 哈尔滨: 黑龙江科学技术出版社, 1993. 50 ~ 89
- 5 陈翰馥. 随机递推估计. 北京: 科学出版社, 1984. 161 ~ 162

(上接第 723 页)

## 参考文献

- 1 Xie L, Souza C E. Robust  $H_\infty$  control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1992, 37(8): 1188 ~ 1191
- 2 Wang J, Su H, Chu J. Robust  $H_\infty$  controller design for linear uncertain systems with delayed state and control. *J Franklin Inst*, 1998, 335B(3): 517 ~ 524
- 3 Veillette R J, Medanic J V, Perkins W R. Design of reliable control systems. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1992, 37(3): 290 ~ 304

(上接第 726 页)

## 参考文献

- 1 Shimemura E, Fujita M. A design method for linear state feedback systems possessing integrity based on a solution of a Riccati-type equation. *Int J of Control*, 1985, 42(4): 887 ~ 899
- 2 Shieh L S, Dib H M, Ganesan S *et al.* Optimal pole-placement for state-feedback systems possessing integrity. *Int J Syst Sci*, 1988, 19(8): 1419 ~ 1435
- 3 Furuta K, Kim S B. Pole assignment in a specified disc. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1987, 32(5): 423 ~ 427
- 4 Kawasaki N, Shimemura E. Pole placement in a specified region based on a linear quadratic regulator. *Int J Control*, 1988, 48(1): 225 ~ 240
- 5 Haddad W M, Bernstein D S. Controller design with regional pole constraints. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1992, 37(1): 54 ~ 69
- 6 Wang Z D, Tang G Q, Chen X M. Robust controller

- 6 任伟建,王鉴,刘淑平. 一种结构适应式自校正开关控制器. *信息与控制*, 1995, 24(5): 316 ~ 320

## 作者简介

任伟建 女,1963年生.1990年获黑龙江大学控制理论专业硕士学位,现为大庆石油学院自控系副教授.主要从事自适应及系统辨识方面的研究.

关学忠 男,1962年生.1989年于华东化工学院自控系获硕士学位,现为大庆石油学院自控系副教授.主要从事自适应及模糊控制方面的研究.

刘铁男 男,1945年生.1982年于华中理工大学获硕士学位,现任大庆石油学院自控系教授.研究方向为系统辨识,自适应控制和自适应滤波.

- 4 Seo C J, Kim B K. Robust and reliable  $H_\infty$  control for linear systems with parameter uncertainty and actuator failure. *Automatica*, 1996, 32(3): 465 ~ 467

## 作者简介

王景成 男,1972年生.1998年获浙江大学工业自动化博士学位,现为上海交通大学副教授.主要研究方向为鲁棒过程控制,时滞系统控制等.

邵惠鹤 男,1936年生.上海交通大学教授,博士生导师.主要研究方向为过程控制理论及工程应用.

design for uncertain linear systems with circular pole constraints. *Int J of Control*, 1996, 65(6): 1045 ~ 1054

- 7 孙金生,李军,王执钐. 不确定性离散系统的  $D$  稳定鲁棒容错控制. *控制理论与应用*, 1998, 15(4): 636 ~ 641
- 8 Hsieh C, Skelton R E. All covariance controllers for linear discrete-time systems. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1990, 35(8): 908 ~ 915
- 9 韩清龙,俞金寿. 不确定性连续系统具有完整性的反馈设计新方法. *自动化学报*, 1998, 24(6): 768 ~ 775

## 作者简介

张华春 男,1965年生.1989年在西安交通大学获工业自动化专业硕士学位,现在中国科学院自动化研究所攻读博士学位.研究方向为故障检测及容错控制,自适应及模糊控制,机器人控制等.

谭民 男,1962年生.中国科学院自动化研究所研究员,博士生导师.主要研究方向为系统可靠性理论及其应用,故障诊断与容错技术,机器人控制等.