

文章编号: 1001-0920(2001)01-0065-04

## 基于小波网络的非线性内模控制

吕朝霞<sup>1</sup>, 吴晓蓓<sup>1</sup>, 郭 健<sup>1</sup>, 胡维礼<sup>1</sup>, 胡寿松<sup>2</sup>

(1. 南京理工大学 自动化系, 江苏 南京 210094; 2 南京航空航天大学 自动控制系, 江苏 南京 210016)

**摘 要:** 针对非线性内模控制结构, 给出了小波网络逼近系统正、逆模型的充分条件和实现方法。在内模控制结构中引入 PD 补偿控制, 改进了内模控制器的性能。仿真结果表明, 小波网络用于非线性内模控制是有效的, 内模+PD 控制较单一内模控制具有更快速和平稳的跟踪性能。

**关键词:** 小波网络; 内模控制; PD 控制; 系统可逆性

**中图分类号:** TP 273      **文献标识码:** A

## Nonlinear Internal Model Control Based on Wavelet Network

LU Zhao-xia<sup>1</sup>, WU Xiao-bei<sup>1</sup>, GUO Jian<sup>1</sup>, HU Wei-li<sup>1</sup>, HU Shou-song<sup>2</sup>

(1. Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. Department of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** The sufficient condition for system model and its inversion approximated by wavelet networks are presented. The nonlinear system internal model control scheme is realized based on wavelet network. A PD controller is added to improve the MC controller. Simulation results demonstrate the efficiency of wavelet network as an MC controller. The MC+PD controller has the faster and smoother tracking performance than only MC controller.

**Key words:** wavelet network; MC; PD control; system invertibility

### 1 引 言

自 20 世纪 80 年代初 Garcia 和 Morari 提出内模控制<sup>[1]</sup>(MC)理论以来, 内模控制已逐步推广到多变量系统和非线性系统, 并在过程控制等非线性特性较明显的领域中取得了良好的应用成果。而神经网络控制、模糊控制等智能控制方法的引入<sup>[2,3]</sup>, 为非线性内模控制的研究开辟了一条新的途径。

小波网络<sup>[4]</sup>是近几年提出的一种前馈型网络, 它所具有的函数逼近能力, 在非线性、逼近论、图像处理 and 信号分析等领域引起了人们的浓厚兴趣。本

文将小波网络引入非线性内模控制, 逼近非线性系统的正、逆模型, 实现了基于小波网络的非线性内模控制; 引入 PD 补偿控制, 改进了内模控制器的性能。仿真结果表明, 小波网络用于非线性内模控制是有效的, 内模+PD 控制比单一内模控制具有更快速、更平稳的跟踪性能。

### 2 小波网络非线性内模控制

#### 2.1 问题提出

基本的非线性内模控制结构如图 1 虚框内所示。

收稿日期: 1999-11-15; 修回日期: 2000-01-31

基金项目: 国家自然科学基金项目(69974021)

作者简介: 吕朝霞(1970—), 女, 河北沧州人, 博士生, 从事智能控制、神经网络控制的研究; 胡维礼(1941—), 男, 江苏东台人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、高精度伺服系统控制与应用等研究。

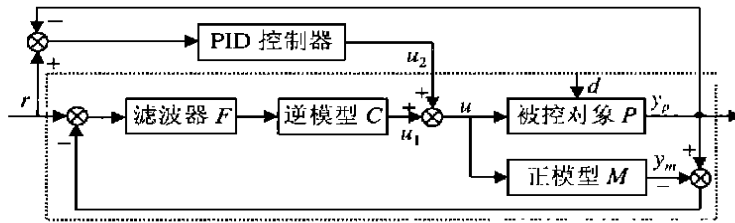


图1 内模 + PD 控制系统结构

其中,  $d$  为扰动,  $M$  为对象内部模型,  $C$  为对象模型的逆, 用作控制器。滤波器  $F$  可增强系统的鲁棒性, 平滑噪声, 柔化快变信号, 以改善系统响应的过渡过程。

实现非线性内模控制的关键是求取对象模型的逆, 因此首先给出系统可逆的定义。考虑差分方程 (1) 描述的 BBO 稳定的 SISO 非线性系统

$$\Sigma y_p(k+1) = f[y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u(k), \dots, u(k-n_u+1)] \quad (1)$$

其中,  $y_p \in R, u \in R$  分别为系统输出和输入; 系统阶次为  $n_y$ , 且  $n_u \geq n_y$ 。如果存在  $R^{n_y+n_u-1}$  的子集  $A$ , 使得对于  $[y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u(k-1), \dots, u(k-n_u+1)]^T \in A$  及不同的输入  $u^1(k), u^2(k)$ , 有

$$f[y_p(k), \dots, u^1(k), \dots, u(k-n_u+1)] \neq f[y_p(k), \dots, u^2(k), \dots, u(k-n_u+1)]$$

成立, 则称系统  $\Sigma$  可逆。

早在 60 年代, Silvem an<sup>[5]</sup> 等人就对线性逆系统的理论进行了深入研究; 七八十年代, Hirschorn<sup>[6]</sup>, Singh<sup>[7]</sup> 等人又在仿射非线性系统的可逆性等方面取得了重要成果。本文以式 (1) 描述的系统为研究对象, 并假设系统可逆。由小波网络辨识其正、逆模型, 其输出为  $y_m(k+1) = \hat{f}(X^m(k)), u(k) = \hat{g}(X^c(k))$ 。式中

$$X^c(k) = [y_d(k+1), y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u(k-1), \dots, u(k-n_u+1)]^T \quad (2)$$

$$X^m(k) = [y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_u+1)]^T \quad (3)$$

$y_d(k+1)$  为  $k+1$  时刻的期望输出。

## 2.2 被控对象小波网络正、逆模型的存在性

小波网络是在小波分析理论上结合神经网络而形成的一种新型前馈网络, 它的一致逼近和  $L^2$  逼近能力已被人们所证实<sup>[4,8]</sup>。引理 1 描述了其中的主要结论。

**引理 1** 对 Hilbert 空间中的任一连续平方可积函数  $f$ , 存在满足框架条件的小波框架  $\{\psi_{j,k}\}_{j,k \in \mathbb{Z}}$ , 其中  $\psi_{j,k}(\bullet) = \psi(2^j(\bullet - k))$ ,  $\psi(\bullet)$  是母小波。使得  $f$

$= \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} w_{j,k} \psi_{j,k}$ , 并且对  $\forall \epsilon > 0$ , 有  $f - \hat{f} < \epsilon$

### 定理 1 设系统

$$F[y_p(k+1), y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u(k), \dots, u(k-n_u+1)] = y_p(k+1) - f[y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u(k), \dots, u(k-n_u+1)] = 0 \quad (4)$$

其中  $f$  是定义在 Hilbert 空间中有界紧集  $D$  上的连续函数。如果  $\partial f / \partial u(k) \neq 0$ , 并且关于  $[y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u(k-1), \dots, u(k-n_u+1)]^T$  连续, 则对  $\forall \epsilon > 0$ , 存在小波网络逆模型控制器  $u(k) = \hat{g}(X^c(k))$ ,  $X^c(k)$  如式 (2) 定义, 使得  $|y_d(k+1) - y_p(k+1)| < \epsilon$ ,  $y_d$  为期望输出。

**证明** 由假设知  $f$  是定义在 Hilbert 空间中有界紧集  $D$  上的连续函数, 且  $\partial f / \partial u(k) = \partial \hat{f} / \partial u(k) \neq 0$ , 所以  $f$  是关于  $u(k)$  在  $D$  上的一致连续函数。对  $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0$ , 当  $|u^1(k) - u^2(k)| < \delta$  时, 对于  $[y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u^1(k), \dots, u(k-n_u+1)]^T, [y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u^2(k), \dots, u(k-n_u+1)]^T \in D$ , 有

$$|f[y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u^1(k), \dots, u(k-n_u+1)] - f[y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u^2(k), \dots, u(k-n_u+1)]| < \epsilon$$

由隐函数定理<sup>[9]</sup>, 存在隐函数

$$u(k) = g[y_d(k+1), y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u(k-1), \dots, u(k-n_u+1)] \quad (5)$$

使  $F \circ g[y_d(k+1), y_p(k), \dots, y_p(k-n_y+1), u(k-1), \dots, u(k-n_u+1)] = 0$ , 即  $y_p(k+1) = f \circ g(\bullet)$ 。由引理 1 知, 式 (5) 可由小波框架  $\{\psi_{j,k}\}$  作为隐层基函数的小波网络逼近, 即对  $\forall \delta > 0$ , 有  $|g(\bullet) - \hat{g}(\bullet)| < \delta$  于是  $|y_d(k+1) - y_p(k+1)| = |f \circ g(\bullet) - f \circ \hat{g}(\bullet)| < \epsilon$  (证毕)

**注 1** 从工程实现的角度看, 系统输入输出都是有界的, 因此将  $f$  定义在界紧集上是合理的; 而  $g$  也是能量有限的, 因此  $f$  和  $g$  均可由小波框架的有限项和表示。

### 2.3 被控对象正、逆模型的小波网络实现

取式(3)和式(2)所示的  $X^m(k)$  和  $X^c(k)$  分别为小波网络正模型(WNM)和小波网络逆模型(WNC)的输入向量,输出则分别对应  $y_m(k+1)$  和  $u(k)$ ,  $L^m$  和  $L^c$  为 WNM 和 WNC 的隐层节点数,  $w_i^m$  和  $w_i^c$  为 WNM 和 WNC 的隐层到输出层的权系数,网络权系数的修正采用梯度下降法,以逆模型小波网络为例给出参数修正公式如下

$$\Delta w_i^c(k) = -\bar{\alpha} \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_i^c} = -\bar{\alpha} (y_d - y_p) \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial u} \psi_i \quad (6)$$

$$w_i^c(k+1) = w_i^c(k) + \Delta w_i^c(k) + \beta \Delta w_i^c(k-1) \quad (7)$$

其中,  $\bar{\alpha}$  为学习步长,  $\beta$  为动量因子。通常式(6)中的  $\partial \hat{y}_p / \partial u$  不易求取,可根据先验知识估计其符号。将  $|\partial \hat{y}_p / \partial u|$  合并到  $\bar{\alpha}$  中,记  $\alpha = \bar{\alpha} |\partial \hat{y}_p / \partial u|$ , 并变步长如下式

$$\begin{aligned} \alpha(k) &= \alpha(k-1) + \Delta \alpha(k) \\ \Delta \alpha(k) &= \epsilon \operatorname{sgn} \left( \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_i^c(k-1)} \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_i^c(k)} \right) \times \\ &\quad \alpha(k-1) \end{aligned} \quad (8)$$

则式(6)可写作

$$\Delta w_i^c(k) = \alpha(k) (y_d - y_p) \operatorname{sgn}(\partial \hat{y}_p / \partial u) \psi_i \quad (9)$$

### 3 内模 + PD 补偿控制

小波网络正、逆模型在线训练初期会存在较大的建模误差,使内模控制器输出与期望控制输入存在较大的偏差。本文在基本内模控制结构中引入 PD 补偿控制,以提高控制精度,控制系统结构如图 1 所示。PD 控制取增量形式

$$\begin{aligned} \Delta u_2(k) &= K_P [e(k) - e(k-1)] + K_I e(k) + \\ &\quad K_D [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \end{aligned} \quad (10)$$

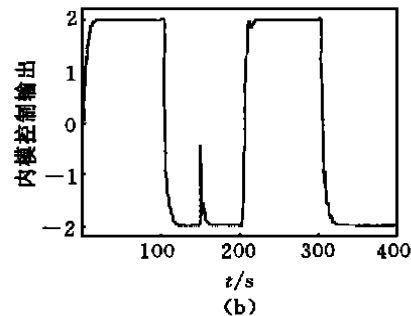
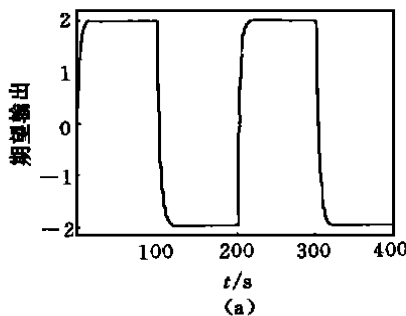


图 2 模型跟踪控制

(a) 期望输出 (b) 小波网络内模控制输出

$$u_2(k) = u_2(k-1) + \Delta u_2(k) \quad (11)$$

## 4 仿真研究

考虑非线性离散系统

$$y_p(k+1) = f[y_p(k), y_p(k-1), u(k)] = \frac{(1 + \delta_1) y_p(k) y_p(k-1)}{2.5 + y_p^2(k) + y_p^2(k-1)} + (1 + \delta_2) u(k)$$

其中,  $\delta_1$  和  $\delta_2$  表示参数变化量,初始  $\delta_1 = \delta_2 = 0$ 。显然,只要  $\delta_2 \neq -1$ ,就有  $\partial \hat{y} / \partial u(k) = 1 + \delta_2 \neq 0$ 。由定理 1 知,存在小波网络逼近系统逆模型。假设  $\partial \hat{y}_p / \partial u$  符号为正,图 1 中滤波器  $F$  取一阶形式  $(1 - \alpha) / (1 - \alpha z^{-1})$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,仿真中取  $\alpha = 0.995$ 。小波网络正、逆模型的隐层小波基函数由母小波  $\psi(x) = x e^{-x^2/2}$  形成。

(1) 鲁棒性研究: 假设期望输出为

$$y_m(k+1) = 0.2 y_m(k) + 0.4 y_m(k-1) + 0.4 r(k)$$

参考输入  $r(k)$  为方波信号(幅值  $\pm 2$ )。图 2(a) 为期望输出, (b) 为小波网络内模控制系统输出。其中在  $k = 150$  时对象参数发生变化,  $\delta_1 = 1, \delta_2 = -0.5$ 。由图中曲线可以看出,小波网络内模控制能使系统快速跟踪期望值,对参数扰动的鲁棒性能较好。

(2) 输出跟踪研究: 给定期望输出信号  $y_d$  为阶跃信号(幅值  $\pm 2$ ),比较小波网络内模控制以及内模 + PD 控制的系统阶跃响应,仿真结果如图 3 所示。其中细实线为内模控制的系统输出;粗实线为内模 + PD 控制的系统输出;虚线为给定阶跃信号。此时小波网络正、逆模型的训练参数为  $\alpha(0) = 0.5, \epsilon = 0.0055, \alpha_n = 0.975, \beta_c = \beta_n = 0.75$  ( $\alpha_n, \beta_n$  分别为 WNM 的学习步长和动量因子),PD 控制器的参数为:  $K_P = 0.3, K_I = 0.175, K_D = 0$ 。

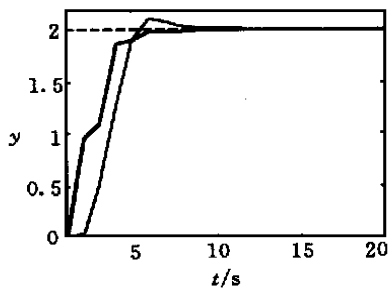


图3 两种控制方案的输出比较

由图3可见,采用基本内模控制,由于初始阶段存在较大的建模误差,使系统输出有较大的波动;而在内模+PD控制方案中,系统输出误差较大时,PD控制作用也较强,对内模控制起到了补偿作用,使得系统快速、平稳地跟踪系统给定信号。

## 5 结 论

本文采用小波网络分别构造系统的逆模型作为控制器,正模型作为系统的内部模型,实现了小波网络非线性内模控制。在此基础上增加一常规PD控制器,使其与内模控制器的输出共同作用于被控对象,对内模控制起补偿作用。仿真研究表明,小波网络在拟合系统的正、逆模型方面具有良好的逼近和鲁棒辨识性能;所提出的基于小波网络的非线性内模控制及带有PD控制补偿作用的内模控制方法具有良好的性能,为小波网络在非线性控制中的

应用奠定了基础。

## 参考文献:

- [1] Garcia C E. Internal model control: A unifying review and some new results[J]. Ind Eng Chem Pro Des Dev, 1982, 21(2): 308-323
- [2] Hunt K J, D Sbarbaro. Neural networks for nonlinear internal model control[J]. IEE Proc-D, 1991, 138(5): 431-438
- [3] 金晓明, 荣冈, 王树青. 基于模糊模型的非线性内模控制策略研究[J]. 控制与决策, 1997, 12(3): 228-233
- [4] Zhang Q inghua, A lbert Benveniste. Wavelet networks [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(6): 889-898
- [5] Silve man L M. Inversion of multivariable linear systems[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1969, 14(3): 370-376
- [6] Hirschorn R M. Invertibility of multivariable nonlinear control system [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1979, 24(5): 855-865
- [7] Singh S N. A modified algorithm for invertibility nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1981, 26(2): 595-599
- [8] Chui C K. An introduction to wavelets[M]. Academic Press, Inc, 1992
- [9] Isidori A. Nonlinear control systems: An introduction [M]. Second Edition. Berlin: Springer-Verlag, 1989

(上接第64页)

**定理2** 设连续型模糊系统(1)是局部可控和可观的,且满足假设1和假设2,如果存在公共的正定矩阵P和Q,使得对所有的*i, j*有如下不等式

$$\begin{cases} \Sigma_i + a_i I < 0, & \Sigma_{ij} < 0 \\ \Gamma_i + I < 0, & \Gamma_{ij} < 0 \end{cases} \quad (16)$$

成立,则模糊系统(1)是全局渐近稳定的,且 $\lim_i x(t) = 0, \lim_i \hat{e}(t) = 0$ 。

## 4 结 论

本文用连续型模糊T-S模型对非线性连续和离散系统进行建模。将整个状态空间划分成*n*个模糊子空间,在每个模糊子空间,非线性不确定系统可表示成相应不确定的模糊T-S模型,对此设计局部模糊鲁棒观测器,总的鲁棒观测器的增益是各个局部子系统观测器增益的加权和。分析表明,该鲁棒观

测器和模糊状态鲁棒控制器具有全局渐近稳定性。

## 参考文献:

- [1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132
- [2] Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 45(2): 135-156
- [3] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizability, control theory and linear matrix inequalities[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1996, 4(1): 1-13
- [4] Xiaojun Ma, Zengqi Sun, Yanyan He. Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1998, 6(1): 41-51