

文章编号: 1001-0920(2001)01-0051-04

用等距脉冲反馈方法实现超混沌的控制

沈 辉, 胡德文

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 采用等距脉冲反馈方法实现对非线性系统中的超混沌行为的控制, 分析了该方法实现混沌控制的基本原理, 运用脉冲扰动系统的稳定性理论, 得到使系统镇定于原点的控制参数的选取范围。理论与数值仿真均表明, 该方法能实现对非线性系统中超混沌行为的有效控制。

关键词: 脉冲反馈; 超混沌; 控制; 非线性

中图分类号: TP 13 **文献标识码:** A

Controlling Hyperchaos Through Identical Interval Impulse Feedback Method

SHEN Hui, HU Dewen

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A method of identical interval impulse feedback is presented for controlling hyperchaotic behavior in nonlinear systems. The principle of controlling chaos through impulse feedback method is analysed. Using the stability theory of systems with impulse effects, the range of parameters in the controlling strategy which ensures the stability of controlled systems is obtained. The numerical simulation results show that the behavior of hyperchaos in continue nonlinear systems can be controlled effectively at an unstable equilibrium point through the proposed identical interval impulse feedback method.

Key words: impulse feedback; hyperchaos; control; nonlinear

1 引 言

超混沌控制是目前混沌研究的前沿课题之一。相对一般混沌系统而言, 超混沌系统一般具有两个以上的 Lyapunov 指数 $\lambda > 0$, 使得超混沌系统比混沌系统在局部上具有更强的不稳定性, 因而更难将它镇定在不稳定点。实际中高维非线性系统是普遍存在的, 不可避免地会遇到呈现超混沌态的非线性

现象。因此, 研究超混沌系统的控制问题具有重要的意义。目前, 对于超混沌系统的控制已出现一些成功的方法, 如利用延长信号等效关联时间的方法实现超混沌的控制^[1]。

与此同时, 脉冲反馈方法作为一种控制混沌的方法, 已被许多数值实验所验证, 它相对其它控制方法具有能量消耗小, 实现简单的特点。最早是利用主变量正比例反馈方法^[2] (GM 方法) 来实现离散神经

收稿日期: 1999-12-14; 修回日期: 2000-03-13

基金项目: 高等学校骨干教师计划项目

作者简介: 沈辉(1975—), 男, 江西南昌人, 博士生, 从事神经网络, 系统辨识等研究; 胡德文(1963—), 男, 湖南岳阳人, 教授, 博士生导师, 从事神经网络等研究。

网络中混沌的控制^[3]。文献[4]利用该方法控制一类非自治神经网络中的混沌。进一步需要研究的是,该方法是否对更广泛的混沌系统适用,以及如何选择合适的控制参数才能使系统稳定。

本文以一般连续混沌系统为对象,分析了脉冲反馈方法控制混沌的原理,并给出系统镇定时控制参数的选取范围,同时将等距脉冲反馈方法用于非线性系统超混沌行为的控制。理论和数值仿真均表明,脉冲反馈方法对包括超混沌在内的连续混沌系统能有效地实现不稳定平衡点的镇定。

2 控制原理与方法

假设连续混沌(或超混沌)系统由下式表示

$$\dot{x}(t) = f(x, t), \quad x(0) = 0 \quad (1)$$

系统不稳定平衡点位于原点,非原点的稳定平衡点可通过坐标变换移到原点。脉冲反馈控制方法采用如下的控制方案

$$\Delta x = I_k(x), \quad t = \tau_k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2)$$

具体方法是每隔一定时间对系统的状态变量 x 施加一个脉冲 Δx , 使系统状态在此瞬间由 x 跃变到 x 。在 $[\tau_k, \tau_{k+1}]$ 时段内,系统仍为自由运动系统。可见,系统受控时间很短,所消耗的能量也很小。只要选取适当的时间间隔 τ_k 和脉冲函数 $I_k(x)$, 就有可能将系统镇定在原点。该方法是利用系统本身的非线性特性将系统稳定在不稳定平衡点。脉冲函数 I_k 是关于系统状态变量的函数,这样可以采用状态反馈的形式来实现。

为了将系统最终镇定于原点, $I_k(x)$ 必须满足 $I_k(x)|_{x=0} = 0$ 。本文着重研究 I_k 为正比例反馈的情况。为简单起见,采用等间距的时间脉冲,即等距脉冲反馈方法。假设

$$\tau_{k+1} - \tau_k = \tau = \text{const} \quad (3)$$

最终的控制系统为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t), & t \neq k\tau, \\ \Delta x(t) = Bx(t), & t = k\tau, \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

其中时间间隔 τ 和矩阵 B 为待选的控制参数。

值得注意的是,控制参数的选取将直接影响系统最终的稳定性,由于控制参数的不同,系统有可能镇定在不稳定平衡点,也可能镇定于周期 1 轨道上。如果控制参数选取不合适,系统则可能发散,因此,必须选择合适的控制参数以保证系统最终稳定。

本文提出的脉冲反馈控制混沌的原理如图 1 所示。系统在原点处不稳定,因而轨迹在该点处将发散,点 x_s 将以一定速度离开稳定流形。但在时刻 $t = k\tau (k = 1, 2, \dots)$ 处,对状态变量的负反馈使该点又向稳定流形运动。适当选取反馈深度和施加控制的时间频率,可使该点向原点运动的速度大于向外发散的速度,因而系统将逐步压缩于不稳定平衡点。脉冲反馈方法与 OGY 控制方法^[5] 有相似之处,不同点在于 OGY 方法采用参数微扰的方法间接使轨迹稳定在稳定流形上,而脉冲反馈方法在离散时刻内对系统状态变量直接进行控制。

3 控制参数的选取

控制系统(4)是否收敛,可看作非线性系统受外界脉冲扰动时的稳定性问题。对于这类问题,文献[6,7]做了详细研究,在分析其稳定性时,除了保证 Lyapunov 函数在发生跃变时是递减的,在相邻两个跃变之间则不需要保持递减性,只要求 Lyapunov 函数在一个有界函数的约束范围内。这就扩展了此类系统的稳定条件。同时也表明,对于原本不稳定的系统,有可能通过适当的脉冲扰动使系统稳定。

定理 1^[7] 对于由式(1)和(2)构成的脉冲扰动非线性系统,如果存在 Lyapunov 函数 $V(x, t)$ 满足:

- 1) 在 (t_0, \dots) 上左连续;

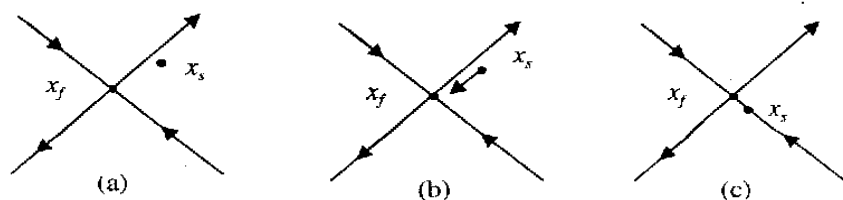


图 1 脉冲反馈控制原理

- (a) x_s 向外发散 (b) 施加控制后 x_s 向原点运动 (c) 轨迹点 x_s 稳定于稳定流形上

2) 除了 $\{t_k, k = 1, 2, \dots\}$ 时刻外可微;

3) $V(x(t_k^+), t_k^+)$ 是递减的;

4) $\Phi(x) = V(x, t) - \Phi(x)$, 其中 $\Phi(\cdot)$ 和 $\Phi(\cdot)$ 为严格增函数;

5) 存在增函数 $h(\cdot)$, 满足 $V(x(t), t) = h(V(x(t_k^+), t_k^+))$, $t \in (t_k, t_{k+1}]$, $n \in N$, 且 $h(0) = 0$.

则系统在原点处将是渐近稳定的.

对系统(4) 在原点处的稳定性进行分析, 可以得到如下定理:

定理 2 对于控制系统(4), 所选取的控制参数满足

$$U = q < 1 \quad (5)$$

其中, $U = (I + B) \exp(A \tau)$, $j \in N$, $A = \partial f / \partial x|_{x=0}$. 则在原点附近必定存在某个稳定域, 使得系统最终稳定于原点.

证明 将系统(4) 在原点处展开, 得到

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + g(x), & t \in (k\tau, (k+1)\tau) \\ \Delta x = Bx, & t = k\tau, \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots \quad (6)$$

其中, $A = \partial f / \partial x|_{x=0}$, $g(x)$ 为 x 的高次项. 因此

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) / x \quad (7)$$

存在 $\delta_1 > 0$, 当 $|x| < \delta_1$ 时, $|g(x)| < \mu |x|$. 设存在 $\delta_2 > 0$, 并满足 $\delta_2 e^{(A + 1)\tau} < \delta_1$. 则下面命题为真: 如果 $|x(k\tau^+)| < \delta_2$, 则 $|x(t)| < \delta_1$, $t \in (k\tau, (k+1)\tau]$, $k \in N$.

假设该命题为假, 则存在 $t_0 \in (k\tau, (k+1)\tau]$ 满足 $|x(t_0)| = \delta_1$, 而 $|x(t)| < \delta_1$, $t \in (k\tau, t_0)$. 由于

$$x(t) = x(k\tau^+) + \int_{k\tau}^t [Ax(r) + g(x(r))] dr, \quad t \in [k\tau, t_0] \quad (8)$$

则

$$|x(t)| \leq |x(k\tau^+)| + \int_{k\tau}^t [|A| |x(r)| + |g(x(r))|] dr \leq |x(k\tau^+)| + \int_{k\tau}^t (\mu + 1) |x(r)| dr$$

根据 Gronwall 不等式, 有

$$|x(t)| \leq |x(k\tau^+)| e^{(\mu + 1)(t - k\tau)} \quad (9)$$

因而 $|x(t)| < \delta_2 e^{(\mu + 1)\tau} < \delta_1$. 这与 $|x(t_0)| = \delta_1$ 矛盾, 因此命题成立.

由式(6), $|x((k+1)\tau)| = e^{A\tau} |x(k\tau^+)| + \eta$, $\eta \triangleq$

$$\int_{k\tau}^{(k+1)\tau} e^{A(r - k\tau)} g(x(r)) dr.$$

由式(7), 任意选取足够小

的正数 $\mu > 0$, 存在 $\delta_3 > 0$, 当 $|x| < \delta_3$ 时,

$|g(x)| < \mu |x|$. 根据式(9), 同时存在一个 $\delta_4 > 0$, 当 $|x(k\tau^+)| < \delta_4$ 时, $|x(t)| < \delta_3$, $t \in (k\tau, (k+1)\tau]$. 因此, 当满足 $|x(k\tau^+)| < \delta_4$ 时, 有

$$\begin{aligned} \eta &= \int_{k\tau}^{(k+1)\tau} e^{A(r - k\tau)} \mu |x(r)| dr \\ &\leq \int_{k\tau}^{(k+1)\tau} e^{A(r - k\tau)} \mu |x(k\tau^+)| e^{(A + 1)(r - k\tau)} dr \\ &= \mu |x(k\tau^+)| \int_{k\tau}^{(k+1)\tau} e^{(A + 1)(r - k\tau)} dr \end{aligned} \quad (10)$$

系统满足条件(5), 因此

$$I + B = U e^{-A\tau} = q e^{-A\tau} \quad (11)$$

取 $V(x(t)) = |x|$, 由式(9) ~ (11), 有

$$\begin{aligned} |x((k+1)\tau^+)| &= (I + B)x((k+1)\tau) \\ &= (I + B)e^{A\tau} x(k\tau^+) + (I + B)\eta \\ &= q[1 + \mu e^{(A + 1)\tau}] |x(k\tau^+)| \end{aligned}$$

因为 $q < 1$, μ 是充分小的数, 则 $q[1 + \mu e^{(A + 1)\tau}] < 1$. 这说明

$$|x((k+1)\tau^+)| < |x(k\tau^+)| \quad (12)$$

即 $V(x(t_{n+1}^+)) < V(x(t_n^+))$. 另外设 $h(x) = |x| e^{(A + 1)\tau}$, 显然 $h(\cdot)$ 为增函数, 且 $h(0) = 0$. 显然 $V(x(t), t) = |x(t)|$ 满足定理 1 的条件, 因此系统(4) 在原点附近的 $|x| < \delta_1$ 邻域内是稳定的.

定理 2 给出了控制参数的选取范围, 同时也给出了系统的起控时间. 换言之, 只要选取适当的时间间隔和反馈系数矩阵, 使 U 阵的所有特征值的模都小于 1, 并且在系统演化至原点附近时施加脉冲控制, 就能保证控制系统(4) 最终稳定在原点.

以上分析的是以微分方程表示的一般连续系统, 脉冲反馈方法同样适用于连续系统中超混沌的控制.

4 实 例

首先以 Lorenz 系统为例, 说明控制参数的不同将影响系统的最终状态, 然后以文献[1] 中两个超混沌系统实例来验证脉冲反馈方法实现超混沌控制的有效性.

例 1 Lorenz 系统: 系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -bx_1 + x_2x_3 \\ \dot{x}_2 = -\alpha x_2 + \beta x_3 \\ \dot{x}_3 = -x_2x_3 + rx_2 - x_3 \end{cases}$$

取 $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $r = 28$, 系统为混沌态, 其中原点

为不稳定平衡点。将系统在原点处线性化, 得到

$$A = \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right|_{x=0} = \begin{bmatrix} -8/3 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 10 \\ 0 & 28 & -1 \end{bmatrix}$$

取 $\tau = 0.1, B = m I_{3 \times 3}$, 起控时间设在 $t = 30\text{s}$ 处。图2显示了系统状态分量 x_2 的受控曲线。可以看出, 在 $t < 30\text{s}$ 段, 系统作混沌运动, 一旦施加控制, 系统便很快稳定于原点处。由式(5)可以计算出, 系统保持镇定时的控制参数选取范围为 $-1 < m < -0.25$ 。

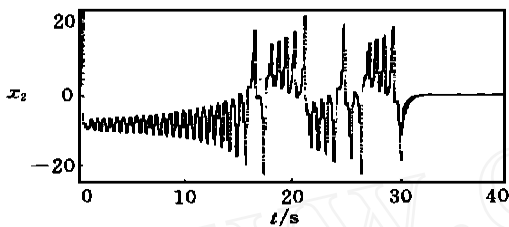


图2 Lorenz 系统镇定于原点

例2 Rossler 超混沌系统: 系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -(y + z) \\ \dot{y} &= x + 0.25y + \omega \\ \dot{z} &= 3 + xz \\ \dot{\omega} &= 0.05\omega - 0.5z \end{aligned}$$

该系统具有两个正Lyapunov 指数 $\lambda_1 = 0.16$, $\lambda_2 = 0.03$, 所以系统处于超混沌状态。控制参数取 $\tau = 0.05, m = -0.75$, 施控时间设于 $t = 15\text{s}$ 处。控制结果如图3所示。从结果看出, 其曲线的收敛速度是相当快的。

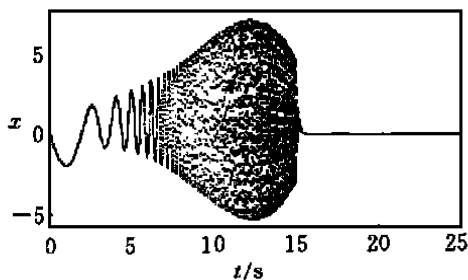


图3 Rossler 超混沌系统的控制结果

例2的仿真结果表明, 脉冲反馈方法可将超混沌系统很快镇定于原点, 从而达到消除混沌的目的。

脉冲反馈能够有效控制超混沌的原因, 是由于该法每隔一定时间迫使所有系统状态向原点运动, 因而即使超混沌在某个环面上向上扩张, 只要选择合适的反馈参数, 就可能使系统稳定于原点。

B 阵的选取决定了系统反馈的深度, 在相同时间间隔的情况下, B 阵的模越小, 系统反馈越深, 系统收敛的速度也越快。满足式(5)的参数有多个, 需要兼顾控制参数对实际系统收敛速度的影响。一般而言, 控制参数取 $0 < I + B < 1, 0.05 < \tau < 1$ 较为合适。

以上例子均在Matlab 环境下仿真实现。

5 结 论

从仿真结果可见, 脉冲反馈方法具有控制能量小, 实现简单的优点。选取适当的控制参数将保证系统最终镇定于位于原点的不稳定平衡点, 控制参数的不同则会影响系统最终的稳定性。理论与数值仿真表明, 脉冲反馈控制方法对包括超混沌在内的一般意义上的连续混沌系统能实现快速有效的控制。

参考文献

- [1] 罗晓曙, 方锦清, 屈万里. 用延长信号等效关联时间的方法实现超混沌的控制[J]. 物理学报, 1999, 48(4): 589-593
- [2] Guenez J, Matias M A. Control of chaos in undimensional map [J]. Phys Lett A, 1993, 181(1): 29-32
- [3] Sole R V, Prida L. Controlling chaos in discrete neural networks[J]. Phys Lett A, 1995, 199(1): 65-69
- [4] 张毅峰, 何振亚, 杨绿溪. 用脉冲控制法抑制非自治细胞神经网络中的混沌[J]. 控制与决策, 1999, 14(5): 418-425
- [5] Ott E, Grebogi C, York J A. Controlling chaos [J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(11): 1196-1199
- [6] Bainov D D, Simeonov P S. System with impulse effect: Stability theory and application[M]. New York: Hales, 1989
- [7] Hui Ye, Anthony N M, Ling H. Stability analysis of systems with impulse effects[J]. IEEE Trans on Auto Contr, 1998, 43(12): 1719-1723