文章编号: 1001-0920(2001)01-0062-04

基于状态观测器的一类非线性系统的模糊鲁棒控制

佟绍成, 王艳平, 王 涛
(辽宁工学院 基础部, 辽宁 锦州 121001)

摘 要: 利用 T-S 模型对一类非线性不确定系统进行模糊建模, 在此基础上研究模糊鲁棒观测器及模糊状态鲁棒控制器的设计,并证明所设计的模糊鲁棒观测器和模糊状态鲁棒控制器具有全局渐近稳定性质。

关键词: 非线性不确定系统; 模糊鲁棒观测器; 模糊鲁棒控制器; 渐近稳定性
中图分类号: TP202 文献标识码: A

Observer-based Fuzzy Robust Control for Uncertain Nonlinear Systems

TONG Shao-cheng, WANG Yan-ping, WANG Tao
(Department of Basic Mathematics, Liaoning Institute of Technology, Jinzhou 121001, China)

Abstract: The output stabilization problem of uncertain nonlinear systems is considered. The uncertain nonlinear systems are modeled by Takagi-Sugeno fuzzy models. A robust form of observers for such models is given. Fuzzy robust state feedback controllers based on fuzzy observers are designed. It is shown that a state feedback robust controller and a robust observer always yield a stabilizing output feedback control providing the stabilizing property of the control and the asymptotic convergence of the observer.

Key words: uncertain nonlinear systems; fuzzy robust observer; fuzzy robust controller; asymptotic stability

1 引 言

自 Takagi 和 Sugeno 提出模糊 T-S 模型以来[1], 国内外许多学者对此进行了卓有成效的研究。Tanaka 和 Sugeno 把模糊 T-S 模型应用于非线性系统的控制[2], 给出了模糊控制系统的稳定性判别定理。Tanaka 等应用不确定模糊 T-S 模型研究了一类不确定非线性系统的鲁棒二次稳定性问题[3]。马小军和孙增圻基于模糊 T-S 模型研究了模糊控制器和观测器的设计问题[4], 给出了与线性系统相似的分离性质。基于模糊 T-S 模型设计控制器问题, 实质上是将整个状态空间划分成 n 个模糊子空间, 在每个模糊子空间建立局部的线性模型, 并对局部线性模型设计各自的控制器, 使整个系统的控制器变为局部控制器的加权组合。

文献[3]仅考虑模糊模型存在不确定性, 并未考虑系统的状态不可观测问题; 文献[4]仅考虑系统的状态不可观测, 而未考虑模糊模型的不确定性问题。因此本文考虑系统同时存在两种不确定性问题, 应

收稿日期: 1999-11-16; 修回日期: 2000-03-16
基金项目: 国家自然科学基金项目(69874020); 辽宁省教委高校科研基金项目(990821099)
作者简介: 佟绍成(1960—), 男(满族), 辽宁锦州人, 教授, 博士, 从事模糊控制、自适应控制等研究。

用不确定模糊 T-S 模型对一类非线性不确定系统进行逼近; 在此基础上研究模糊鲁棒观测器的设计和基于观测器的状态反馈控制设计问题。基本思想是: 把整个状态空间划分成 n 个模糊子空间, 在每个模糊子空间, 用不确定模糊 T-S 模型表示局部线性不确定系统, 对每个局部线性不确定系统设计局部鲁棒观测器和状态反馈控制器。总的鲁棒观测器和反馈控制器增益分别是各个局部子系统观测器和状态反馈控制增益的加权和。该方法为解决非线性不确定系统的观测器设计及控制问题提供了新途径。

2　连续型模糊鲁棒观测器的设计

考虑由如下带有不确定模型 T-S 模型描述的非线性不确定系统

R_p^i: if $z_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$ and $z_n(t)$ is M_{in}

$$\text{then}\begin{cases}\dot{X}(t) = A_iX(t) + f_i(X,t) + \\ \qquad B_i[u(t) + g_i(X,u,t)] \\ Y(t) = C_iX(t), \quad i = 1,2,\cdots,r\end{cases} \tag{1}$$

其中, R_p^i 表示控制对象的第 i 条模糊推理规则, M_{ij} 是模糊集合; $X(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $Y(t) \in R^r$ 是系统的状态、输入和输出; $A_i \in R^{n\times m}$, $B_i \in R^{n\times m}$, $C_i \in R^{r\times n}$; $f_i(X,t)$ 和 $g_i(X,u,t)$ 分别是 n 维和 m 维可测向量函数, 它们表示第 i 个局部子系统的不确定性。

应用单点模糊化、乘积推理及中心加权反模糊化方法[1], 得到整个系统的状态方程和输出方程为

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))[A_iX(t) + B_iu(t)] + \sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))f_i(X,t) + \sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))[B_ig_i(X,u,t)] \tag{2}$$

$$Y(t) = \sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))C_iX(t) \tag{3}$$

其中
$$z(t) = [z_1(t),\cdots,z_n(t)]$$
$$w_i(t) = \prod_{j=1}^{n}M_{ij}(z_j(t))$$
$$\sum_{i=1}^{n}w_i(z(t)) \geq 0, \quad w_i(z(t)) \geq 0$$
$$\mu_i(z(t)) = w_i(z(t)) \Big\backslash \sum_{i=1}^{n}w_i(z(t))$$

定义 1[4]　如果(A_i, B_i) 是可控的, $i = 1,2,\cdots,r$, 则称模糊子系统(1) 是局部可控的。

定义 2[4]　如果(A_i, C_i) 是可观测的, $i = 1,2,\cdots,r$, 则称模糊子系统(1) 是局部可观测的。

假设 1　存在已知常数矩阵 F_i 及函数矩阵 $h_i(X,t)$, 使得$B_i^{\mathrm{T}}P = F_iC_i$, $f_i(X,t) = B_ih_i(X,t)$ 成立, 其中 $i = 1,2,\cdots,r$。

假设 2　存在已知常数 $K_i > 0, \alpha > 0, \beta_i > 0$, 使如下不等式 $\|h_i(X,t)\| \leq K_i\|Y\|$, $\|g_i(x,u,t)\| \leq \alpha\|Y\| + \beta\|u\|$ 成立, 其中 $i = 1,2,\cdots,r$。

假设模糊系统(1) 是局部可观测的, 利用平行分布补偿设计方法(PDC)[2], 即选取的模糊推理规则、模糊变量和模糊集与模糊建模的模糊推理前件完全相同, 设计局部模糊鲁棒观测器

R_p^i: if $z_1(t)$ is $M_{i1}$and $\cdots$ and $z_n(t)$ is M_{in}

$$\text{then}\begin{cases}\dot{\hat{X}}(t) = A_i\hat{X}(t) + B_iu(t) + \\ \qquad G_i[Y(t) - \hat{Y}(t)] + \Delta_{1i} + \Delta_{2i} \\ \hat{Y}_i(t) = C_i\hat{X}(t)\end{cases} \tag{4}$$

其中

$$\Delta_{1i} = \begin{cases}\dfrac{P^{-1}C_i^{\mathrm{T}}F_i^{\mathrm{T}}F_iC(X(t) - \hat{X}(t))}{\|F_iC_i(X(t) - \hat{X}(t))\|}K_i\|Y_i(t)\| \\ \qquad F_iC_i(X(t) - \hat{X}(t)) \neq 0 \\ 0, \quad F_iC_i(X(t) - \hat{X}(t)) = 0\end{cases}$$

$$\Delta_{2i} = \begin{cases}\dfrac{P^{-1}C_i^{\mathrm{T}}F_i^{\mathrm{T}}F_iC(X(t) - \hat{X}(t))}{\|F_iC_i(X(t) - \hat{X}(t))\|} \times \\ [\alpha\|Y_i(t)\| + \beta\|u\|] \\ \qquad F_iC_i(X(t) - \hat{X}(t)) \neq 0 \\ 0, \quad F_iC_i(X(t) - \hat{X}(t)) = 0\end{cases}$$

P 是将要定义的正定矩阵。式(4) 引入附加项 Δ_{1i} 和 Δ_{2i}, 其中 Δ_{1i} 是为补偿系统中的不确定性$f_i(X,t)$, Δ_{2i} 是为补偿系统中的不确定性 $g_i(X,u,t)$。它们的引入, 使式(4) 能有效地测量式(1) 的当前状态。

最后, 由模糊推理得到合成的模糊鲁棒观测器及输出方程为

$$\dot{\hat{X}}(t) = \sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))[A_i\hat{X}(t) + B_iu(t)] + \sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))G_i[Y(t) - \hat{Y}(t)] + \sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))\Delta_{i1} + \sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))\Delta_{i2} \tag{5}$$

$$\hat{Y}(t) = \sum_{i=1}^{r}u_i(z(t))C_i\hat{X}(t) \tag{6}$$

定义观测器的误差为
$$\hat{e}(t) = X(t) - \hat{X}(t)$$

则由式(2) 和式(5) 得到误差方程

$$\dot{\hat{e}}(t) = \sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))[A_i - G_iC_i]\hat{e}(t) +$$

$$\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))f_i(X,t)+\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))B_ig_i(X,u,t)-\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))\Delta_{i1}-\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))\Delta_{i2} \tag{7}$$

定理 1 设连续型模糊系统(7) 是局部可观测的,且满足假设 1 和假设 2,如果存在一个公共的正定矩阵 P,使得对所有的 i 有如下不等式

$$(A_i-G_iC_i)^{\mathrm{T}}P+P(A-G_iC_i)<0 \tag{8}$$

成立,则模糊系统(7) 是全局稳定的,且$\lim\limits_{t\to\infty}\hat{e}(t)=0$。

证明 取李亚普诺夫函数为$V(t)=\hat{e}(t)^{\mathrm{T}}\times P\hat{e}(t)$,则 $V(t)$ 沿式(7) 对时间的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)=&\sum_{i=1}^{r}\mu_i\hat{e}^{\mathrm{T}}(t)[(A_i-G_iC_{\mathrm{T}})P+\\&P(A_i-G_iC_i)]\hat{e}(t)+\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\hat{e}^{\mathrm{T}}(t)Pf_i(X,t)+\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\hat{e}^{\mathrm{T}}(t)PB_ig_i(X,u,t)-\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\hat{e}^{\mathrm{T}}(t)P\Delta_{1i}-\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\hat{e}^{\mathrm{T}}(t)P\Delta_{2i}\end{aligned} \tag{9}$$

由式(7) 及假设 1 得

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\hat{e}^{\mathrm{T}}(t)Pf_i(X,t)+\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\hat{e}^{\mathrm{T}}(t)PB_ig_i(X,u,t)-\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\hat{e}^{\mathrm{T}}(t)P\Delta_{1i}-\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\hat{e}^{\mathrm{T}}(t)P\Delta_{2i}\leqslant\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\|F_iC_i\hat{e}\|[\|h_i(X,t)\|-K_i\|Y\|]+\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i2\|F_iC_i\hat{e}\|[\|g_i(X,u,t)\|-\\&(\alpha_i\|Y\|+\beta_i\|u\|)]\end{aligned} \tag{10}$$

由假设 2 可推出 $\dot{V}<0$。因此模糊系统(7) 是全局渐近稳定的,且有$\lim\limits_{t\to\infty}\hat{e}(t)=0$。(证毕)

3 基于观测器的状态反馈控制

利用平行分布补偿设计方法[2],设计局部线性反馈控制器如下

R_p^i: if $z_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$ and $z_n(t)$ is M_{in}

then $u=-K_i\hat{X}(t)$, $i=1,2,\cdots,r$ (11)

由模糊推理得到整个系统的状态反馈控制为

$$u=\sum_{i=1}^{r}-\mu_iK_i\hat{X}(t) \tag{12}$$

在上述设计中,为保证整个闭环系统的稳定性,利用模糊集 λ-截集的性质重新定义模糊推理中的模糊集如下

$$M'_{ij}=\begin{cases}\lambda_j, & M_{ij}(z_i(t))<\lambda_{ij}\\ M_{ij}(z_i(t)), & M_{ij}(z_i(t))\geqslant\lambda_{ij}\end{cases}$$

在新模糊集下,可验证一定存在λ_i,使得$\mu_i\geqslant\lambda_i$成立。

把式(12) 分别代入式(4) 和(5),得

$$\begin{aligned}\dot{X}(t)=&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))A_iX(t)-\\&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\mu_i\mu_jB_iK_j\hat{X}(t)+\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))f_i(X,t)+\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))[B_ig_i(X,u,t)]\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{X}}(t)=&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))(A_i-\\&B_iK_j)\hat{X}(t)+\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))G_iC_i\hat{e}(t)+\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))\Delta_{i1}+\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))\Delta_{i2}\end{aligned} \tag{14}$$

由式(13) 和(14) 得

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}}(t)=&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t))(A_i-\\&G_iG_j)\hat{e}(t)+\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))f_i(X,t)+\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))B_ig_i(X,u,t)-\\&\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))\Delta_{i1}-\sum_{i=1}^{r}\mu_i(z(t))\Delta_{i2}\end{aligned} \tag{15}$$

记 $\Sigma_i=(A_i-B_iK_i)^{\mathrm{T}}P+P(A_i-B_iK_i)$

$$\Sigma_{ij}=\left(\frac{A_i-B_iK_j+A_j-B_jK_i}{2}\right)^{\mathrm{T}}P+P\left(\frac{A_i-B_iK_j+A_j-B_jK_i}{2}\right)$$

$$\Gamma_i=(A_i-G_iC_i)^{\mathrm{T}}Q+Q(A_i-G_iC_i)$$

$$\Gamma_{ij}=\left(\frac{A_i-G_iC_j+A_j-G_jC_i}{2}\right)^{\mathrm{T}}Q+Q\left(\frac{A_i-G_iC_j+A_j-G_jC_i}{2}\right)$$

(下转第 68 页)

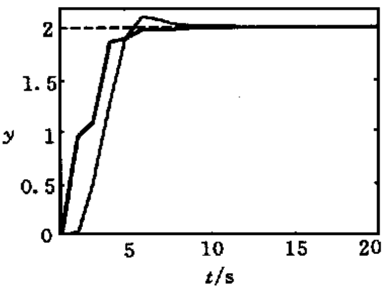

图 3 两种控制方案的输出比较

由图 3 可见, 采用基本内模控制, 由于初始阶段存在较大的建模误差, 使系统输出有较大的波动; 而在内模 + PID 控制方案中, 系统输出误差较大时, PID 控制作用也较强, 对内模控制起到了补偿作用, 使得系统快速、平稳地跟踪系统给定信号。

5 结 论

本文采用小波网络分别构造系统的逆模型作为控制器, 正模型作为系统的内部模型, 实现了小波网络非线性内模控制。在此基础上增加一常规 PID 控制器, 使其与内模控制器的输出共同作用于被控对象, 对内模控制起补偿作用。仿真研究表明, 小波网络在拟合系统的正、逆模型方面具有良好的逼近和鲁棒辨识性能; 所提出的基于小波网络的非线性内模控制及带有 PID 控制补偿作用的内模控制方法具有良好的性能, 为小波网络在非线性控制中的应用奠定了基础。

参考文献:

[1] Garcia C E. Internal model control: A unifying review and some new results[J]. Ind Eng Chem Pro Des Dev, 1982, 21(2): 308-323.

[2] Hunt K J, D Sbarbaro. Neural networks for nonlinear internal model control[J]. IEE Proc-D, 1991, 138(5): 431-438.

[3] 金晓明, 荣冈, 王树青. 基于模糊模型的非线性内模控制策略研究[J]. 控制与决策, 1997, 12(3): 228-233.

[4] Zhang Qinghua, Albert Benveniste. Wavelet networks [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(6): 889-898.

[5] Silverman L M. Inversion of multivariable linear systems[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1969, 14(3): 370-376.

[6] Hirschorn R M. Invertibility of multivariable nonlinear control system [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1979, 24(5): 855-865.

[7] Singh S N. A modified algorithm for invertibility nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1981, 26(2): 595-599.

[8] Chui C K. An introduction to wavelets[M]. Academic Press, Inc, 1992.

[9] Isidori A. Nonlinear control systems: An introduction [M]. Second Edition. Berlin: Springer-Verlag, 1989.

(上接第 64 页)

定理 2 设连续型模糊系统(1) 是局部可控和可观测的, 且满足假设 1 和假设 2, 如果存在公共的正定矩阵 P 和 Q, 使得对所有的 i, j 有如下不等式

$$\begin{cases} \Sigma_i + a_i I < 0, & \Sigma_{ij} < 0 \\ \Gamma_i + I < 0, & \Gamma_{ij} < 0 \end{cases} \tag{16}$$

成立, 则模糊系统(1) 是全局渐近稳定的, 且 $\lim\limits_{t\to\infty} x(t) = 0$, $\lim\limits_{t\to\infty} \hat{e}(t) = 0$。

4 结 论

本文用连续型模糊 T-S 模型对非线性连续和离散系统进行建模。将整个状态空间划分成 n 个模糊子空间, 在每个模糊子空间, 非线性不确定系统可表示成相应不确定的模糊 T-S 模型, 对此设计局部模糊鲁棒观测器, 总的鲁棒观测器的增益是各个局部子系统观测器增益的加权和。分析表明, 该鲁棒观测器和模糊状态鲁棒控制器具有全局渐近稳定性。

参考文献:

[1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernatics, 1985, 15 (1): 116-132.

[2] Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 45(2): 135-156.

[3] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizility, control theory and linear matrix inequalities[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1996, 4(1): 1-13.

[4] Xiaojun Ma, Zengqi Sun, Yanyan He. Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1998, 6(1): 41-51.