第 15 卷 第 6 期 控 制 与 决 策 2000 年 11 月
Vol. 15 No. 6 CONTROL AND DECISION Nov. 2000

状态反馈控制系统的容错控制器设计*

张华春 谭 民
(中国科学院自动化研究所 北京 100080)

摘 要 针对传感器失效的线性连续系统, 利用 Riccati 方程、Lyapunov 稳定性定理和广义逆理论, 给出具有传感器完整性控制器的设计方法。所设计的状态反馈控制器在系统正常时, 能使闭环极点配置在指定的圆形区域内; 在一定条件下, 仍能使传感器故障系统具有渐近稳定性。仿真结果表明了该方法的有效性。

关键词 容错控制, 传感器失效, 完整性
分类号 TP 302.8

Design of Fault-tolerant Controller to State Feedback Control Systems

Zhang Huachun, Tan Min
(Chinese Academy of Science)

Abstract Based on Riccati equation, Lyapunov stability principle and the generalized inverse theory, a design method of controller for linear continuous-time system with sensor failure is presented. The induced system possesses integrity against sensor failure. The designed state feedback controller places all poles of the closed-loop systems within a prescribed circular region for the normal system. Under certain condition, the same control law guarantees the system's asymptotic stability against sensor failure. A simulation example shows the effectiveness of the fault-tolerant control method.

Key words fault-tolerant control, sensor failures, integrity

1 引 言

在多变量控制系统设计中, 可将系统闭环极点最优配置到复平面某一理想区域, 从而使系统具有良好的动态特性。然而在实际应用中, 当系统的传感器、执行器或其它部件发生故障时, 传统的状态反馈控制设计可能导致不满意的性能, 甚至失去稳定性。为克服传统反馈控制方法的限制, 满足控制系统可靠性和安全性的要求, 容错控制的研究得到广泛重视。它能够容忍控制系统部件失效, 同时维持所期望的鲁棒性能和稳定性。

对于执行器可能失效的系统, Shimemura 等[1]基于变形 Riccati 方程, 将系统极点移入一扇形域, 使系统具有完整性和良好的动态特性。Shieh 等[2]基于 Lyapunov 方程, 将系统极点移入截顶扇形域, 对执行器故障具有完整性。D 稳定理论是控制理论研究的分支之一, 但许多研究中并没有考虑传感器或执行器失效的情形[3~6]。文献[7]讨论了离散系统鲁棒容错控制问题, 若原系统具有 D 稳定性(系统闭环极点位于指定圆形区域), 在满足一定条件下, 对于发生传感器故障的系统仍具有 D 稳定性。

本文针对连续系统状态反馈控制中的传感器故障容错控制问题, 首先基于广义逆理论, 对无故障时的控制对象设计具有闭环极点约束的控制器, 使闭环极点配置在指定的圆形区域; 在此基础上, 当出现传感器故障时, 基于 Lyapunov 稳定性定理和

* 国家攀登计划项目
1999-10-08 收稿, 2000-01-31 修回

Riccati 方程, 证明在一定条件下, 按无故障设计的状态反馈控制器仍能使故障系统具有渐近稳定性, 对传感器故障具有完整性。仿真实例表明该方法是有效的。

2 问题描述

考虑线性时不变系统

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{1}$$

其中, $x \in R^n$, $u \in R^m$, $A \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times m}$。假设(A, B) 可控。若采用状态反馈控制 $u(t) = Kx(t)$, 则闭环系统为

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) := A_c x(t) \tag{2}$$

考虑传感器可能发生故障, 引入表示传感器故障的切换阵 L

$$L = \mathrm{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_n)$$

其中, $\sigma_i = 1$ 表示第 i 个传感器正常; $\sigma_i = 0$ 表示第 i 个传感器失效, $i = 1, 2, \cdots, n$, 则考虑传感器失效的控制系统为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BKLx(t) = (A_c + \delta A)x(t)$$

其中

$$\delta A = BK(L - I) \tag{3}$$

若用 Ω 表示传感器发生故障所对应的切换阵 L 组成的集合($L = 0$ 除外), 则所研究的问题是: 在何种条件下, 状态反馈增益矩阵 K 使正常系统闭环极点配置在指定的圆形区域内; 而对可能的 $L \in \Omega$, 闭环故障系统(3) 仍具有渐近稳定性。

3 主要结果

引理 1[3] 对于系统(2), 考虑如下矩阵方程

$$-\alpha A_c^{\mathrm{T}} P - \alpha P A_c + A_c^{\mathrm{T}} P A_c + (\alpha^2 - r^2)P = -Q \tag{4}$$

其中, $A_c = A + BK$, $Q > 0$。则闭环系统的极点位于圆心在 $\alpha + j0(\alpha < 0)$, 半径为 r 的圆形区域 D 中的充要条件是: 式(4) 存在一正定对称解阵 P。

引理 2[8] 给定 $T_1, T_2 \in R^{n\times n}$, 则 $T_1 T_1^{\mathrm{T}} = T_2 T_2^{\mathrm{T}}$ 的充要条件是

$$T_1 = T_2 V, \quad VV^{\mathrm{T}} = I_n$$

满足 $T_1 = T_2 V$ 的所有正交阵 V 可表示为

$$V = E\begin{bmatrix} I_\rho & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} F^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

其中, E, F 分别由 T_1, T_2 的奇异值分解来决定。

$$T_1 = N\Lambda F^{\mathrm{T}}, \quad T_2 = N\Lambda E^{\mathrm{T}}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

式中, $\Sigma \in R^{\rho\times\rho}$ 由 T_1, T_2 的非零奇异值构成, $\rho = \mathrm{rank}(T_1)$, 而 $U \in R^{(n-\rho)\times(n-\rho)}$ 是任意的正交阵。

定理 1 假设给定的正定阵 P, Q 满足 $r^2P - Q > 0$, 那么使系统(2) 具有 D 稳定性, 即将闭环极点移入指定圆域 D 的控制器为

$$K = B^{+}\left(S^{-1}F\begin{bmatrix} I_\rho & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} E^{\mathrm{T}} W + \alpha I - A\right) + (I - B^{+}B)Z \tag{7}$$

其中, E, F, W, S 确定如下

$$P = S^{\mathrm{T}}S, \quad r^2P - Q = W^{\mathrm{T}}W, \quad S, W \in R^{n\times n} \tag{8}$$

$$T_1 = (I - BB^{+})S^{-1} = N\begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} F^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

$$T_2 = (I - BB^{+})(A - \alpha I)W^{-1} = N\begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} E^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

证明略。

引理 3[9] 对于 $\forall y, z \in \mathscr{R}$及正数 $\epsilon > 0$ 和对称正定阵 H, 下列不等式成立。

$$y^{\mathrm{T}}z + z^{\mathrm{T}}y \le \frac{y^{\mathrm{T}}Hy}{\epsilon} + \epsilon z^{\mathrm{T}}H^{-1}z \le \frac{y^{\mathrm{T}}Hy}{\epsilon} + \epsilon\frac{z^{\mathrm{T}}z}{\lambda_m(H)} \tag{11}$$

其中 $\lambda_m(\cdot)$ 为求最小特征值运算。

定理 2 若闭环系统(2) 具有 D 稳定性, 即闭环极点位于指定圆域, 当满足条件

$$\|(r^2P - Q)\| + \left(\epsilon\|K^{\mathrm{T}}K\| + \frac{1}{\epsilon}\|P\|^2\|BB^{\mathrm{T}}\|\right)|\alpha| \le \lambda_m(A_c^{\mathrm{T}}PA_c + \alpha^2P) \tag{12}$$

其中 $\|\cdot\|$ 为矩阵的谱范数, 则传感器失效时系统(3) 具有渐近稳定性。

证明 由于闭环系统(2) 的极点位于指定圆域, 对给定的正定阵 Q, 必存在一个正定阵 P 满足式(4), 下面考虑传感器失效时闭环系统(3) 的稳定性。构造 Lyapunov 函数

$$V_F(t) = x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)$$

则

$$\dot{V}_F(t) = \dot{x}^{\mathrm{T}}(t)Px(t) + x^{\mathrm{T}}(t)P\dot{x}(t) = x^{\mathrm{T}}(t)(A_c^{\mathrm{T}}P + PA_c)x(t) + x^{\mathrm{T}}(t)[PBK(L - I) + (BK(L - I))^{\mathrm{T}}P]x(t)$$

据不等式(11), 对于给定的正数 ϵ 及对称正定阵 $H = I$, 可得

$$x^{\mathrm{T}}(t)[PBK(L - I) +$$

$$(BK(L-I))^{\mathrm{T}}P]x(t) \le$$
$$x^{\mathrm{T}}(t)[\epsilon(L-I)^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}K(L-I)+\frac{1}{\epsilon}PBB^{\mathrm{T}}P]x(t) \tag{13}$$
$$x^{\mathrm{T}}(t)(A_c^{\mathrm{T}}P+PA_c)x(t)=-\frac{1}{\alpha}x^{\mathrm{T}}(t)(r^2P-Q)x(t)+\frac{1}{\alpha}x^{\mathrm{T}}(t)(A_c^{\mathrm{T}}PA_c+\alpha^2P)x(t) \tag{14}$$

由式(13),(14),注意到 $\alpha<0$,可得

$$\dot{V}_F(t)\le x^{\mathrm{T}}(t)[\epsilon(L-I)^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}K(L-I)+\frac{1}{\epsilon}PBB^{\mathrm{T}}P]x(t)-\frac{1}{\alpha}x^{\mathrm{T}}(t)(r^2P-Q)x(t)+\frac{1}{\alpha}x^{\mathrm{T}}(t)(A_c^{\mathrm{T}}PA_c+\alpha^2P)x(t)\le$$
$$\frac{1}{\alpha}\lambda_m(A_c^{\mathrm{T}}PA_c+\alpha^2P)\|x\|^2-\frac{1}{\alpha}\|(r^2P-Q)\|\|x\|^2+\epsilon\|(L-I)^{\mathrm{T}}(L-I)\|\|K^{\mathrm{T}}K\|\|x\|^2+\frac{1}{\epsilon}\|P\|^2\|BB^{\mathrm{T}}\|\|x\|^2$$

由 Lyapunov 稳定性定理知,当满足

$$\|(r^2P-Q)\|+\left(\epsilon\|K^{\mathrm{T}}K\|+\frac{1}{\epsilon}\|P\|^2\|BB^{\mathrm{T}}\|\right)|\alpha|\le\lambda_m(A_c^{\mathrm{T}}PA_c+\alpha^2P)$$

有 $\dot{V}_F(t)\le 0$。因此,对传感器故障的闭环系统(3)是渐近稳定的。(证毕)

现在给出控制系统(1)当存在传感器故障时,使系统具有渐近稳定和容错能力的状态反馈控制器 $u(t)=Kx(t)$ 的设计方法:

1) 根据控制系统的性能要求,取适当的圆形区域 $D(\alpha,r)$;

2) 适当选取参数 $\epsilon>0$ 和对称正定阵 Q(为简单起见,可选 Q 为对角矩阵);

3) 根据条件 $rP^2-Q>0$,取适当的 P;

4) 根据式(7)求出控制律;

5) 检验条件(12)是否满足,若不满足,则重新选取参数 $\epsilon>0$ 和对称正定阵 Q,转回 3) 重新计算,直到满足条件(12)为止,于是按无故障所设计的状态反馈控制器,仍能使故障系统具有渐近稳定性,对传感器故障具有容错性。

4 示 例

考虑线性系统(1),其中

$$A=\begin{bmatrix}-1.8 & 1.5 & 2.3\\ 0 & -5 & -1.5\\ 2.6 & -2.5 & -4\end{bmatrix}$$
$$B=\begin{bmatrix}-1.5 & 1.7 & 0\\ -0.9 & -1.3 & -1.4\\ -1.6 & -0.7 & 1.3\end{bmatrix}$$

指定圆形闭环极点区域 $D(\alpha,r)=D(-5,3)$,且考虑如下传感器故障模式

$$L_1=\mathrm{diag}\{0,1,1\},\quad L_2=\mathrm{diag}\{1,0,1\}$$
$$L_3=\mathrm{diag}\{1,1,0\}$$

取

$$P=I_3,\quad Q=8.9I_3$$
$$\epsilon=1.2,\quad U=I,\quad Z=0$$

满足条件(12)的状态反馈矩阵为

$$K=\begin{bmatrix}1.4850 & -0.2014 & 0.5461\\ -0.5597 & -1.0472 & -0.8710\\ -0.4640 & 1.0907 & -0.5661\end{bmatrix}$$

可以验证,系统正常时的闭环极点位于指定的圆形区域,在各种故障模式下,系统都具有渐近稳定性。

$$\lambda(A+BK)=\mathrm{diag}\{-4.9791,-4.9398,-5.0445\}$$
$$\lambda(A+BKL_1)=\mathrm{diag}\{-2.0528,-5.0502,-4.9403\}$$
$$\lambda(A+BKL_2)=\mathrm{diag}\{-6.1547,-4.8698,-4.9586\}$$
$$\lambda(A+BKL_3)=\mathrm{diag}\{-4.9668,-2.6819,-5.0519\}$$

仿真结果表明,只要满足一定条件,用本文方法设计的状态反馈控制器就能保证系统发生传感器故障时的渐近稳定性,这说明本文方法是有效的。

5 结 论

本文针对连续系统状态反馈控制中的传感器故障容错控制问题,提出一种多变量控制系统的设计方法。按无故障所设计的具有闭环圆形区域极点约束的状态反馈控制器,在满足一定条件下,仍可使故障系统具有渐近稳定性,对传感器故障具有完整性。仿真结果表明该方法是有效的。

(下转第 730 页)

SASTC 能跟踪系统的结构性变化,对变结构系统的控制是行之有效的。

参 考 文 献

1 K J Astrom, Wittenmark B. On self-tuning regulator. Automatica, 1973, 9(2): 185～199

2 D W Clarke, Phil M A D, Gawthrop P J. Self-tuning controller. Proc IEE, 1975, 122(9): 929～934

3 邓自立,郭一新. 现代时间序列分析及其应用. 北京:知识出版社,1988.355～358

4 刘铁男,陈广义,任伟建. 时变结构系统的辨识预报和控制. 哈尔滨:黑龙江科学技术出版社,1993.50～89

5 陈翰馥. 随机递推估计. 北京:科学出版社,1984.161～162

6 任伟建,王鉴,刘淑平. 一种结构适应式自校正开关控制器. 信息与控制,1995,24(5): 316～320

作 者 简 介

任伟建 女,1963 年生。1990 年获黑龙江大学控制理论专业硕士学位,现为大庆石油学院自控系副教授。主要从事自适应及系统辨识方面的研究。

关学忠 男,1962 年生。1989 年于华东化工学院自控系获硕士学位,现为大庆石油学院自控系副教授。主要从事自适应及模糊控制方面的研究。

刘铁男 男,1945 年生。1982 年于华中理工大学获硕士学位,现任大庆石油学院自控系教授。研究方向为系统辨识,自适应控制和自适应滤波。

(上接第 723 页)

参 考 文 献

1 Xie L, Souza C E. Robust H^{∞} control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty. IEEE Trans on Autom Contr, 1992, 37(8): 1188～1191

2 Wang J, Su H, Chu J. Robust H^{∞} controller design for linear uncertain systems with delayed state and control. J Franklin Inst, 1998, 335B(3): 517～524

3 Veillette R J, Medanic J V, Perkins W R. Design of reliable control systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1992, 37(3): 290～304

4 Seo C J, Kim B K. Robust and reliable H^{∞} control for linear systems with parameter uncertainty and actuator failure. Automatica, 1996, 32(3): 465～467

作 者 简 介

王景成 男,1972 年生。1998 年获浙江大学工业自动化博士学位,现为上海交通大学副教授。主要研究方向为鲁棒过程控制,时滞系统控制等。

邵惠鹤 男,1936 年生。上海交通大学教授,博士生导师。主要研究方向为过程控制理论及工程应用。

(上接第 726 页)

参 考 文 献

1 Shimemura E, Fujita M. A design method for linear state feedback systems possessing integrity based on a solution of a Riccati-type equation. Int J of Control, 1985, 42(4): 887～899

2 Shieh L S, Dib H M, Ganesan S *et al*. Optimal pole-placement for state-feedback systems possessing integrity. Int J Syst Sci, 1988, 19(8): 1419～1435

3 Furuta K, Kim S B. Pole assignment in a specified disc. IEEE Trans on Autom Contr, 1987, 32(5): 423～427

4 Kawasaki N, Shimemura E. Pole placement in a specified region based on a linear quadratic regulator. Int J Control, 1988, 48(1): 225～240

5 Haddad W M, Bernstein D S. Controller design with regional pole constraints. IEEE Trans on Autom Contr, 1992, 37(1): 54～69

6 Wang Z D, Tang G Q, Chen X M. Robust controller design for uncertain linear systems with circular pole constraints. Int J of Control, 1996, 65(6): 1045～1054

7 孙金生,李军,王执铨. 不确定性离散系统的 D 稳定鲁棒容错控制. 控制理论与应用,1998,15(4): 636～641

8 Hsieh C, Skelton R E. All covariance controllers for linear discrete-time systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1990, 35(8): 908～915

9 韩清龙,俞金寿. 不确定性连续系统具有完整性的反馈设计新方法. 自动化学报,1998,24(6): 768～775

作 者 简 介

张华春 男,1965 年生。1989 年在西安交通大学获工业自动化专业硕士学位,现在中国科学院自动化研究所攻读博士学位。研究方向为故障检测及容错控制,自适应及模糊控制,机器人控制等。

谭 民 男,1962 年生。中国科学院自动化研究所研究员,博士生导师。主要研究方向为系统可靠性理论及其应用,故障诊断与容错技术,机器人控制等。