文章编号: 1001-0920(2001)01-0055-04

离散事件系统的稳定性

俞新贞, 吴 澄
(清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘 要: 讨论离散事件系统(DES)的稳定性问题, 给出DES稳定性、可吸收性和渐近稳定性的有关结论, 证明了关于DES稳定性的某些函数的存在性。

关键词: 离散事件系统; 稳定性; 可吸收性; 渐近稳定性; Lyapunov稳定性
中图分类号: O 317 **文献标识码**: A

Stability of Discrete Event Systems

YU Xin-zhen, WU Cheng
(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Stability problems of discrete event systems are studied. Some significant results, such as stability, attractability, asymptotical stability, are concluded.

Key words: discrete event system; stability; attractability; asymptotical stability; Lyapunov stability

1 引 言

在离散事件系统中, 系统是随着某些事件的发生而演变的。这些事件发生的时间间隔并无一定的规则, 例如柔性制造系统、计算机网络、逻辑电路、交通系统等。目前这类问题已得到广泛的研究, 主要方法包括极大代数理论、随机扰动理论、自动机监控模型等。

本文首先介绍离散事件系统的逻辑性模型, 然后讨论其稳定性问题。研究方法是将传统的Lyapunov稳定性理论应用于离散事件系统, 研究其稳定性问题, 得出一些较为重要的结果。

2 预备知识

定义1 DES是一个5元组

$$G = \{X, \Sigma, f_e, g, \Sigma_v\} \tag{1}$$

其中, X是系统的状态集合, Σ是系统的事件集合, $f_e: X \to X$是关于$e \in \Sigma$算子, $g: X \to 2^{\Sigma} - \{\varnothing\}$是使能函数, Σ_v是有效事件序列集合。

注1 1) 当且仅当$e \in g(x)$时, $f_e(x)$的定义才有意义, 包含关系$2^{\Sigma} - \{\varnothing\}$保证了总有事件可以发生。对于没有事件可以发生的情形, 可补充定义为空事件可以发生。当空事件发生时, 状态保持固定但时间继续前移。对于这种情形, 系统可能在某个状态"死锁"(或"终止"), 但仍可通过G建模并研究其Lyapunov稳定性问题;

2) 这里的"时间"概念指出了时间与状态和事件之间的联系。例如$x_k \in X$表示在时间k的状态。如果$e_k \in g(x_k)$, $e_k \in \Sigma$, 则表示时间k的使能事件。如果状态$x_k \in X$, 事件$e_k \in \Sigma$在时间k发生, 则下一个

收稿日期: 2000-01-14; **修回日期**: 2000-09-08
作者简介: 俞新贞(1963—)男, 安徽芜湖人, 博士后, 从事离散事件系统等研究; 吴澄(1940—), 男, 浙江嘉兴人, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 国家863计划自动化领域首席科学家, 从事集成系统的总体设计方法及实施、系统结构与平台技术等研究。

状态x_{k+1}将由算子f_{e_k}得出，即$x_{k+1}=f_{e_k}(x_k)$。详细叙述可参见文献[1]。

设$\Sigma_v(x_0)\subset\Sigma_v$表示从$x_0\in X$出发所有可能的有效事件序列集合。为进一步讨论DES的控制理论，本文用到允许事件序列集合，并用Σ_a表示。这里，$\Sigma_a\subset\Sigma_v$，且以$\Sigma_a(x_0)$表示从初始状态$x_0\in X$出发的允许事件序列集合。由于$\Sigma_v(x_0)\subset\Sigma_v\subset\Sigma\subset 2^{\Sigma}$，因此所有事件序列都是无限长的。如果需要分析研究有限长的事件序列，则可通过在事件序列的尾部加上空事件，使其成为无限长序列。

对于固定的时间k，设E_k表示已发生的k个事件的事件序列。由定义1，$E_0=\varnothing$称为空序列。如果$E_k=e_0,e_1,\cdots,e_{k-1}$，设$E_kE\in\Sigma_v(x_0)$表示$E_k$和无限长的$E=e_k,e_{k+1},\cdots$的连接，即$E_kE=e_0,e_1,\cdots,e_{k-1},e_k,e_{k+1},\cdots$。函数$X(x_0,E_k,k)$的值表示从初始状态$x_0\in X$出发，在时间$k$所达到的状态，这里$E_k$需满足$E_kE\in\Sigma_v(x_0)$。由定义1知，$X(x_0,\varnothing,0)=x_0$对所有的$x_0\in X$均成立。

对固定的x_0，E_k和k的函数$X(x_0,E_k,k)$称为运动。对于模型G，假设对任意的$x_0\in X$，如果$E_kE\in\Sigma_v(x_0)$和$E_{k'}E'\in\Sigma_v(X(x_0,E_k,k))$，则$E_kE_{k'}E'\in\Sigma_v(x_0)$。因此对任意的$x_0\in X$，有

$$X(X(x_0,E_k,k),E_{k'},k')=X(x_0,E_kE_{k'},k+k')\quad(2)$$

对任意的k和k'均成立。这是动态系统标准的半群结构，它为Petri网和有限状态机等DES类的稳定性问题研究提供了理想的框架。

以下给出相关的定义：

定义2 设$d:X\times X\to R^+$表示X上的度量，且(X,d)为度量空间。并设$X_z\subset X$，$d(x,X_z)=\inf\{d(x,x'):x'\in X_z\}$表示从点$x$到$X_z$的距离。

定义3 集合$X_z\subset X$的$r(r>0)$-邻域定义为

$$S(X_z,r)=\{x\in X:0<d(x,X_z)<r\}\quad(3)$$

定义4 集合$X_m\subset X$称为关于G的不变集合，如果$x_0\in X_m$，可推导出$X(x_0,E_k,k)\in X_m$对所有的E_k均成立。这里E_k满足$E_kE\in\Sigma_v(x_0)$，E为无限长的事件序列。

定义5 闭的不变子集$X_m\subset X$关于Σ_a稳定(在Lyapunov意义下)，当且仅当对任意的$\epsilon>0$和$x_0\in X$，存在$\eta=\eta(\epsilon,x_0)>0$，使得当$d(x_0,X_m)<\eta(\epsilon,x_0)$时，$d(X(x_0,E_k,k),X_m)<\epsilon$对所有的$E_k$均成立。这里$E_k$满足$E_kE\in\Sigma_a(x_0)$，$E$为无限长事件序列。如果$\eta=\eta(\epsilon)$独立于系统的初始状态$x_0\in X$，则称$X_m$一致稳定。

注2 根据定义，不变子集X_m本身即为闭的(关于$\{X,d\}$)。

定义6 不变子集$X_m\subset X$关于Σ_a可吸收，当且仅当对任意的$x_0\in X$，存在$\eta=\eta(x_0)>0$，当$d(x_0,X_m)<\eta(x_0)$时，有

$$\lim_{k\to\infty}d(X(x_0,E_k,k),X_m)=0\quad(4)$$

对所有满足$E_kE\in\Sigma_a(x_0)$的E_k均成立。

不变子集$X_m\subset X$关于Σ_a一致可吸收，当且仅当对任意的$\epsilon>0$和$x_0\in X$，存在$\eta>0$(独立于$x_0\in X$)和充分大的常数$K(\epsilon)$(独立于$x_0\in X$)，使得当$d(x_0,X_m)<\eta$时，有

$$d(X(x_0,E_k,k),X_m)\leq\epsilon\quad(5)$$

对所有满足$k>K(\epsilon)$和$E_kE\in\Sigma_a(x_0)$的E_k均成立。

定义7 不变子集$X_m\subset X$关于Σ_a渐近稳定，当且仅当X_m既稳定又可吸收；不变子集$X_m\subset X$关于Σ_a一致渐近稳定，当且仅当X_m既一致稳定又一致可吸收。

定义8 设$C[R^+,R^+]$表示从R^+到R^+的连续函数集合，则函数$\varphi\in C[R^+,R^+]$属于K类，如果$\varphi(0)=0$且φ严格递增；函数$\sigma\in C[R^+,R^+]$属于L类，如果σ严格递减且$\lim_{r\to\infty}\sigma(r)=0$。

3 主要结果

为简便起见，本文只给出一致稳定性、一致可吸收性和一致渐近稳定性的结论。首先给出几个引理，证明可参见文献[2]。

引理1 G的不变子集$X_m\subset X$一致稳定，当且仅当存在函数$f\in C[R^+,R^+]$满足$f(0)=0$，使得

$$d(X(x_0,E_k,k),X_m)\leq f(d(x_0,X_m))\quad(6)$$

对所有满足$E_kE\in\Sigma_a(x_0)$的E_k均成立。

引理2 G的不变子集X_m一致可吸收，当且仅当存在$\eta>0$(独立于$x_0\in X$)，函数$g\in C[R^+,R^+]$满足$\lim_{r\to\infty}g(r)=0$，使得当$d(x_0,X_m)<\eta$时，有

$$d(X(x_0,E_k,k),X_m)<g(k)\quad(7)$$

对满足$E_kE\in\Sigma_a(x_0)$的所有k和E_k均成立。

引理3 G的不变子集X_m一致渐近稳定，当且仅当存在$\eta>0$，函数$f\in C[R^+,R^+]$满足$f(0)=0$，函数$g\in C[R^+,R^+]$满足$\lim_{r\to\infty}g(r)=0$，使得当$d(x_0,X_m)<\eta$时，有

$$d(X(x_0,E_k,k),X_m)<f(d(x_0,X_m))g(k)\quad(8)$$

对满足$E_kE\in\Sigma_a(x_0)$的所有E_k和k均成立。

定理1 G的不变子集X_m一致稳定，当且仅当

存在两个函数 $f_1, f_2 \in C[R^+, R^+]$, 满足 $f_1(0) = f_2(0) = 0$, 且 $\inf_{r\in[\epsilon,\infty)} f_1(r) > 0$ 对任意的 $\epsilon > 0$ 均成立, 使得

$$f_1(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le f_2(d(x_0, \chi_m)) \qquad (9)$$

对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立。

证明　1) 必要性: 由引理 1 知, 存在函数 $f_2 \in C[R^+, R^+]$, 满足 $f_2(0) = 0$, 使得

$$d(X(x_0, E_k, k), \chi_m) \le f_2(d(x_0, \chi_m))$$

对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立。

取函数 $f_1 \in C[R^+, R^+]$, 满足 $f_1(0) = 0$, $\inf_{r\in[\epsilon,\infty)} f_1(r) > 0$ 对任意的 $\epsilon > 0$ 均成立, 使得 $f_1(r) \le r$。因此

$$f_1(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le d(X(x_0, E_k, k), \chi_m) \le f_2(d(x_0, \chi_m)) \qquad (10)$$

对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立。

2) 充分性: 对任意的 $\epsilon > 0$ 和 $x_0 \in \chi$, 设 $\inf_{[\epsilon,\infty)} f_1(r) = \eta_0(\epsilon)$。由 $f_2(0) = 0$ 知, 存在 $\eta(\epsilon) > 0$(独立于 $x_0 \in \chi$), 使得当 $d(x_0, \chi_m) < \eta$ 时, 有 $f_2(d(x_0, \chi_m)) < \eta_0$。

设 $d(x_0, \chi_m) < \eta$。由 $f_1(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le f_2(d(x_0, \chi_m)) < \eta_0$ 可知, $d(X(x_0, E_k, k), \chi_m) < \epsilon$ 对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 任意的 E_k 和 k 均成立。因此 χ_m 一致稳定。(证毕)

定理 2　G 的不变子集 χ_m 一致可吸收, 当且仅当存在 $\eta > 0$, 函数 $f \in C[R^+, R^+]$, 满足 $f(0) = 0$, 且 $\inf_{[\epsilon,\infty)} f(r) > 0$ 对任意的 $\epsilon > 0$ 均成立, 函数 $g \in C[R^+, R^+]$, 满足 $\lim_{r\to\infty} g(r) = 0$, 使得当 $d(x_0, \chi_m) < \eta$ 时, 有

$$f(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le g(k) \qquad (11)$$

对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立。

证明　1) 必要性: 取函数 $f \in C[R^+, R^+]$, 满足 $f(0) = 0$, 且 $\inf_{[\epsilon,\infty)} f(r) > 0$ 对任意的 $\epsilon > 0$ 均成立, 使得 $f(r) \le r$。由引理 2 知, 存在 $\eta > 0$ 和函数 $g \in C[R^+, R^+]$, 满足 $\lim_{r\to\infty} g(r) = 0$, 使得当 $d(x_0, \chi_m) < \eta$ 时, 有

$$f(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le d(X(x_0, E_k, k), \chi_m) \le g(k) \qquad (12)$$

对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立。

2) 充分性: 对任意的 $\epsilon > 0$ 和 $x_0 \in \chi$, 设 $\inf_{[\epsilon,\infty)} f(r) = \eta_0(\epsilon) > 0$。由 $\lim_{r\to\infty} g(r) = 0$ 知, 存在充分大的常数 $K(\epsilon) > 0$(独立于 $x_0 \in \chi$), 使得当 $k > K(\epsilon)$ 时, 有 $g(k) < \eta_0$。

设 $d(x_0, \chi_m) < \eta$ 和 $k > K(\epsilon)$。由 $f(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le g(k) < \eta_0$ 知, $d(X(x_0, E_k, k), \chi_m) < \epsilon$ 对任意的 $k > K(\epsilon)$ 和满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立, 因此 χ_m 一致可吸收。(证毕)

定理 3　G 的不变子集 χ_m 一致渐近稳定, 当且仅当存在 $\eta > 0$, 函数 $V \in C[R^+, R^+]$, 满足 $V(0) = 0$, 且 $\inf_{[\epsilon,\infty)} V(r) > 0$ 对任意的 $\epsilon > 0$ 均成立, $f \in C[R^+, R^+]$, 满足 $f(0) = 0$, 函数 $g \in C[R^+, R^+]$, 满足 $\lim_{r\to\infty} g(r) = 0$, 使得当 $d(x_0, \chi_m) < \eta$ 时, 有

$$V(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le f(d(x_0, \chi_m))g(k) \qquad (13)$$

对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立。

证明　1) 必要性: 取 $V \in C[R^+, R^+]$, 满足 $V(0) = 0$, 且 $\inf_{[\epsilon,\infty)} V(r) > 0$ 对任意的 $\epsilon > 0$ 均成立, 使得 $V(r) \le r$。由引理 3 知, 存在 $\eta > 0$, 函数 $f \in C[R^+, R^+]$, 满足 $f(0) = 0$, 函数 $g \in C[R^+, R^+]$, 满足 $\lim_{r\to\infty} g(r) = 0$, 使得当 $d(x_0, \chi_m) < \eta$ 时, 有

$$V(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le d(X(x_0, E_k, k), \chi_m) \le f(d(x_0, \chi_m))g(k) \qquad (14)$$

对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立。

2) 充分性: 首先证明 χ_m 一致稳定。由 $\lim_{r\to\infty} g(r) = 0$ 知, 存在常数 $M_g > 0$, 使得 $g(r) \le M_g$。对任意的 $\epsilon > 0$ 和 $x_0 \in \chi$, 设 $\eta_0(\epsilon) = \inf_{[\epsilon,\infty)} V(r) > 0$。由 $f(0) = 0$ 知, 存在 $\eta_1(\epsilon) > 0$(独立于 $x_0 \in \chi$), 使得当 $r \in [0, \eta_1]$ 时, 有 $f(r) < \eta_0/M_g$。设 $\eta_2 = \min\{\eta, \eta_1\}$(独立于 $x_0 \in \chi$) 和 $d(x_0, x_m) < \eta_2$, 由 $V(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le M_g f(d(x_0, \chi_m)) < \eta_0$ 知, $d(X(x_0, E_k, k), \chi_m) < \epsilon$ 对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立, 因此 χ_m 一致稳定。

显然, 存在常数 $M_f > 0$, 使得 $f(r) \le M_f$, $r \in [0, \eta]$。所以存在 $\eta > 0$, 函数 $V \in C[R^+, R^+]$, 满足 $V(0) = 0$ 和 $\inf_{[\epsilon,\infty)} V(r) > 0$ 对任意的 $\epsilon > 0$ 均成立, $M_f g \in C[R^+, R^+]$, 满足 $\lim_{r\to\infty} M_f g(r) = 0$, 使得当 $d(x_0, \chi_m) < \eta$ 时, 有

$$V(d(X(x_0, E_k, k), \chi_m)) \le f(d(x_0, \chi_m))g(k) < M_f g(k) \qquad (15)$$

对满足 $E_kE \in \Sigma_a(x_0)$ 的所有 E_k 均成立。由定理 2 知 χ_m 一致可吸收, 因此 χ_m 一致渐近稳定。(证毕)

(下转第 61 页)

测协调中是有效而可行的。

3 具有模糊系数的稳态大工业过程全局反馈关联预测协调法

3.1 算法描述

具有模糊系数的全局反馈关联预测协调法, 依靠将实际系统关联输出反馈至协调器, 使目标函数有所改善, 其子过程的决策单元任务与开环时相同。而协调器的任务是: 找到一组协调变量 $\hat{y} = (\hat{y}_1, \cdots, \hat{y}_n) \in Y \cap Y^*$, 使得

$$\mathrm{CP}\begin{cases} Q(\hat{c}(\hat{y}), HK^*(\hat{c}(\hat{y})), K^*(\hat{c}(\hat{y}))) = \\ \min\limits_{y \in Y \cap Y^*} Q(c(y), HK^*(c(y)), K^*(c(y))) \\ Y^* \triangleq \{y \in Y: g_{ij}(\hat{c}(y), HK^*(\hat{c}(y)), \\ \quad K^*(\hat{c}(y))) \le 0\} \\ i \in \overline{1, N}, \quad j \in \overline{1, J_i} \end{cases} \tag{10}$$

式中, Y 的定义同前, $K^*(\hat{c}(y))$ 为控制量加到实际系统后得到的实际系统输出值。

在全局反馈的关联预测算法中, 协调变量 y 在 Y 中取值, 而 Y 是根据模型得出的, 与实际过程会有一定的差异, 所以在迭代过程中有可能违反实际过程的约束。

3.2 仿真研究

通过上节的例子来比较两种方法, 仿真结果如表 2 所示。表中数据显示出, 采用本文方法目标函数有较大的降低, 并且迭代次数和实际过程约束违反次数都有明显减少, 说明本文方法是有效的。

由于迭代过程获取了实际过程的信息, 因此在选取 $\mu_i(F)$ 和 $\psi(F)$ 的宽度时, 只要 $\psi(F)$ 比 $\mu_i(F)$ 宽, 最终的目标函数值都要好于确定性系数, 但迭代次数和约束违反次数则要增加。

表 2 全局反馈的关联预测协调法

方法	实际目标函数值	迭代次数	违反实际过程的约束次数	收敛标准
确定系数	2.276 0	135	12	10^{-4}
模糊系数($\alpha = 1$)	2.082 3	52	2	10^{-4}

4 结 语

本文基于对模型—实际差异的考虑, 将模糊数的概念引入子过程的模型, 得到了模糊模型, 从而提高了模型对实际系统的描述能力。$\mu_i(F)$ 和 $\psi(F)$ 的宽度反映了模型—实际差异的大小, 但由于无法知道实际过程的数学描述, 所以在计算过程中 $\mu_i(F)$ 和 $\psi(F)$ 宽度的取值需经试凑得出。从计算结果看, 具有模糊系数大工业过程的关联预测算法比原方法收敛快、目标函数好。该方法既可用于开环的关联预测协调, 也可用于全局反馈的情形, 结果都很好, 因而具有很高的应用价值。

参考文献:

[1] Findeisen W, Bailey F, Brdys M et al. Control and coordination in hierarchical systems[M]. London: John Wiley and Sons, 1980.
[2] Tu Xuyan, Hu Xiaoming. Fuzzy control of large-scale systems [A]. Preprint of IFAC/IFORC Symp on Large-scale Systems Theory and Applications [C]. Warsaw, 1983. 145-150.
[3] 万百五, 黄正良. 大工业过程计算机在线稳态优化控制[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
[4] 王光远, 王文泉. 具有广义模糊约束的数学规划[J]. 模糊数学, 1986, 6(1): 1-8.

(上接第 57 页)

4 结 论

本文讨论了离散事件系统的稳定性问题, 给出了一些重要的结论。研究方法是将连续系统中广泛采用的 Lyapunov 稳定性理论应用于离散事件系统, 主要结论是证明了关于 DES 稳定性的一些函数的存在性, 而这些函数的结构性问题将是未来研究的重要方向。

参考文献:

[1] K M Passino, A N Michel, P J Antsaklis. Lyapunov stability of a class of discrete event systems[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39(2): 269-279.
[2] W Hahn. Stability of motion [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1967.
[3] H Ye, A N Michel, L Hou. Stability theory for hybrid dynamical systems[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1998, 43(4): 461-474.