

文章编号: 1001-0920(2001)01-0120-03

# 基于系统辨识的自适应混沌同步控制研究

齐冬莲, 魏金岭, 赵光宙

(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

**摘要:** 在切换流形控制混沌系统同步的基础上, 提出一种基于系统辨识的自适应混沌同步控制策略。理论分析和仿真结果表明, 利用该控制策略可以实现在系统参数未知且具有不同初始点情况下的混沌系统的同步控制。

**关键词:** 系统辨识; 自适应; 混沌同步; 切换流形

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

## Control of Adaptive Chaotic Synchronization Based-on System Identification

QI Dong-lian, WEI Jin-ling, ZHAO Guang-zhou

(College of Electric Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** Based on the switching manifold approach to chaos synchronization, a controlling strategy of adaptive chaotic synchronization based on system identification is presented. The theoretical analyse and simulations show that the controlling strategy can synchronize chaotic systems with the unknown parameters and the different initial conditions.

**Key words:** system identification; adaptation; chaotic synchronization; switching manifold

## 1 引言

近 10 年来, 混沌同步控制广泛应用于激光物理、通信、化学反应、生物医学等领域, 因此, 人们越来越重视混沌系统同步理论的研究, 并提出了一些混沌系统的同步方法<sup>[1-4]</sup>。特别是 Jin-Qing Fang 等人近期提出了一种通过切换流形实现对混沌系统进行同步控制的方法<sup>[4]</sup>, 该方法采用非线性控制策略, 以耦合的 Lorenz 系统为例, 研究了参数已知的混沌动力学系统不同初始点的同步控制问题。但该方法并未讨论系统参数未知时的控制策略。本文在文献 [4] 的基础上, 提出了一种基于系统辨识的自适应混沌同步控制方法, 针对混沌动力学系统参数未知的

情况下, 自适应估计系统参数, 控制混沌系统同步。理论与仿真研究表明, 利用该方法能实现不同初始条件、参数未知的混沌系统的同步。

## 2 系统参数辨识设计

给定两个系统

$$\dot{X} = f(X, \{c_i\}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$\dot{Y} = g(Y, \{c_i\}) + u, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

其中,  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\{c_i\}$  为系统参数;  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ,  $\{c_i\}$  为需要辨识的系统参数;  $u$  为控制量。

收稿日期: 1999-11-25; 修回日期: 2000-02-28

作者简介: 齐冬莲 (1973—) 女, 河南新野人, 博士生, 从事混沌系统的控制, 复杂系统的控制等研究; 赵光宙 (1946—), 男, 浙江东阳人, 教授, 博士生导师, 博士, 从事非线性系统的控制等研究。

系统(1)和(2)的同步问题是要寻找一个合适的  $u(t)$ , 使  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) - x(t) = 0$  对任意的初始状态  $x(0)$  和  $y(0)$  均成立。于是系统的控制与同步可转化为对系统误差的研究。

假设系统的状态变量  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  和  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  已知, 则根据两个系统的变量误差来辨识系统的未知参数。定义误差  $E_i$  具有如下形式

$$E_i = (y_i - x_i)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

为方便起见, 选择耦合的 Lorenz 系统为研究对象。Lorenz 系统的微分方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha(x_1 - x_2) \\ \dot{x}_2 = \rho x_1 - x_2 - x_1 x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - b x_3 \end{cases} \quad (4)$$

同步微分方程为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -\alpha(y_1 - y_2) + u \\ \dot{y}_2 = \beta y_1 - y_2 - y_1 y_3 \\ \dot{y}_3 = y_1 y_2 - b y_3 \end{cases} \quad (5)$$

对于系统(4)和(5), 设其输出分别为  $x_1$  和  $y_1$ 。类似于文献[5], 本文利用最速下降法, 并借助于自适应控制理论, 提出一种只需引入状态变量信号便可对系统未知参数辨识的方法, 具体形式如下

$$\dot{c} = h([y(t) - x(t)], \hat{q}/\hat{c})$$

对于系统(4)和(5), 选取函数  $h$  的形式为

$$\dot{c} = -\delta[y(t) - x(t)](\hat{q}/\hat{c}) \quad (6)$$

下面对式(6)进行证明。为了寻找同步系统误差最小时的未知参数形式, 根据最速下降法原理, 则有  $\dot{c} = -\delta E_i / \hat{c}$ 。将式(3)代入该式, 可推导出

$$\dot{c} = -\delta [y(t) - x(t)](\hat{q}/\hat{c})$$

因此, 选择合适的控制因子  $\delta$ , 可使同步系统未知参数具有式(6)的形式。

对于系统(4)和(5), 由式(6)得出

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -\delta_1 [y_1(t) - x_1(t)] \times \\ \quad \text{sgn}[y_1(t) - y_2(t)] \\ \dot{\beta} = -\delta_2 [y_1(t) - x_1(t)] \text{sgn}[y_1(t)] \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\delta$  为控制因子, 它决定了系统同步的渐近速度。通过选择合适的  $\delta$  值, 使系统在控制量  $u$  的作用下, 实现在时间  $t$  增大的同时,  $\alpha \rightarrow \sigma, \beta \rightarrow \rho$ , 从而使系统(4)和(5)趋于同步。

### 3 控制量设计

为了实现系统的同步控制, 控制量  $u$  的设计尤为重要。本文采用切换流形的方

法, 使参数  $\alpha$  和  $\beta$  在式(7)的约束下, 逐步趋近于系统(4)中的  $\sigma$  和  $\rho$ , 从而使系统变量误差  $\{e_i = y_i - x_i, i = 1, 2, 3\} = 0$ , 通过切换流形实现系统的完全同步。选择所需的流形形式为

$$w = w(e) \quad (8)$$

为了实现控制目标,  $w$  需隐含两个条件: 1)  $e = 0$ ; 2) 当  $e \in (-\epsilon, +\epsilon)$  时,  $\epsilon$  为大于 0 的无穷小,  $\partial w / \partial u = 0$ 。因此,  $w$  具有如下的形式

$$w(e) = \prod_{i,j=0}^n \mu_i e_i^j \quad (9)$$

对于 Lorenz 系统, 选择

$$w(e) = b e^3 - e^2 = 0 \quad (10)$$

显然, 上式中隐含  $e = 0$ 。

根据  $\{e_i = y_i - x_i, i = 1, 2, 3\}$ , 可求得

$$\begin{cases} e^1 = y^1 - x^1 = \\ \alpha(e^2 - e^1) + (\sigma - \alpha)(x_1 - x_2) + u \\ e^2 = y^2 - x^2 = \\ e_1(\beta - x_3) + (\beta - e_3)x_1 - e_2 - e_1 e_3 \\ e^3 = y^3 - x^3 = \\ x_1 e^2 - b e^3 + e^1(e^2 + x^2) \end{cases} \quad (11)$$

由式(10)得

$$\dot{w} = b e^3 - 2 e^1 e^1 \quad (12)$$

将式(10)和(11)代入式(12), 求得

$$\begin{aligned} \dot{w} = & (-b + 2\alpha)e_1(e_1 - e_2) + \\ & 2e_1(\alpha - \sigma)(x_1 - x_2) - bw + \\ & b(x_1 e_2 + e_1 x_2) - 2e_1 u \end{aligned} \quad (13)$$

由上式可得出  $\partial w / \partial u = -2e_1$ , 满足条件 2)。

设计控制  $u$  的目的是使式(13)中的  $w$  趋向于零, 因此控制量  $u$  必须遵循的设计原则是驱动变量误差  $\{e_i, i = 1, 2, 3\}$  逐步达到稳定的流形。本文选择控制量为

$$u = (b/2 - \alpha)(e_2 - e_1) \quad (14)$$

当时,  $e_1 = 0, e_2 = 0, \alpha = \sigma$ , 此时  $b(e_1 x_2 + x_1 e_2) + 2(\alpha - \sigma)e_1(x_1 - x_2) = 0$ , 则

$$\begin{aligned} \dot{w} = & b(e_1 x_2 + x_1 e_2) + \\ & 2(\alpha - \sigma)e_1(x_1 - x_2) - bw \Rightarrow \\ \dot{w} = & -bw \end{aligned} \quad (15)$$

由上式可见, 选择控制量为式(14)的形式, 且满足当  $w = 0$  时  $\dot{w} = 0$ , 便可实现稳定流形的切换。

### 4 仿真研究

现以式(14)作为控制器, 对耦合的 Lorenz 系统进行数字仿真研究。取系统(4)的初始点为(0.01,

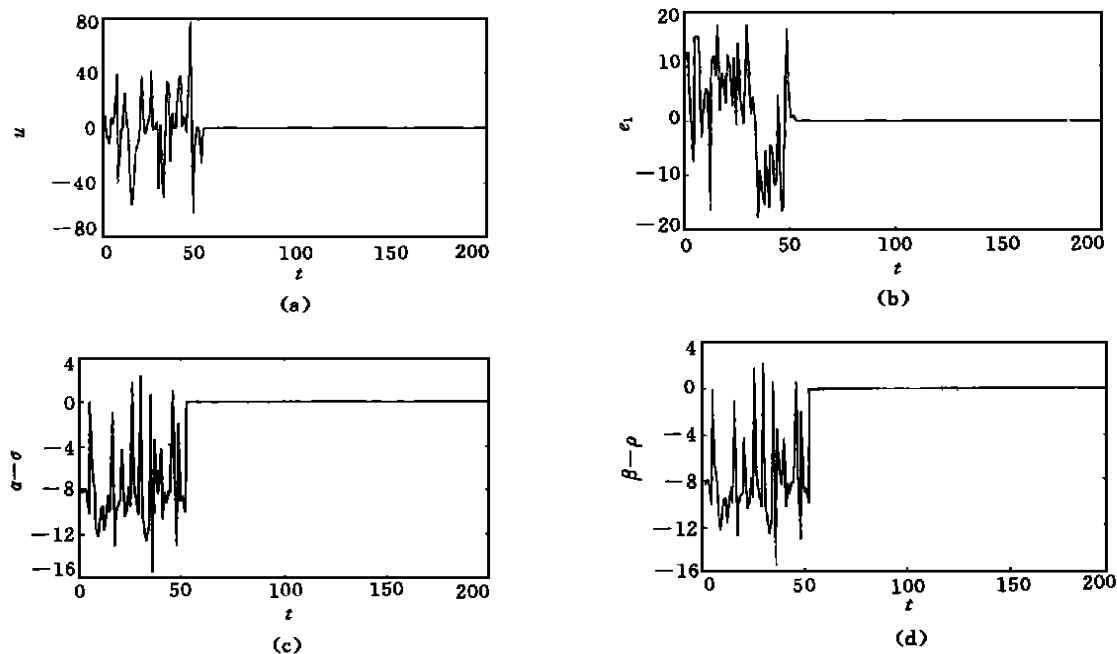


图1 系统仿真曲线图

(a) 控制量  $u$  (b) 输出误差  $e_1$  (c) 参数误差  $\alpha - \sigma$  (d) 参数误差  $\beta - \rho$

$-0.01, 0.01$ ), 系统(5)的初始点为 $(2.01, -3.01, 2.01)$ ; 控制因子  $\delta_1 = \delta_2 = 2.4$ 。为简便起见, 只对式(4)中的两个参数  $\sigma$  和  $\rho$  进行辨识, 取  $\sigma = 10, \rho = 28, b = 8/3$ ; 式(5)中两个相应参数的初始值分别取  $\alpha = 6, \beta = 25, b$  与式(4)中一致。

仿真结果如图1所示。由图可见, 系统在控制量  $u$  的作用下, 经过短暂的过渡过程(不足60个时间单位), 即可达到系统的输出误差  $e_1 = 0$ ; 而利用文献[4]方法, 则需经过大约600个时间单位, 系统的误差才收敛到0。这说明本文控制方法的收敛速度比文献[4]方法快。同时, 文献[4]讨论的混沌系统的参数为已知, 而本文的系统参数为未知的, 这也说明本文方法的适用范围比文献[4]要广。

## 5 结 论

本文在切换流形控制混沌系统同步理论的基础上, 结合自适应的控制原理, 提出一种基于系统辨识的自适应混沌同步控制策略, 实现了当系统参数未知, 且初始点不同情况下的混沌系统的同步控制。仿

真结果表明, 系统的过渡过程短暂, 稳定性好, 适用范围较广。

## 参考文献:

- [1] Lai Y C, Grebogi C. Synchronization of chaotic trajectories using control[J]. *Phys Rev Lett*, 1993, 47(4): 2357-2360.
- [2] Ushio T. Control for chaotic synchronization in uniformly connected systems[A]. *Proc NOLTA 93*[C]. Tokyo, 1993. 63-66.
- [3] Wu C W, Chua L O. A unified framework for synchronization and control of dynamical systems[J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 1994, 4(4): 974-998.
- [4] Jin-Qing Fang, Hong Y. Switching manifold approach to chaos synchronization[J]. *Physical Review E*, 1999, 59(3): 2523-2526.
- [5] Anil M aybhate, R E Amritkar. Use of synchronization and adaptive control in parameter estimation from a time series[J]. *Physical Review E*, 1999, 59(1): 284-292.