

# 基于遗传算法的自学习模糊逻辑系统\*

王宏伦 吕庆风 佟明安  
(南京航空航天大学无人机研究所 210016) (西北工业大学电子工程系)

**摘要** 利用遗传算法实现模糊逻辑系统的自学习,提出了遗传算法和模糊逻辑系统的结合方式,并针对模糊逻辑系统的特点,提出了初始种群的生成方法,较大地提高了遗传模糊逻辑系统的自学习性能。仿真结果表明,该系统对复杂的非线性系统具有较好的学习效果。

**关键词** 遗传算法,模糊逻辑,非线性系统,自学习

**分类号** TP 273

## Self-learning Fuzzy Logic System Based on Genetic Algorithm

Wang Honglun, Lu Qingfeng

Tong Ming an

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics) (Northwestern Polytechnical University)

**Abstract** Genetic algorithm is introduced to the self-learning procedure of fuzzy logic systems. The structure of fuzzy systems based on genetic algorithm is presented, and the relevant real-coded genetic operators such as duplication, crossover and mutation are defined. Through a modification to normal population initializing method, the redundant parts of search space are reduced, the convergence speed is increased. Simulation results show that the genetic fuzzy logic systems can study well from nonlinear systems.

**Key words** genetic algorithm, fuzzy logic, nonlinear systems, self-learning

### 1 引言

模糊逻辑系统(FLS)能有效地处理定性和定量知识,并能以任意精度一致逼近任意 $L_2$ 上的非线性函数<sup>[1]</sup>,这为复杂的或难以建立数学模型的系统辨识和控制提供了有效的途径。然而,在模糊逻辑系统的设计中,最关键的语言规则和隶属函数的确定往往缺乏一般性方法的指导,从而限制了其进一步的应用。文献[2]提出的误差反向传播学习算法为这一问题的解决提供了新的思路,但由于本质上是一种非线性搜索过程,不可避免地会陷入局部极值,并且需要上千次的迭代。文献[3]提出一种最小二乘学习算法,将上述非线性搜索转变成线性搜索,但初始参数的确定过于复杂。

遗传算法模拟自然界生物的进化过程,具有不依赖于问题本身,不容易陷入局部最优和隐含并行性等特点,能够快速有效地搜索复杂、高度非线性和多维空间<sup>[4]</sup>,对于模糊逻辑系统的自学习具有很大的启发性。本文利用遗传算法对模糊逻辑系统的隶属函数进行学习,提出了利用系统的输入输出数据对产生初始种群的方法,对于改善搜索效果具有明显的效果。

### 2 基于遗传算法的模糊逻辑系统

模糊逻辑系统用一系列“if...then...”形式的规则来描述系统。当采用单值模糊产生器、高斯型隶属函数、乘积推理规则和平均模糊消除器时,系统的输入输出关系可表示为

$$f(x) = \frac{\prod_{l=1}^M \bar{y}^l \prod_{k=1}^n \exp\left[-\frac{\left(x_k - \bar{x}_k^l\right)^2}{\sigma_k^l}\right]}{\prod_{l=1}^M \prod_{k=1}^n \exp\left[-\frac{\left(x_k - \bar{x}_k^l\right)^2}{\sigma_k^l}\right]} \quad (1)$$

其中,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  为系统输入,  $M$  为规则数,  $\bar{x}_k^l$  和  $\sigma_k^l$  分别为第  $l$  条规则中输入变量  $x_k$  对应的高斯型隶属函数的中心值和方差,  $\bar{y}^l$  为第  $l$  条规则对应的输出变量在隶属函数取最大时的值。

文献[1]证明了式(1)描述的模糊逻辑系统能以任意精度逼近  $L_2$  上的非线性函数。利用这一性质,可构造形如式(1)的模糊逻辑系统,实现对复杂非线性系统的辨识和控制。辨识的主要任务在于确定模型的结构(规则数  $M$ )和模型参数  $\bar{x}_k^l, \sigma_k^l$  及  $\bar{y}^l$ 。这可通过对样本的多次学习来实现(本文不讨论规则数  $M$  的确定问题)。

### 2.1 基于遗传算法的模糊逻辑系统的学习过程

设模糊逻辑系统的待定参数为  $\theta = \{\bar{x}_k^l, \sigma_k^l, \bar{y}^l \mid k = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, M\}$ , 样本集合的输入为  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ , 其中  $x_j (j = 1, 2, \dots, N)$  为  $n$  维输入向量, 样本集合输出为  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ , 样本集合的输入  $X$  对应的模糊逻辑系统的输出为  $\hat{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ 。

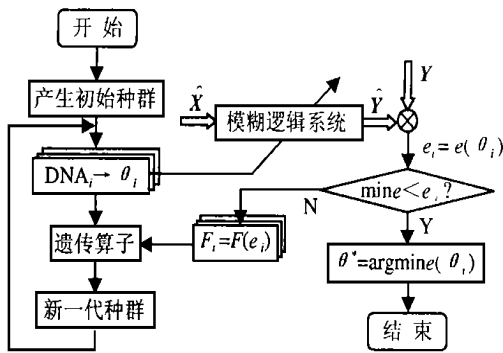


图 1 遗传模糊逻辑系统的学习流程

基于遗传算法的模糊逻辑系统的学习过程可用图 1 所示的流程来表示。其中,模糊逻辑系统采用式(1)的形式,  $DNA_i$  为种群中第  $i$  个个体的染色体编码,  $\theta_i$  为  $DNA_i$  对应的系统参数,  $e_i(\theta_i)$  为  $\theta = \theta_i$  时模糊逻辑系统对于样本集合的误差,  $F_i$  为第  $i$  个个体的适应值,  $e_c > 0$  为给定的误差限,  $\theta^*$  为模糊逻辑系统的最优参数。

在这种结构中,直接对模糊逻辑系统需要调整的参数进行编码,并利用遗传算法进行寻优。当系统对于训练样本集合的误差小于某一给定值时结束,并取最优参数为当前种群中误差最小(适应值最大)

的个体对应的参数值。

### 2.2 基因编码与遗传因子

假设式(1)中的规则数  $M$  已经确定,则可调参数  $\bar{y}^l, \bar{x}_k^l, \sigma_k^l \quad R, k = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, M$ 。采用文献[5]中的实值编码方法,每个个体的染色体链具有如下形式

$$\bar{x}_1^1, \sigma_1^1, \dots, \bar{x}_n^1, \sigma_n^1, \bar{y}^1, \dots, \bar{x}_1^M, \sigma_1^M, \dots, \bar{x}_n^M, \sigma_n^M, \bar{y}^M$$

即每条染色体链包括  $(2n + 1)M$  个实值基因。

设个体  $i$  与个体  $j$  的染色体在位置  $m$  处的基因分别为  $G_i(m)$  和  $G_j(m), m \in [1, (2n + 1)M]$ 。

#### 2.2.1 选择策略

首先定义模糊逻辑系统对训练样本集合的误差指标为

$$e(\theta) = \beta \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\hat{y}^k(\theta) - y_k]^2 + (1 - \beta) \min_{k=1}^N |\hat{y}^k(\theta) - y_k| \quad (2)$$

其中,  $N$  为样本个数,  $0 < \beta < 1$  为均衡系数。这样的误差指标实际上是均方根误差与最大误差的加权,其目的是防止出现平均误差较小而个别样本的误差太大的情况。

个体的适应值可用误差指标来衡量。考虑到收敛的最后阶段各个个体的误差都较小,如果直接用该指标来衡量,势必造成个体间生存概率过于接近的不利局面。为此定义如下适应函数

$$F(\theta) = \max_{k=1}^K e(\theta) - e(\theta) \quad (3)$$

其中  $K$  为种群规模。显然,这样的适应函数满足不小于零的条件。从而个体  $i$  的生存概率为  $p_i = F(\theta) \setminus \sum_{k=1}^K F(\theta_k)$ , 可采用赌盘模型<sup>[4]</sup>进行选择。

#### 2.2.2 交叉算子

设任意个体  $i$  与个体  $j$  的染色体以概率  $p_c$  在随机的位置  $m_c$  处进行一点交叉,则

$$G_i(m) = \begin{cases} G_i(m), & 1 \leq m < m_c \\ \alpha G_i(m) + (1 - \alpha) G_j(m), & m = m_c \\ G_j(m), & m > m_c \end{cases}$$

$$G_j(m) = \begin{cases} G_j(m), & 1 \leq m < m_c \\ \alpha G_j(m) + (1 - \alpha) G_i(m), & m = m_c \\ G_i(m), & m > m_c \end{cases}$$

其中  $\alpha$  为区间  $[0, 1]$  上均匀分布的随机数。

#### 2.2.3 变异算子

对于每个基因,以概率  $p_m$  执行变异操作  $G_i(m)$

$= G_i(m) + n(0, C_V)$ 。其中  $n(0, C_V)$  为零均值、方差为  $C_V$  的正态随机数<sup>[6]</sup>,  $C_V$  的大小视具体问题而定。

### 2.3 初始种群的生成

在一般的遗传算法中, 初始种群往往随机产生。这虽然对种群的多样性有利, 但也极大地扩充了搜索空间, 成为影响算法收敛速度的重要因素。研究表明, 初始种群的优劣对于遗传算法的效果有很大影响, 好的初始种群包含较多好的模式, 有利于算法的收敛; 而不好的初始种群往往导致过多的代数, 甚至局部极值。如果利用有关启发性知识构造初始种群, 则可加速收敛的过程。

设  $x_k^l$  和  $y^l$  分别为第  $l$  个训练样本的输入和输出。对于式(1)的模糊逻辑系统, 如果取  $\bar{x}_k^l = x_k^l, \bar{y}^l = y^l, k = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, M$ , 则不难证明, 当  $\sigma_k$  足够小时, 式(1)能将  $M$  个样本点拟合到任意精度。如果这  $M$  个样本点包含了系统的重要信息, 则式(1)对系统的拟合误差也较小。在对系统缺乏了解的情况下, 不妨认为均匀分布于输入空间的输入输出数据对能在概率的意义上尽量多地包含系统的重要信息, 并假设未知系统在有界输入的作用下, 相应的输出也是有界的。于是可用如下步骤产生初始种群:

1) 在输入的可能范围内, 对系统随机施加  $M$  个均匀分布的激励  $x^l = (x_1^l, x_2^l, \dots, x_n^l)^T, l = 1, 2, \dots, M$ , 获取系统的响应  $y^l$ , 并取  $\sigma_k (k = 1, 2, \dots, n)$  为零均值的正态随机数;

2) 由  $x_k^l, \sigma_k, y^l (k = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, M)$  构成一个初始个体的染色体;

3) 重复步骤1)和2), 直到形成  $K$  个初始个体。

显然, 这样的初始种群完全分布在搜索空间中, 对系统的逼近误差较小的位置上, 包含了较多的有利模式, 排除了搜索空间中与问题无关的多余部分, 从而可以有效地提高搜索效率。

### 2.4 遗传退化的避免与操作参数的选取

一般意义下的遗传算法无法保证子代的最优个体一定不劣于父代的最优个体, 从而可能出现所谓的遗传退化问题。如何避免这种情况? 本文的做法是引入这样一种操作, 使得当前最优个体除参与通常的交叉、变异操作外, 还无条件地被复制到下一代, 从而确保了新一代的最优个体一定不劣于其父代。运用到遗传模糊逻辑系统中, 即可实现自学习过程的单调收敛。

遗传算法中种群规模、交叉概率、变异概率等参数的选取还缺乏理论的指导, 但也不是无章可循。文

献[4]给出了这些参数的一般范围和选取原则。本文从提高收敛速度的角度出发, 在文献[4]的基础上, 结合模糊逻辑系统的特点, 通过寻优来确定这些参数。

## 3 仿真结果

利用图1的遗传模糊逻辑系统对非线性系统进行辨识。其中,  $M = 30, p_c = 0.85, p_m = 0.03, \beta = 0.25, K = 50, e_c = 0.02, C_V = 0.02$ 。

系统1  $y(x) = 0.6\sin(\pi x)$

采用式(1)的辨识模型, 训练样本的输入为  $x(k) = \sin(2\pi k/250), 0 < k < 60$ 。分别采用随机的初始种群生成法和2.3节的初始种群生成法对系统进行辨识。50次仿真的平均结果是: 为达到结束条件, 前者需进行208代的搜索, 而后者仅需78代。

图2为利用本文所述种群初始化方法, 经过78代的学习后, 样本输出(实线)和辨识模型的输出(虚线)曲线。可见, 遗传模糊逻辑系统能对样本数据进行有效的学习, 而本文的初始种群生成方法也确能较大幅度地提高遗传模糊逻辑系统的收敛速度。

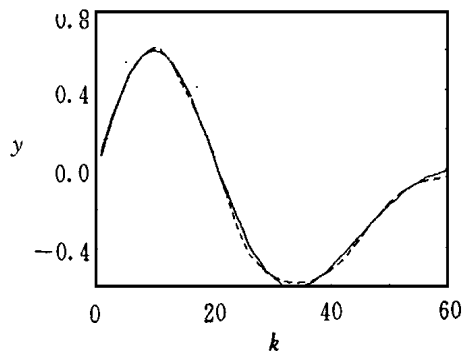


图2 系统1的样本输出与辨识模型输出

系统2  
 $y(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + g[(u(k))]$   
 式中未知函数为  $g(u) = 0.6\sin(\pi u) + 0.3\sin(3\pi u) + 0.1\sin(5\pi u)$ 。采用的串行-并行辨识模型如下  
 $y(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + \hat{f}[(u(k))]$

式中  $\hat{f}(\cdot)$  采用式(1)的形式。训练样本的输入为  $u(k) = -1 + \text{mod}(k, 50)/25, 0 < k < 50$ , 并采用本文所述的种群初始化方法。

图3为经过100代学习后, 系统的输出(实线)和辨识模型的输出(虚线)。其输入为  $0 < k < 100$

和  $250 < k < 350$  时,  $u(k) = -1 + \text{mod}(k, 50) / 25$ ;  $100 < k < 150$  时,  $u(k)$  为  $[-1, 1]$  上均匀分布的随机数;  $150 < k < 250$  时,  $u(k) = -1 + \text{mod}(k, 100) / 50$ 。

图 4 中虚线为  $\hat{f}(u) - u$  的关系曲线, 实线为  $g(u) - u$  的关系曲线。由图 3 和图 4 可见, 经过遗传算法学习的模糊逻辑系统对于非线性系统的逼近效果是相当好的。

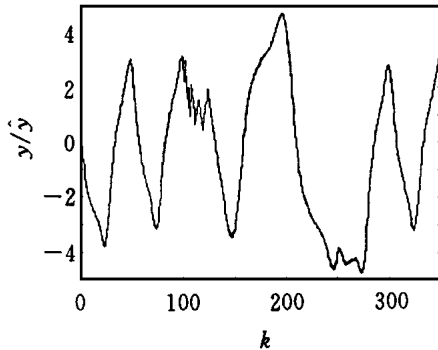


图 3 系统 2 的输出与辨识模型的输出

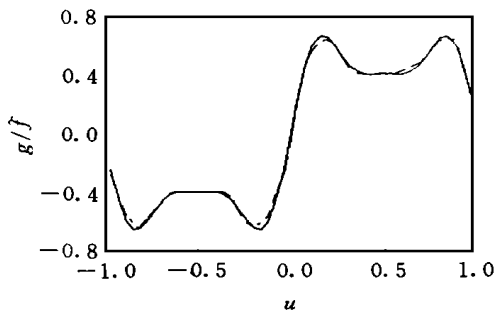


图 4 系统 2 的非线性部分的 I/O 关系

## 4 结 语

本文将遗传算法与模糊逻辑系统结合起来, 利用遗传算法的模型无关性及全局最优性实现模糊逻辑系统的自学习, 并针对模糊逻辑系统的特点提出

了初始种群的生成方法。仿真结果表明, 遗传模糊逻辑系统对于复杂非线性系统具有较好的学习效果, 而本文的初始种群生成方法能够大幅度地提高遗传算法的收敛速度。这为复杂非线性系统的辨识及控制问题提供了一条有效的途径。

## 参 考 文 献

- 1 Wang L X. Fuzzy systems are universal approximators. In: Proc IEEE Conf on Fuzzy Systems. San Diego, 1992. 1163 ~ 1170
- 2 Wang L X, Mendel J M. Back-propagation fuzzy systems as nonlinear dynamic system identifiers. In: Proc IEEE Int Conf on Fuzzy Systems. San Diego, 1992. 1409 ~ 1418
- 3 Wang L X, Mendel J M. Fuzzy basis functions, universal approximation and orthogonal least squares learning. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3 (5): 807 ~ 814
- 4 刘勇, 康立山, 陈毓屏. 非数值并行算法——遗传算法. 北京: 科学出版社, 1997. 1 ~ 50
- 5 张晓绩, 戴冠中, 徐乃平. 遗传算法种群多样性的分析研究. 控制理论与应用, 1998, 15(1): 17 ~ 22
- 6 黄晓峰, 潘立登, 陈标华等. 实数编码遗传算法中交叉操作的效率分析. 控制与决策, 1998, 13(S): 496 ~ 499

## 作 者 简 介

王宏伦 男, 1970 年生。1998 年于西北工业大学获博士学位, 现在南京航空航天大学从事博士后工作。研究方向为智能控制, 最优控制, 飞行器制导与控制。

吕庆风 男, 1935 年生。1958 年毕业于南京航空学院, 现为南京航空航天大学教授, 博士生导师。研究方向为无人驾驶飞行器总体设计。

佟明安 男, 1936 年生。1960 年毕业于哈尔滨军事工程学院, 现为西北工业大学教授, 博士生导师。研究方向为自动控制理论与应用, 火力控制, 作战效能分析。