

文章编号: 1001-0920(2001)01-0093-04

一种新的自适应模糊滑模控制器设计方法

王声远, 霍伟

(北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100083)

摘要: 对一类非线性系统提出一种新的自适应模糊滑模控制器设计方法。将自适应模糊控制与滑模控制有效地结合在一起, 先用滑模控制使跟踪误差进入边界层内, 然后启动自适应模糊控制器。该控制器可消除滑模控制中出现的抖振, 并可在存在模糊逻辑系统逼近误差情况下使系统跟踪误差小于预先给定的任意常数。仿真算例验证了所提出方法的有效性。

关键词: 自适应模糊控制; 模糊逻辑系统; 滑模控制

中图分类号: TP 13 **文献标识码:** A

New Design Method of Adaptive Fuzzy Sliding Mode Controller

WANG Sheng-yuan, HUO Wei

(Seventh Division, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A new adaptive fuzzy sliding mode controller (AFSMC) for a class of nonlinear systems is proposed, which is composed of an adaptive fuzzy controller and a sliding mode controller. The sliding mode controller drives the tracking errors into a boundary layer, and then the adaptive fuzzy controller is applied. The proposed controller eliminates the chatter encountered by most sliding mode control schemes and can drive the tracking errors to pre-specified neighborhood of the origin in the presence of approximation errors of the fuzzy logic system. Simulation results show the effectiveness of this method.

Key words: adaptive fuzzy control; fuzzy logic system; sliding mode control

1 引言

近年来, 模糊控制在工程实际中得到了广泛应用, 并取得令人瞩目的成果。但由于对模糊控制系统的设计缺乏系统的稳定性分析和误差估计方法, 因而影响了其理论与应用研究的进一步发展。滑模控制是一种较为简单的控制方法, 具有良好的鲁棒性, 将其与 FL S 结合已成为一个引人注目的研究课题。

当然, 这要面临两个基本问题: 一是消除滑模控制的抖振; 二是取得令人满意的控制性能。

本文提出一种新的自适应模糊滑模控制器, 其主要设计思想是: 在边界层外采用滑模控制, 而在边界层内则切换为自适应模糊控制。这种控制器可通过调整设计参数将跟踪误差镇定到原点的一个任意小邻域内, 其大小与 FL S 的逼近误差无关。由于在边界层内使用了连续的模糊控制, 因而可消除因符

收稿日期: 1999-11-08; 修回日期: 2000-02-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(69774009); 教育部博士点基金项目(199900062)

作者简介: 王声远(1972—), 男, 湖北汉川人, 博士生, 从事非完整系统智能控制的研究; 霍伟(1951—), 男, 湖北武昌人, 教授, 从事机器人动力学与控制、大系统稳定性与分散控制等研究。

号函数直接出现在控制律中所带来的抖振。

2 系统的表述和控制任务

考虑如下不确定非线性动态系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \bar{x}_2, \dot{x}_2 = \bar{x}_3, \dots, \dot{x}_{n-1} = \bar{x}_n \\ \dot{x}_n = f(\bar{X}) + b(\bar{X})u \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\bar{X} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n]^T$ $\Omega \subset R^n$ 是状态变量, u 是控制输入, $f(\bar{X})$ 和 $b(\bar{X})$ 是未知的连续函数。

本文的控制任务是: 给定有界的期望轨迹 $X_d = [x_d(t), \dots, x_d^{(n-1)}(t)]^T$, 设计自适应模糊滑模控制器, 将跟踪误差 $X = \bar{X} - X_d$ 镇定到预先给定的范围内。

3 主要结果

滑模控制选取切换函数^[1]

$$S = (d/dt + p)^{n-1} x_1 \triangleq P^T X$$

其中, 常数 $p > 0, P \triangleq [p_1, p_2, \dots, p_n]^T = [p^{n-1}, (n-1)p^{n-2}, \dots, 1]^T$ 。设边界层的厚度为 φ 当 $|s| \geq \varphi$ 时, 本文取控制为滑模控制; 当 $|s| < \varphi$ 时, 取控制为自适应模糊控制。这样选取切换函数的原因是为了利用文献[2]的结果, 将 s 的界用以下引理转化为 X 的界。

引理 1 如果 $|s(t)| \leq e_0 (\forall t \geq 0)$, 且 $X(0) = d$, 则存在一组正数 $q_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 使得下式成立。

$$\begin{aligned} |x_i(t)| &\leq 2^{i-1} e_0 / p^{n-i} + d q_i \\ i &= 1, 2, \dots, n, \quad \forall t \geq 0 \end{aligned}$$

模糊控制器的输入是跟踪误差 X , 其运动区域

$$A_d = \{X \in R^n \mid |x_i| \leq \omega, i = 1, 2, \dots, n\}$$

其中 $\omega > 0 (i = 1, 2, \dots, n)$ 均可由 $|s| \leq \varphi$ 和引理 1 求出。对任一 x_i , 将其运动域划分为 $2m_i + 1$ 个模糊区间 $A_{i,j_i} (j_i = -m_i, \dots, -1, 0, 1, \dots, m_i), m_i = [\omega p_i / \varphi] + 1, [\omega p_i / \varphi]$ 表示将 $\omega p_i / \varphi$ 取整。

各模糊区间的中心定义为 $c_{i,j_i} = j_i \varphi / p_i, i = 1, 2, \dots, n, j_i = -m_i, \dots, -1, 0, 1, \dots, m_i$ 。隶属函数均取为等腰三角形, 由文献[3]知两个相邻模糊区间的隶属函数满足

$$\mu_{A_{i,l_{i+1}}}(x_i) = 1 - \mu_{A_{i,l_{i+1}}}(x_i) \quad (2)$$

采用单值模糊产生器、乘积推理和中心平均模糊消除器, 定义输出模糊集合的中心

$$\begin{aligned} Y^{(j_1, \dots, j_n)} &= -k_m (j_1 + \dots + j_n) + \\ \Theta^{(j_1, \dots, j_n)} &\triangleq Y^{(j_1, \dots, j_n)} + \Theta^{(j_1, \dots, j_n)} \end{aligned}$$

其中, $k_m > 0, \Theta^{(j_1, \dots, j_n)}$ 表示自适应可调参数。定义

$$\Theta = [\Theta^{(-m_1, \dots, -m_n)}, \Theta^{(-m_1+1, \dots, -m_n)}, \dots, \Theta^{(m_1, \dots, m_n)}]^T$$

$$\xi^{(j_1, \dots, j_n)}(X) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_{i,j_i}}(x_i)}{\prod_{j_1=-m_1}^{m_1} \prod_{j_2=-m_2}^{m_2} \dots \prod_{j_n=-m_n}^{m_n} \mu_{A_{i,j_i}}(x_i)}$$

$$\Psi(X) = [\xi^{(-m_1, \dots, -m_n)}(X), \xi^{(-m_1+1, \dots, -m_n)}(X), \dots, \xi^{(m_1, \dots, m_n)}(X)]^T$$

则自适应模糊控制器的输出为

$$u_m = Y^T \Psi(X) + \Theta^T \Psi(X) \triangleq u_{m1} + u_{m2}$$

由隶属函数的形式和式(2)知

$$\begin{cases} \prod_{i=1}^n \mu_{A_{i,j_i}}(x_i) = 1 \\ \xi^{(j_1, \dots, j_n)}(X) = \prod_{i=1}^n \mu_{A_{i,j_i}}(x_i) \end{cases} \quad (3)$$

由式(2)和(3)易证如下命题。

命题 1^[3] 在开区域 $|s| < \varphi$ 内, u_{m1} 可化为 $u_{m1} = -k_m S / \varphi$

命题 2 记任一时刻所激发的 2^n 条模糊规则的序号集为 $\{1, 2, \dots, 2^n\}$, 则有

$$\max_{j_1, \dots, j_n} \{ \xi_j(X) \mid j = 1, 2, \dots, 2^n \} = (1/2)^n \Psi(X) 2^{n/2}$$

记期望轨迹的界 $|x_d^{(i)}(t)| \leq v_i (i = 0, 1, \dots, n)$, $X_d \leq \bar{v}$ 。至此, 可用如下定理给出本文的主要结果。

定理 1 对于非线性系统(1), 如果:

1) 系统满足以下假设:

存在已知函数 $M_1(\bar{X})$ 和 $M_2(\bar{X})$, 且满足 $|f(\bar{X})| \leq M_1(\bar{X}), 0 < M_2(\bar{X}) \leq b(\bar{X}), \forall \bar{X} \in R^n$; 当 $|s| \leq \varphi$ 时, $b_1 \leq b(\bar{X}) \leq b_2$, 其中 b_1 和 b_2 是已知正数;

系统(1) 状态变量的初始值位于 $\bar{X}(0) \in d_1$ 范围内, 其中 d_1 是已知正数。

2) 控制律取为

$$u = \begin{cases} -\frac{k_D S + K(X) \text{sgn}(S)}{M_2(\bar{X})}, & |s| \geq \varphi \\ u_m, & |s| < \varphi \end{cases}$$

式中, $k_D > 0, K(X) = (|P^T X| + M_1(\bar{X}) + v_n), P_v = [0, p^{n-1}, (n-1)p^{n-2}, \dots, (n-1)p]^T, u_m$ 为自适应模糊控制器, 其中的正数 $k_m > 2b_2 k / b_1, k > \max\{K(X)/b_1 \mid |x_i| \leq 2^{i-1} \varphi / p^{n-i} + q_i H \varphi, X_d \leq \bar{v}, i = 1, 2, \dots, n\}, H \varphi = (d_1 + \bar{v})^2 \times$



$$[2^{i-1} P / p^{n-i} + q_i]^2)^{1/2}.$$

3) 取模糊控制器参数 Θ 的初值 $\Theta(0) = 0$, 其自适应律为

$$\dot{\Theta} = \begin{cases} -\frac{\Psi_g}{\Psi^2}, & \Theta < M_f \text{ 或} \\ \Theta = M_f \text{ 且 } \frac{\Theta^T \Psi_g}{\Psi^2} > 0 \\ -\frac{\Psi_g}{\Psi^2} + \left(\Theta + \frac{\Psi k \operatorname{sgn}(S)}{\Psi^2} \right) \frac{\Theta^T \Psi_g}{\Psi^2} \\ \Theta = M_f \text{ 且 } \frac{\Theta^T \Psi_g}{\Psi^2} < 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$g = 2^{n/2} \Theta^T h(X, \Theta) \operatorname{sgn}(\Theta^T \Psi + \bar{k} \operatorname{sgn}(S)) + a(\Theta^T \Psi + \bar{k} \operatorname{sgn}(S)), \quad a = \sqrt{2 b_2 \bar{k} / \varphi}$$

$$h(X, \Theta) = \left[\begin{matrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{matrix} \right] + M_1 + b_2 |u_m| + v_n \Big/ \Delta$$

$$\Delta = \min \{ \Delta_{i, j_i} \mid i = 1, 2, \dots, n \}$$

$$\Delta_{i, j_i} = c_{i, j_i+1} - c_{i, j_i}$$

$$M_f = \sqrt{1 + 2^{2(n-1)} \bar{k}^2 + 2^{n-1} \bar{k}}$$

则闭环系统具有如下性能:

1) 自适应参数和控制量均有界, 即

$$\Theta \leq M_f, \quad |u| \leq \begin{cases} \frac{k_D |P^T X| + K(X)}{M_2(\bar{X})} < \varphi, & |S| > \varphi \\ k_m + \bar{k}, & |S| < \varphi \end{cases} \quad (5)$$

2) 跟踪误差指数收敛于如下界中

$$|x_i| \leq \frac{2^{i-1} \sqrt{2 b_2 \bar{k}}}{a p^{n-i}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

证明 由假设和期望轨迹的界知, 跟踪误差初值 $X(0) = X_d(0) + \bar{X}(0) = \bar{v} + d_1 \triangleq d_0$. 证明可分 4 步进行: 1) 跟踪误差以指数速率进入 $|S| < \varphi$; 2) $\Theta \leq M_f$; 3) $|u_m| \leq \bar{k}$; 4) 跟踪误差最终指数收敛于定理 1 结论 2) 给定的界中. 其中 1) 和 2) 极易证明, 在此仅证 3) 和 4).

在跟踪误差轨迹向 $|S| < \varphi$ 的趋近过程中, $|S| = |S(0) - P^T X(0) - d_0 P|$. 由引理 1 得 $|x_i| \leq 2^{i-1} d_0 P / p^{n-i} + d_0 q_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 故当 $|S| < \varphi$ 时, 跟踪误差 $X_\varphi = [x_{1, \varphi}, \dots, x_{n, \varphi}]^T$ 满足

$$X_\varphi = \sqrt{\sum_{i=1}^n [2^{i-1} d_0 P / p^{n-i} + d_0 q_i]^2} = H_\varphi$$

由引理 1 得 $|x_i| \leq 2^{i-1} \varphi / p^{n-i} + q_i H_\varphi (i = 1, \dots, n)$. 在有限闭区域 $\{(X, X_d) \mid |x_i| \leq 2^{i-1} \varphi / p^{n-i} + q_i H_\varphi, i$

$= 1, \dots, n, X_d \in \bar{v}\}$ 内, \bar{k} 是可求出的.

对于 3), 当 $0 < S < \varphi$ 时, 令 $V_2 = \frac{1}{2} (\Theta^T \Psi + \bar{k})^2$; 当 $-\varphi < S < 0$ 时, 令 $V_2 = \frac{1}{2} (\Theta^T \Psi - \bar{k})^2$. 可分别证明 $\Theta^T \Psi + \bar{k}$ 和 $\Theta^T \Psi - \bar{k}$ 指数趋近于 0. 因此, 当取自适应参数 Θ 的初始值 $\Theta(0) = 0$ 时, $\Theta^T \Psi$ 在 $-\bar{k}$ 和 \bar{k} 之间连续变化, 即 $|\Theta^T \Psi| \leq \bar{k}$.

对于 4), 取 $V_1 = \frac{1}{2} S^2$, 它沿系统 (1) 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = S (P^T X + f - x_d^{(n)} - b k_m S / \varphi + b u_m) \\ - b_1 k_m / \varphi^2 + b S (h_1(X) + u_m) \\ - b_1 k_m / \varphi^2 + 2 b_2 \bar{k} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $h_1(x) = b^{-1} (P^T X + f - x_d^{(n)}) - \bar{k}$. 当跟踪误差轨迹进入 $|S| < \varphi$ 时, 为防止在 $|S| = \varphi$ 处发生控制频繁切换现象, 要求 $\dot{V}_1 < 0$. 由式 (7) 知, 当 $|S| >$

$\sqrt{2 b_2 \varphi \bar{k} / (b_1 k_m)}$ 时, $\dot{V}_1 < 0$, 因此 k_m 的选取应满足

$$\sqrt{2 b_2 \varphi \bar{k} / (b_1 k_m)} < |S| < \varphi, \text{ 即 } k_m > 2 b_2 \bar{k} / b_1 a$$

S 的变化速率为

$$\begin{aligned} \dot{S} = P^T X + f - x_d^{(n)} - b(\bar{X}) u_m \\ - b(\bar{X}) k_m / \varphi + b(\bar{X}) (h_1(X) + \Theta^T \Psi) \end{aligned}$$

假设 $S > 0$, 则 $\Theta^T \Psi$ 指数趋近于 $-\bar{k}$, 从而经一段时间后, 总能保证 $h_1(X) + \Theta^T \Psi < 0$, 使得 $\dot{S} < 0$, 因此有 $S = 0$. 由 \bar{k} 的选取知, 在 $S = 0$ 处 $\dot{S} > 0$, 故 S 将穿过 $S = 0$ 进入 $S < 0$ 内. 类似于 $S > 0$ 的分析, 经一段时间后, S 将再次穿越 $S = 0$ 进入 $S > 0$ 内, 如此往复不止.

假设穿越 $S = 0$ 的时刻分别为 t_1, t_2, \dots , 考虑在任意两个穿越时刻 $t_i, t_{i+1} (i = 1, 2, \dots)$ 之间的情况.

在此区间内, 如果 $S > 0$, 由 $\dot{V}_2 = -2aV_2$ 得 $\Theta^T \Psi +$

$$\bar{k} = \sqrt{V_2(t_i)} e^{-a(t-t_i)}, \text{ 于是有}$$

$$\dot{V}_1 = -2 b_1 k_m / \varphi + \sqrt{2 b_2 S \bar{k}} e^{-a(t-t_i)}$$

$$\text{即 } \dot{S} = -b_1 k_m / \varphi + \sqrt{2 b_2 \bar{k}} e^{-a(t-t_i)}$$

对其两边积分并根据文献 [1] 中的 Bellman - Gronwall 引理, 有

$$|S| \leq \frac{\sqrt{2}}{a} b_2 \bar{k} \exp \left[-\frac{b_1 k_m}{\varphi} (t - t_i) \right] + \frac{\sqrt{2}}{a} b_2 \bar{k}$$

若 $S < 0$, 也可得到相同的结论. 因而闭环系统的轨迹满足 $|S| \leq \sqrt{2 b_2 \bar{k}} / a$. 因为 $|S| < \varphi$, 所以 a 应满足 $\sqrt{2 b_2 \bar{k}} / a < \varphi$, 即 $a > \sqrt{2 b_2 \bar{k}} / \varphi$. 由文献 [2] 中 S 的界与 x_i 的界的关系可知, 跟踪误差将指数收

敛于以下的界中

$$|x_i| \leq \frac{2^{i-1} \sqrt{2 b_2 k}}{a p^{n-i}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

根据控制律的表达式容易看出式(5)成立。(证毕)

4 仿真算例

研究非线性不确定系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + b(x_1, x_2)u \end{cases}$$

镇定问题。要跟踪的期望轨迹是 $X_d = [0, 0]^T$, 故 $X = \bar{X} - X_d = \bar{X}$ 。

对上述二阶系统, 假设已知 $|f(x_1, x_2)| \leq M_1(X) = 0.2|x_2| + x_1^2, 0.8 \leq b(X) \leq 1.2$ 。取 $\varphi = 0.5, p = 1$, 则 $S = x_1 + x_2$ 。仿真中取 $k_b = 8$, 初始状态 $X(0) = [0.5, 0.3]^T$ 。系统轨迹进入 $|S| \leq \varphi$ 后, 可算得 $|x_1| \leq 0.8, |x_2| \leq 1.3$ 。因此可取 $k = 2, M_f = 20, k_m = 19$, 且依 $a = \sqrt{2 b_2 k} / \varphi$ 可算得 $a = 7$ 。两个变量的模糊区间的中心分别在区间 $[-1, 1]$ 和 $[-1.5, 1.5]$ 上均匀选定, 取自适应参数 Θ 的初始值 $\Theta(0) = 0$ 。若要求 $|x_1| \leq 0.02, |x_2| \leq 0.04$, 则由式(8)可算得 $a = 170$ 。

设系统未知项真值为 $f(x_1, x_2) = -0.1x_2 - x_1|x_1|, b(x_1, x_2) = 1$, 当取 $a = 170$ 时, 系统状态变量和控制量的变化曲线分别如图1和图2所示。从图中可以看出, 闭环系统跟踪误差满足要求, 且控制量变化平缓。

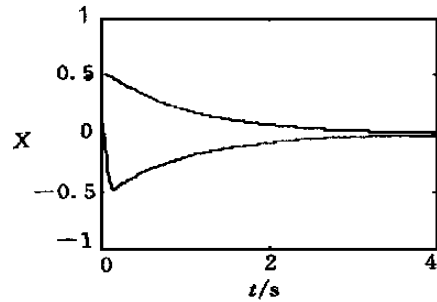


图1 状态变量的变化

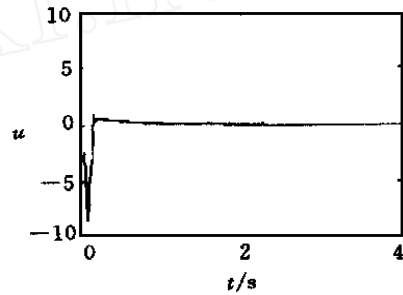


图2 控制量的变化

参考文献:

[1] 斯洛廷. 应用非线性控制[M]. 蔡自兴, 等译. 北京: 国防工业出版社, 1992
 [2] Slotine J J E, Sastry S S. Tracking control using sliding surfaces[J]. Int J Control, 1983, 38(2): 465-492
 [3] Chen C S, Chen W L. A analysis and design of a stable fuzzy control system [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 96(1): 21-35

(上接第92页)

参考文献:

[1] Elliott H, W A Wolovich. A parameter adaptive control structure for linear multivariable systems [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1982, 27(5): 340-352
 [2] Elliott H, W A Wolovich, M Das. Arbitrary adaptive pole placement for linear multivariable systems [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1984, 29(3): 221-229
 [3] Monopoli R V, C C Hsing. Parameter adaptive control of multivariable systems [J]. Int J of Contr, 1975, 22(3): 313-327.
 [4] Krstic M, Kanellakopoulos I, P Kokotovic. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: A Wiley-Interscience Publication, John Wiley and Sons, 1995

[5] Ling Y, Tao G. Adaptive backstepping control design for linear multivariable plants [A]. Proc of the 35th CDC[C]. Kobe, 1996. 2438-2443
 [6] Zhang Y, P A Ioannou. Nonlinear control design for linear time varying systems [A]. Proc of the 35th CDC [C]. Kobe, 1996. 3353-3358
 [7] Zhang Y, P A Ioannou. Linear robust adaptive control design using a nonlinear approach [A]. Proc of the 13th Triennial World Congress, IFAC [C]. San Francisco, 1996. 223-228
 [8] Wolovich W A. Linear multivariable systems[M]. New York: Springer-Verlag, 1974, 295-297.