第16卷 第1期
Vol. 16 No. 1

控 制 与 决 策
CONTROL AND DECISION

2001年1月
Jan. 2001

文章编号: 1001-0920(2001)01-0097-04

时滞大系统分散鲁棒跟踪控制器设计: LMI方法

陈 宁, 桂卫华, 谢永芳, 吴 敏
(中南工业大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘 要: 针对一类满足匹配条件的不确定性关联时滞大系统, 导出了分散鲁棒输出跟踪控制器存在的充分条件。基于不确定项的表达形式, 给出了存在分散鲁棒跟踪控制器的线性矩阵不等式(LMI)条件。通过建立求解受LMIs约束的凸优化问题, 提出了具有较小反馈增益LMI设计方法, 使受控系统渐近跟踪给定的参考输入。仿真示例说明了该方法的应用。

关键词: 时滞关联大系统; 分散鲁棒控制; 输出跟踪; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP 13　　文献标识码: A

Design of Decentralized Robust Tracking Controllers for Large-scale Systems with Time-delay: LMI Methods

CHEN Ning, GUI Wei-hua, XIE Yong-fang, WU Min
(College of Information Science and Engineering, Central South University of Technology, Changsha 410083, China)

Abstract: A sufficient condition for existence of decentralized robust tracking controller is derived for a class of interconnected time-delay uncertain systems which satisfy the so-called matching conditions. It is expressed as the solvability problem of linear matrix inequalities (LMIs). A convex optimization problem with LMI constraints is formulated to design a decentralized state feedback control with smaller gain parameters which guarantees the controlled system to approach the reference input asymptotically. The example illustrates the application of the method.

Key words: large-scale systems with time-delay; decentralized robust control; output tracking; LMI

1 引 言

分散控制是大系统理论中一个十分活跃的分支[1]。由于环境条件变化或辨识不精确等因素, 控制系统设计中的模型往往含有不确定性; 同时, 由于信息传输和测量的不灵敏性, 系统中的各种关联将会出现时滞。因此, 具有不确定性时滞大系统的鲁棒控制研究具有重要的理论价值和实际意义。对于满足匹配条件的不确定性大系统[2,3]和时滞系统[4,5], 其鲁棒跟踪控制问题已有较多的研究, 但前者未考虑系统中时滞的影响, 后者仅考虑集中控制的情况。最近几年, LMI方法以其求解高效性引起了控制界的关注, 成为鲁棒分析与设计的重要方法[6~8]。本文针对一类满足匹配条件的时不变不确定性关联时滞大系统, 应用LM方法研究其分散鲁棒跟踪控

收稿日期: 1999-12-21; 修回日期: 2000-03-10
基金项目: 国家自然科学基金项目(69274005); 国家863应用基础研究基金项目(863-511-9845-003), (863-511-945-014)
作者简介: 陈宁(1970—)女, 湖南长沙人, 博士生, 从事LMI方法及应用、大系统分散控制等研究; 桂卫华(1950—)男, 湖北武汉人, 教授, 博士生导师, 从事分散控制、复杂生产过程建模与控制等研究。

制问题,得到了使受控系统渐近跟踪给定参考输入的 LMI 条件,并提出了具有较小反馈增益控制律的 LMI 设计方法。

2　问题描述及引理

考虑一类由 N 个子系统构成的时不变不确定性关联时滞大系统,其子系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = [A_{ii} + B_i\Delta A_{ii}(r_i(t))]x_i(t) + \\ \qquad [B_i + B_i\Delta B_i(s_i(t))]u_i(t) + \\ \qquad \sum_{j=1}^{N} E_{ij}x_j(t-\tau_{ij}) + \eta_i \\ y_i(t) = C_i x_i(t), \quad i = 1,2,\cdots,N \end{cases} \tag{1}$$

其中,$x_i(t) \in R^{n_i}$, $u_i(t) \in R^{m_i}$ 和 $y_i(t) \in R^{l_i}$ 分别为状态、控制和输出向量,A_{ii}, B_i, C_i 代表具有适当维数的标称系统,A_{ii} 和 B_i 是可控的; $\Delta A_{ii}(r_i(t))$, $\Delta B_i(s_i(t))$ 是与 A_{ii}, B_i 维数相容的关于 $r_i(t), s_i(t)$ 连续的不确定性; E_{ij} 为第 j 个子系统对第 i 个子系统的关联作用矩阵; $\tau_{ij} \geq 0$ 表示关联项中的滞后时间。

假设 $r_i(t) \in R^{l_{ri}}$, $s_i(t) \in R^{l_{si}}$ 分别在勒贝格可测的紧集 R_i 和 S_i 中变化

$$\begin{cases} R_i = :\{ r \,\|\, r_{ij}| \leq \bar{r}_i, j = 1,2,\cdots,l_{ri}\} \\ S_i = :\{ s \,\|\, s_{ij}| \leq \bar{s}_i, j = 1,2,\cdots,l_{si}\} \end{cases} \tag{2}$$

将 ΔA_{ii} 和 ΔB_i 表示为秩 1 矩阵的和,即

$$\begin{cases} \Delta A_{ii}(r_i(t)) = \sum_{j=1}^{l_{ri}} A_{ij} r_{ij} \\ \Delta B_i(s_i(t)) = \sum_{j=1}^{l_{si}} B_{ij} S_{ij} \end{cases} \tag{3}$$

$$A_{ij} = d_{ij}e_{ij}^{\mathrm{T}}, \quad B_{ij} = f_{ij}g_{ij}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

$d_{ij}, e_{ij}, f_{ij}, g_{ij}$ 均是秩为 1 的矢量。为表述方便,引用以下符号

$$\begin{cases} T_i = : r_i\sum_{j=1}^{l_{ri}} d_{ij}d_{ij}^{\mathrm{T}}, \quad U_i = : \bar{r}_i\sum_{j=1}^{l_{ri}} e_{ij}e_{ij}^{\mathrm{T}} \\ V_i = : \bar{s}_i\sum_{j=1}^{l_{si}} f_{ij}f_{ij}^{\mathrm{T}}, \quad Q_i = : \bar{s}_i\sum_{j=1}^{l_{si}} g_{ij}g_{ij}^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{5}$$

假设 1　系统(1) 满足

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix} A_{ii} & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix} = n_i + l_i$$

本文的目的是对满足以上假设的时滞大系统(1) 的每一个子系统设计一个线性定常控制器,使所得出的闭环系统能渐近跟踪任意给定的参考输入。在以下讨论中,引进一个两值函数 $\delta(\cdot)$, 定义为

$$\delta(E) = \begin{cases} 0, & E = 0 \\ 1, & E \neq 0 \end{cases}$$

下面给出几个重要的引理,其中使用的符号仅在所在引理中有效,与其它出现的符号无关。

引理 1[9]　设 X 和 Y 是具有适当维数的向量或矩阵,则有 $X^{\mathrm{T}}Y + Y^{\mathrm{T}}X \leq X^{\mathrm{T}}X + Y^{\mathrm{T}}Y$。

引理 2　设 Y 和 Q 是具有适当维数的向量或矩阵,其中 $Q > 0$, α, β 是给定的正数。则有

$$Y^{\mathrm{T}}Y < \alpha I \text{ 当且仅当} \begin{bmatrix} -\alpha I & Y^{\mathrm{T}} \\ Y & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$Q^{-1} < \beta I \text{ 当且仅当} \begin{bmatrix} Q & I \\ I & \beta I \end{bmatrix} > 0$$

3　分散鲁棒输出跟踪控制器设计

本节将导出具有不确定性关联时滞大系统(1) 可分散鲁棒输出跟踪给定参考输入的 LMI 条件,并给出具有较小反馈增益的 LMI 设计方法。

构造如下增广系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = [A_{ii} + B_i\Delta A_{ii}(r_i(t))]x_i(t) + \\ \qquad [B_i + B_i\Delta B_i(s_i(t))]u_i(t) + \\ \qquad \sum_{j=1}^{N} E_{ij}x_j(t-\tau_{ij}) + \eta_i \\ \dot{q}_i(t) = C_i x_i(t) - y_{ri} \end{cases} \tag{6}$$

其中,$q_i(t) \in R^{l_i}$ 和 $y_{ri} \in R^{l_i}$ 分别为增广状态向量及参考输入向量, $i = 1,2,\cdots,N$。

增广系统(6) 可写成

$$\dot{z}_i(t) = [A_{zii} + B_{zi}\Delta A_{zii}(r_i(t))]z_i(t) + [B_{zi} + B_{zi}\Delta B_{zi}(s_i(t))]u_i(t) + \sum_{j=1}^{N} A_{zij}z_j(t-\tau_{ij}) + \xi_i \tag{7}$$

其中　$z_i(t) = \begin{bmatrix} x_i(t) \\ q_i(t) \end{bmatrix}$, $A_{zii} = \begin{bmatrix} A_{ii} & 0 \\ C_i & 0 \end{bmatrix}$

$$\Delta A_{zii} = \begin{bmatrix} \Delta A_{ii} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{zij} = \begin{bmatrix} E_{ij} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{zi} = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta B_{zi} = \begin{bmatrix} \Delta B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \xi_i = \begin{bmatrix} \eta_i \\ -y_{ri} \end{bmatrix}$$

由假设(1) 可知增广系统(7) 的标称系统(A_{zii}, B_{zi}) 是可控的。下面给出本节的主要结果。

定理 1　对于大系统(1), 如果存在矩阵 $Y_i \in R^{(m_i+l_i)\times n_i}$, 对称正定矩阵 $X_i, Z_i \in R^{(n_i+l_i)\times(n_i+l_i)}$ 及正数 α, β_i, 使得下述线性矩阵不等式组(LMIs)

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{zii} & A_{zi1}X_1 & \cdots & A_{ziN}X_N \\ X_1A_{zi1}^{\mathrm{T}} & -\delta(A_{zi1})Z_1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ X_NA_{ziN}^{\mathrm{T}} & \cdots & & -\delta(A_{ziN})Z_N \end{bmatrix} < 0 \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} -\alpha I & X_i U_i^{1/2} \\ U_i^{1/2} X_i & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix} -\beta_i I & Y_i Q_i^{1/2} \\ Q_i^{1/2} Y_i^{\mathrm{T}} & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{10}$$

成立,其中

$$\bar{A}_{zii} = X_i A_{zii}^{\mathrm{T}} + A_{zii} X_i + Y_i^{\mathrm{T}} B_{zi}^{\mathrm{T}} + B_{zi} Y_i + B_{zi} T_i B_{zi}^{\mathrm{T}} + B_{zi} V_i B_{zi}^{\mathrm{T}} + \alpha I + \beta I + \delta_i Z_i$$

$$\delta_i = \sum_{j=1}^{N} \delta(A_{zji}), \quad i = 1, 2, \cdots, N$$

则有分散反馈控制律

$$u_i = K_i z_i, \quad K_i = Y_i X_i^{-1} \tag{11}$$

使闭环系统内部稳定,受控系统渐近跟踪参考输入。

证明　分为内部稳定性和渐近跟踪两部分。这里仅证渐近跟踪部分。

渐近跟踪:在控制(11)作用下,系统(6)可写成

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= [A_z + B_z \Delta A_z + (B_z + B_z \Delta B_z) K] z(t) + A_{dz}(t-\tau) + \xi = \\ &A_{cz}(t) + A_{dz}(t-\tau) + \xi \end{aligned} \tag{12}$$

其中

$$A_z = \mathrm{diag}[A_{z11}, \cdots, A_{zNN}]$$

$$\Delta A_z = \mathrm{diag}[\Delta A_{z11}, \cdots, \Delta A_{zNN}]$$

$$A_d = \sum_{j=1}^{N} A_{zij}, \quad B_z = \mathrm{diag}[B_{z1}, \cdots, B_{zN}]$$

$$\Delta B_z = \mathrm{diag}[\Delta B_{z1}, \cdots, \Delta B_{zN}], \quad \xi = [\xi_1^{\mathrm{T}}, \cdots, \xi_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$

$$K = \mathrm{diag}[K_1, \cdots, K_N]$$

由于扰动和参考输入均是时不变的,因此对式(12)的两边求导可得

$$\ddot{z}(t) = A_c \dot{z}(t) + A_{dz}(t-\tau) \tag{13}$$

由定理 1 第一部分可知 $\dot{z}(t)$ 渐近地趋近于 0。因为

$$\dot{z}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t) q^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}, \quad \dot{q}(t) = y_i - y_{ri}$$

所以系统(6)将渐近跟踪参考输入。(证毕)

定理 1 给出了时滞大系统(1)渐近跟踪参考输入的充分条件,但所得的反馈增益难以保证尽可能小。为了保证系统良好的动态性能和抑制测量噪声,常采用具有较小反馈增益的控制律[10]。为此考虑

$$Y_i^{\mathrm{T}} Y_i < \theta I, \quad X_i^{-1} < \gamma_i I \tag{14}$$

其中 $\theta > 0, \gamma_i > 0$。则

$$K_i^{\mathrm{T}} K_i = \theta_i X_i^{-1} Y_i^{\mathrm{T}} Y_i X_i^{-1} < \theta_i \gamma_i^2 I \tag{15}$$

故可通过使 θ, γ_i 的极小化来获得具有较小增益的反馈矩阵。由引理 2 知式(14)等价于

$$\begin{bmatrix} -\theta_i I & Y_i^{\mathrm{T}} \\ Y_i & -I \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} X_i & I \\ I & \gamma_i I \end{bmatrix} > 0 \tag{16}$$

因此,关联大系统(1)具有较小反馈增益的分散鲁棒镇定控制律可由下述优化问题

$$\min\left(\sum_{i=1}^{N} \theta_i + \sum_{i=1}^{N} \gamma_i\right)$$

进行求解。约束条件为式(8)～(10)和(16)成立。这是一个具有 LMIs 约束的凸优化问题,可用 LMI 工具软件中的 Mincx 命令[11]方便求解。

4　仿真示例

沿用前面的记号,考虑一个可由式(1)描述的由两个子系统组成的不确定性线性关联时滞大系统,其不确定项具有数值界。其中

$$\dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} -3 + r_1(t) & 0.5 r_1^2(t) \\ r_1(t) & -2 + 0.5 r_1^2(t) \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 1 + s_1(t) \\ 1 + s_1(t) \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} x_2(t - \tau_{12})$$

$$\dot{x}_2(t) = \begin{bmatrix} 1 + r_2(t) & 0.2 \\ -0.2 & 0.8 + r_2(t) \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 0.5 + s_2(t) & 0 \\ 0 & 0.5 + s_2(t) \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 0.2 & -0.1 \\ 0.3 & 0.1 \end{bmatrix} x_1(t - \tau_{21})$$

式中,$|r_1(t)| \leq \sqrt{2}$,$|r_2(t)| \leq 0.3$,$|s_1(t)| \leq 0.4$,$|s_2(t)| \leq 0.2$。输出矩阵为 $C_1 = [1 \quad 0.5]$,$C_2 = [1 \quad 1]$,参考输入向量为 $y_r = [1 \quad 3]^{\mathrm{T}}$,干扰向量为 $\eta = [1 \quad 2 \quad 2 \quad 4]^{\mathrm{T}}$。

可验证系统中的不确定项满足匹配条件。用本文方法,在 LMITOOL 环境下解相应的凸优化问题,求得反馈增益 $K = \text{block-diag}[K_1, K_2]$。其中

$$K_1 = [-0.9120 \quad -1.5315 \quad -4.5680]$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -59.8678 & -10.0749 & -5.6798 \\ -10.1151 & -52.5929 & -6.4362 \end{bmatrix}$$

5　结　　论

本文针对不确定线性关联时滞大系统,给出了系统中的不确定项满足匹配条件分散鲁棒跟踪器设计方法,其存在性依赖于相应的 LMIs 的解。通过求解受 LMI 约束的凸优化问题,获得了具有较小反馈增益的 LMI 设计方法的控制器。该方法没有参数调整过程,求解应用方便。

(下转第 103 页)

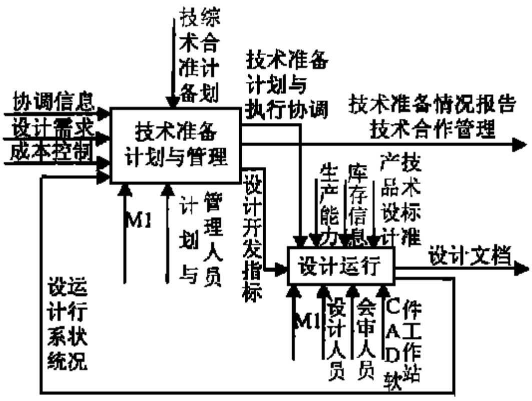

图 **4**　技术设计与管理系统总体功能模型(第四级)

结构图(略)。同样, 其中的第五级子系统 —— 产品设计、工艺过程设计、产品开发与研究、技术文档与数据库管理, 涉及设计运行子系统所应包含的各个不同方面, 各有侧重又相互联系, 进一步体现了更详细的系统分形特征。

如果系统有更详细的建模要求, 则以上过程还可在更细的层次上继续进行。可以认为, 当所开发的系统在所要求的认识层次上有清晰的解答时, 则系统的复杂性在这一层次上也就清除了。而这正是我们按照系统的分形原则, 层次性地认识复杂系统的目的所在。

4　结　　语

基于分形思想的复杂系统建模, 使 CIMS 系统总体的复杂性与各级子系统分形条件下的相对简单性得到了统一。按照分形设计原则进行的系统建模, 其总体特性相对稳定, 内部各子系统之间关联相对紧密, 影响相对活跃。这是一种对总体特征的集成化建模与局部特征的详细分析相统一的复杂系统建模方法。

参考文献:

[1] 林福永. 一般系统结构模型的数学分析及其结果 —— 若干一般系统原理与规律[J]. 系统工程理论与实践, 1998, 12(1): 1-7.

[2] 汪镭, 萧蕴诗, 吴启迪. 一类复杂系统开发与递阶控制体系实例研究[J]. 同济大学学报, 1999, 27(3): 342-346.

[3] Heim J. Integrating distributed models: the architecture of ENVISION. Int J Computer Integrated Manufacturing[J]. 1995, 8(3): 256-261.

[4] Macros Wilson C. A model-driven approach to enterprise integration[J]. Int J Computer Integrated Manufacturing, 1994, 7(2): 189-192.

(上接第 99 页)

参考文献:

[1] Jamshidi M. Large-scale systems, modeling and control [M]. Amsterdam: Elsevier Science Publishing Co, Inc, 1983.

[2] Mao C J, Yang J H. Decentralized output tracking for linear uncertain interconnected systems[J]. Automatica, 1995, 31(1): 151-154.

[3] Ni M, Cheng Y. Decentralized stabilization and output tracking of large-scale uncertain systems[J]. Automatica, 1996, 32(7): 1077-1080.

[4] Trinh H, Aldeen M. Output tracking for linear uncertain time-delay systems[J]. IEE Proc Control Theory Appl, 1996, 143(6): 484-488.

[5] Oucheriah S. Robust tracking and model following of uncertain dynamic delay systems by memoryless linear controllers[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1999, 44(7): 1473-1477.

[6] Boyd S, Ghaoui L EI, Feron E *et al*. Linear matrix inequalities in system and control theory[M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[7] Iwasaki T, Skelton R E. All controllers for the general H_∞ control problem: LMI existence conditions and state space formulas[J]. Automatica, 1994, 30(8): 1307-1317.

[8] 谢永芳, 桂卫华, 陈宁, 等. 基于线性矩阵不等式的分散鲁棒跟踪设计[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(5): 651-654.

[9] Wang Y Y, Xie L H, E de Souza. Robust control of uncertain nonlinear systems[J]. Systems and Control Letters[J], 1992, 19(2): 139-149.

[10] Makarand S Phatak, S Sathiya Keerthi. Gain optimization under control structure and stability region constraints[J]. Int J Contr, 1996, 63(5): 849-864.

[11] Gahinet P, Nemirovski A, Laub J *et al*. LMI control toolbox[M]. Natick MA: the Math Works Inc, 1995.