文章编号: 1001-0920(2001)01-0025-04

不匹配不确定性系统的近似变结构输出跟踪控制

胡剑波, 褚　健, 苏宏业
(浙江大学 工业控制技术国家重点实验室,先进控制研究所, 浙江 杭州 310027)

摘　要: 针对一类具有不匹配不确定性的非线性系统,提出一种结合变结构控制方法及自适应控制方法输出跟踪控制器。首先提出一种保证不确定性系统跟踪误差指数稳定的近似变结构控制器;进而得到一种具有不确定性范数上界估计能力的自适应近似变结构控制器,并证明了所提出的自适应近似变结构控制器使跟踪误差在时间趋于无穷时收敛于零。

关键词: 近似变结构控制;自适应控制;不匹配不确定性;输出跟踪
中图分类号: TP 273　　文献标识码: A

Output Tracking for Nonlinear Systems with Mismatched Uncertainties Based on Approximate Variable Structure Control

HU Jian-bo, CHU Jian, SU Hong-ye
(National Lab of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejian University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: For a class of triangularly nonlinear systems with mismatched uncertainties, the output tracking controller is derived based on adaptive control method and Variable Structure Control (VSC) approach. First, the approximate VSC controllers are presented, which can guarantee exponential stability of the tracking error for the uncertain nonlinear systems. Furthermore, the adaptive approximate VSC controllers are developed with the adaptive estimation for the parameters of norm-bound uncertainties. It is shown that, under the proposed adaptive approximate VSC controllers, the tracking error of the obtained closed-loop system converges to zero or bound as time approaches infinity.

Key words: approximate variable structure control; adaptive control; mismatched uncertainties; output tracking

1 引　　言

具有不匹配不确定性非线性系统的鲁棒跟踪控制问题一直受到众多学者的关注,特别是对具有可转化成上三角形式的非线性系统,已取得一些较好的研究成果[1~3]。应用 Backstepping 设计的思想[4],结合自适应控制方法和鲁棒控制方法进行设计,所得到的控制器可保证跟踪误差的指数稳定和一致终

收稿日期: 1999-11-15; 修回日期: 2000-04-13
基金项目: 国家自然科学基金项目(69934030);浙江省自然科学基金项目(ZD9905)
作者简介: 胡剑波(1965—),男,浙江慈溪人,副教授,博士后,从事变结构控制、工业控制等研究;褚健(1963—),男,浙江海盐人,教授,博士生导师,"长江"计划特聘教授,从事鲁棒控制,时滞系统控制等研究。

结有界,或当时间趋于无穷时收敛于零。

事实上,在 Backstepping 设计过程中,最关键的问题是构造合适的虚拟控制器,消除不确定性的影响[4]。变结构控制方法是消除匹配不确定性影响的有效手段[5]。一般变结构控制律的不连续性和不可导性是由控制律中的符号函数引起的,若能将符号函数近似为连续且可导的函数,得到合适的近似变结构控制律,则可用变结构控制方法解决这类控制问题。在 Backstepping 设计过程中,所涉及的不确定性一般均具有十分复杂的形式,不确定性的范数上界参数不易得到,为此需要在线估计这些参数。

针对变结构控制律的不连续性、不可导性以及需要预先已知不确定性范数上界的问题,文献[6]通过对符号函数的有效近似,得到一种连续可导的近似变结构控制律;文献[7]提出了具有范数上界参数估计能力的自适应近似变结构控制律。这些控制律可以保证闭环系统的一致终结有界或指数稳定。

本文结合已有的研究成果,对于已转化为上三角形式的非线性系统,采用 Backstepping 设计思想,结合变结构控制方法和自适应控制方法,设计不匹配不确定性系统的鲁棒跟踪控制器。

2 问题描述

考虑如下具有不匹配不确定性的非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + \Delta_i(x_1, x_2, \cdots, x_i) \\ \dot{x}_n = a(x) + [b(x) + \Delta b(x)]u + \\ \qquad \Delta_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ y = x_1, \quad 1 \le i \le n-1 \end{cases} \tag{1}$$

其中,$x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^{\mathrm T} \in M \in R^n$ 为状态变量,$y \in R^1$ 为系统的输出,$u \in R^1$ 为系统的控制输入,$a(x)$ 和 $b(x)$ 为已知的非线性函数,系统(1) 所含的不确定性函数为 $\Delta_i = \Delta_i(x_1, x_2, \cdots, x_i)(i = 1, 2, \cdots, n)$,$\Delta b(x)$ 为未知的不确定标量函数,且对于任意的 $x \in M$,恒有 $b(x) + \Delta b(x) \ne 0$。

假设 1 存在正常数 $\rho_0 < 1$,使得

$$|\Delta b(x)| \le \rho_0 |b(x)|$$

假设 2 存在光滑函数 $\kappa_i = \kappa_i(x_1, x_2, \cdots, x_i)$ 及常数 η_i,使得

$$|\psi_i| \le \eta_i \kappa_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

其中 ψ_i 定义为

$$\psi_1 = \psi_1(x_1, t) = \Delta_1$$

$$\psi_i = \psi_i(x_1, x_2, \cdots, x_i, t) = \Delta_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}(x_1, \cdots, x_{i-1}, t)}{\partial x_j} \dot{x}_j - \frac{\partial \alpha_{i-1}(x_1, \cdots, x_{i-1}, t)}{\partial t}, \quad 2 \le i \le n$$

式中 $\alpha_1 = \alpha_1(x_1, t), \cdots, \alpha_i = \alpha_i(x_1, \cdots, x_i, t), \cdots, \alpha_n = \alpha_n(x_1, \cdots, x_n, t)$ 是所要设计的虚拟控制器。

3 近似变结构输出跟踪控制器

令 $y_d, \dot{y}_d, \cdots, y_d^{(n)}$ 为系统(1) 的期望输出及其一阶直到 n 阶导数,且设它们均为有界连续可导函数。引入跟踪误差向量

$$e^{\mathrm T} = [e_1, \cdots, e_n]^{\mathrm T} = [x_1 - y_d, \cdots, x_n - y_d^{(n-1)}]^{\mathrm T}$$

根据系统(1) 及假设 1 和假设 2,可以得到跟踪误差状态方程

$$\begin{cases} \dot{e}_i = e_{i+1} + \Delta_i(x_1, x_2, \cdots, x_i) \\ \dot{e}_n = a(x) + [b(x) + \Delta b(x)]u + \\ \qquad \Delta_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) - y_d^{(n)} \\ y = x_1, \quad 1 \le i \le n-1 \end{cases} \tag{2}$$

设 $\alpha_1, \cdots, \alpha_{n-1}$ 分别为 $e_2, \cdots, e_n$ 的期望值,即待设计的虚拟控制器。令

$$\tilde{e}_1 = e_1, \quad \tilde{e}_i = e_i - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, 3, \cdots, n \tag{3}$$

由系统(2),(3) 及假设 2 可得

$$\dot{\tilde{e}}_1 = \tilde{e}_2 + \psi_1 + \alpha_1 \tag{4a}$$

$$\dot{\tilde{e}}_i = \tilde{e}_{i+1} + \psi_i + \alpha_i, \quad i = 2, 3, \cdots, n-1 \tag{4b}$$

$$\dot{\tilde{e}}_n = \psi_n - y_d^{(n)} + a(x) + [b(x) + \Delta b(x)]u \tag{4c}$$

控制器的设计步骤如下:

步骤 1 根据式(4a),选择切换函数 $s_1 = \tilde{e}_1$,当选择 Lyapunov 函数 $V_1 = \tilde{e}_1^2/2$ 时,采用连续可导近似控制律

$$\begin{cases} \alpha_1 = -\dfrac{1}{2}k\tilde{e}_1 - \beta_1 \\ \beta_1 = \eta_1\kappa_1 \dfrac{1 - \exp(-\mu_1(t)\eta_1\kappa_1\tilde{e}_1)}{1 + \exp(-\mu_1(t)\eta_1\kappa_1\tilde{e}_1)} \\ \mu_1(t) > 0 \end{cases} \tag{5}$$

其中,$\mu_1(t)$ 是连续可导函数,且满足 $\lim_{t \to +\infty} \dfrac{1}{\mu_1(t)} = 0$。在虚拟控制律(5) 的作用下,$V_1$ 沿系统(4a) ~(4c) 的时间导数为

$$\dot{V}_1 \le -\frac{1}{2}k\tilde{e}_1^2 + \tilde{e}_1\tilde{e} + \frac{2\mu_1(t)\eta_1\kappa_1|\tilde{e}_1|}{1 + \exp(\mu_1(t)\eta_1\kappa_1|\tilde{e}_1|)}$$

考虑到对所有的 $q \ge 0$,$\mu_1(t) \ge 0$,不等式

$$\frac{2q}{1 + \exp(\mu_1(t)q)} < \frac{1}{\mu_1(t)}$$

恒成立,则有

$$\dot{V} \le -\frac{1}{2}k\tilde{e}_1^2 + \tilde{e}_1\tilde{e}_2 + \frac{1}{\mu_1(t)}$$

步骤 i($i = 2, \cdots, n-1$)　根据式(4b), 选择切换函数 $s_i = \tilde{e}_i$, 当选择 Lyapunov 函数 $V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2}\tilde{e}_i^2$ 时, 采用连续可导近似控制律

$$\begin{cases} \alpha_i = -\frac{1}{2}k\tilde{e}_i - \beta_i - \tilde{e}_{i-1} \\ \beta_i = \eta_i\kappa_i \dfrac{1-\exp(-\mu_i(t)\eta_i\kappa_i\tilde{e}_i)}{1+\exp(-\mu_i(t)\eta_i\kappa_i\tilde{e}_i)} \\ \mu_i(t) > 0 \end{cases} \tag{6}$$

其中, $\mu_i(t)$ 的选择与步骤 1 相同, 并且在虚拟控制律(6) 的作用下, V_i 沿系统(4a) ～(4c) 的时间导数为

$$\dot{V}_i \leq -kV_i + \tilde{e}_i\tilde{e}_{i+1} + \sum_{j=1}^{i}\frac{1}{\mu_j(t)}$$

步骤 n　选择整个系统的 Lyapunov 函数为

$$V_n = V_{n-1} + \tilde{e}_n^2/2 \tag{7}$$

选择近似控制律为

$$u = u_{\rm eq} - \beta_n$$
$$u_{\rm eq} = b^{-1}(x)\left[-\frac{1}{2}k\tilde{e}_n + y_d^{(n)} - a(x)\right]$$
$$\beta_n = \frac{(\rho_0|u_{\rm eq}||b(x)| + \eta_n\kappa_n)}{b(x) - \rho_0 b(x)}\times$$
$$\left[\frac{1-\exp(-\mu_n(t)(\rho_0|u_{\rm eq}||b(x)| + \eta_n\kappa_n)\tilde{e}_n)}{1+\exp(-\mu_n(t)(\rho_0|u_{\rm eq}||b(x)| + \eta_n\kappa_n)\tilde{e}_n)}\right] \tag{8}$$

可以推得上述 Lyapunov 函数沿系统(4a) ～(4c) 的时间导数为

$$\dot{V}_n \leq -kV_n + \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\mu_j(t)}$$

于是闭环系统(4) 和(8) 的状态 $\tilde{e}$ 将指数收敛于零, 从而 $|y - y_d|$ 收敛于零。因为 $x_1 = y = e + y_d = \tilde{e} + y_d$, 所以 x_1 有界。依次类推, 系统(1) 的状态均有界。

根据上述讨论, 则有以下定理:

定理 1　对于闭环系统(1) ～(6) 和(8), 在假设 1 和假设 2 成立的条件下, 可实现系统(1) 的输出 y 指数地收敛于期望输出 y_d, 同时系统(1) 的状态有界。

4　自适应近似变结构输出跟踪鲁棒控制器

由于不确定性的形式较为复杂, 不易预先知道假设 1 和假设 2 中的参数 $\rho_0, \eta_1, \cdots, \eta_n$, 因此需要在线估计。下面根据文献[7] 中具有不确定性范数上界参数估计能力的自适应近似变结构控制方法, 对自适应近似变结构输出跟踪鲁棒控制器进行设计。

假设 3　存在光滑函数 $\kappa_i = \kappa_i(x_1, x_2, \cdots, x_i)$ 及未知常数 η_i, 使得

$$|\varphi_i| \leq \eta_i\kappa_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

其中 φ_i 定义为

$$\varphi_1 = \varphi_1(x_1, t) = \Delta_1$$
$$\varphi_i = \varphi_i(x_1, x_2, \cdots, x_i, t) =$$
$$\Delta_i - \sum_{j=1}^{i-1}\left(\frac{\partial\tilde{\alpha}_{i-1}(x_1, \cdots, x_{i-1}, t)}{\partial x_j}\dot{x}_j + \frac{\partial\tilde{\alpha}_{i-1}}{\partial\hat{\eta}_j}\dot{\hat{\eta}}_j\right) - \frac{\partial\tilde{\alpha}_{i-1}(x_1, \cdots, x_{i-1}, t)}{\partial t}, \quad 2 \leq i \leq n$$

式中, $\tilde{\alpha}_1 = \tilde{\alpha}_1(x_1, t), \cdots, \tilde{\alpha}_i = \tilde{\alpha}_i(x_1, \cdots, x_i, t), \cdots, \tilde{\alpha}_n = \tilde{\alpha}_n(x_1, \cdots, x_n, t)$ 以及 $\hat{\eta}_1, \cdots, \hat{\eta}_n$, 是后面所要设计的虚拟控制器及参数 $\eta_1, \cdots, \eta_n$ 的估计, $\tilde{\alpha}_1, \cdots, \tilde{\alpha}_{n-1}$ 分别为 $e_2, \cdots, e_n$ 的期望值。令

$$\tilde{e}_1 = e_1, \quad \tilde{e}_i = e_i - \tilde{\alpha}_{i-1}, \quad i = 2, 3, \cdots, n \tag{9}$$

由系统(2), (3) 及假设 3 可得

$$\dot{\tilde{e}}_1 = \tilde{e}_2 + \varphi_1 + \hat{\alpha}_1 \tag{10a}$$
$$\dot{\tilde{e}}_i = \tilde{e}_{i+1} + \varphi_i + \hat{\alpha}_i, \quad i = 2, 3, \cdots, n-1 \tag{10b}$$
$$\dot{\tilde{e}}_n = \varphi_n - y_d^{(n)} + \hat{a}(x) + [b(x) + \Delta b(x)u] \tag{10c}$$

控制器的设计步骤如下:

步骤 1　根据式(10a), 选择切换函数 $s_1 = \tilde{e}_1$, 当选择 Lyapunov 函数 $V_1 = \frac{1}{2}\tilde{e}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_1}(\hat{\eta}_1 - \eta_1)^2$ 时, 可设计出虚拟控制律的连续可导近似为

$$\begin{cases} \tilde{\alpha}_1 = -\frac{1}{2}k\tilde{e}_1 - \tilde{\beta}_1 \\ \tilde{\beta}_1 = \hat{\eta}_1\kappa_1\dfrac{1-\exp(-\mu_1(t)\hat{\eta}_1\kappa_1\tilde{e}_1)}{1+\exp(-\mu_1(t)\eta_1\kappa_1\tilde{e}_1)} \\ \mu_1(t) > 0 \\ \dot{\hat{\eta}} = \gamma_1\kappa_1|\tilde{e}_1| \end{cases} \tag{11}$$

其中, $\mu_1(t)$ 与步骤 1 中所选择的 $\mu_1(t)$ 相同。在虚拟控制律(11) 的作用下, V_1 沿系统(10) 的时间导数为

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{2}k\tilde{e}_1^2 + \tilde{e}_1\tilde{e} + \frac{2\mu_1(t)\hat{\eta}_1\kappa_1|\tilde{e}_1|}{1+\exp(\mu_1(t)\hat{\eta}_1\kappa_1|\tilde{e}_1|)} \leq$$
$$-\frac{1}{2}k\tilde{e}_1^2 + \tilde{e}_1\tilde{e} + \frac{1}{\mu_1(t)}$$

步骤 i($i = 2, \cdots, n-1$)　根据式(10b), 选择切换函数 $s_i = \tilde{e}_i$, 当选择 Lyapunov 函数 $V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2}\tilde{e}_i^2 + \frac{1}{2\gamma_i}(\hat{\eta}_i - \eta_i)^2$ 时, 可设计出虚拟控制律的连续可导近似为

$$
\begin{cases}
\alpha_i = -\dfrac{1}{2}k\tilde{e}_i - \beta_i - \tilde{e}_{i-1}, \quad \dot{\hat{\eta}}_i = \gamma_i\kappa_i|\tilde{e}_i| \\
\beta_i = \hat{\eta}_i\kappa_i\dfrac{1-\exp(-\mu_i(t)\hat{\eta}_i\kappa_i\tilde{e}_i)}{1+\exp(-\mu_i(t)\hat{\eta}_i\kappa_i\tilde{e}_i)} \\
\mu_i(t) > 0
\end{cases} \tag{12}
$$

其中, $\mu_i(t)$ 的选择与步骤1相同。在虚拟控制律(12)的作用下, 容易导出 V_i 沿系统(10)的时间导数为

$$\dot{V}_i \leqslant -kV_i + \tilde{e}_i\tilde{e}_{i+1} + \sum_{j=1}^{i}\frac{1}{\mu_j(t)}$$

步骤 n 选择整个系统的 Lyapunov 函数为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}\tilde{e}_n^2 + \left(\frac{1}{2r_n}\right)(1-\rho_0)(\hat{\eta}'_n - \eta'_n)^2 + \frac{1}{2r_n}(1-\rho_0)(\hat{\eta}''_n - \eta''_n)^2 \tag{13}$$

其中 $\eta'_n = \dfrac{\rho_0}{(1-\rho_0)}$ $\eta''_n = \dfrac{\eta_n}{(1-\rho_0)}$

于是可得到自适应变结构控制律的近似控制律为

$$u = u_{eq} - \beta_n, \quad u_{eq} = b^{-1}(x)\left[-\frac{1}{2}k\tilde{e}_n + y_d^{(n)} - a(x)\right]$$

$$\beta_n = \frac{\left(\hat{\eta}'_n\left|-\frac{1}{2}k\tilde{e}_n + y_d^{(n)} - a(x)\right| + \hat{\eta}''_n\kappa_n\right)}{b(x)} \times$$

$$\left[\frac{1-\exp\left(-\mu_n(t)\left(\hat{\eta}'_n\left|-\frac{1}{2}k\tilde{e}_n + y_d^{(n)} - a(x)\right| + \hat{\eta}''_n\kappa_n\right)\tilde{e}_n\right)}{1+\exp\left(-\mu_n(t)\left(\hat{\eta}'_n\left|-\frac{1}{2}k\tilde{e}_n + y_d^{(n)} - a(x)\right| + \hat{\eta}''_n\kappa_n\right)\tilde{e}_n\right)}\right]$$

$$\dot{\hat{\eta}}'_n = \gamma_n\left|-\frac{1}{2}k\tilde{e}_n + y_d^{(n)} - a(x)\right||\tilde{e}_n|, \quad \dot{\hat{\eta}}''_n = \gamma_n\kappa_n|\tilde{e}_n| \tag{14}$$

此时 Lyapunov 函数(13)沿闭环系统(10)和(14)的时间导数满足

$$\dot{V}_n \leqslant -k\sum_{j=1}^{n}\tilde{e}_j^2 + \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\mu_j(t)}$$

根据 Barbalat 引理[11], 因为 $\lim_{t\to+\infty}\sum_{j=1}^{n}\dfrac{1}{\mu_j(t)} = 0$, 所以当 $t\to+\infty$ 时, 闭环系统(10)和(14)的状态 $\tilde{e}$ 收敛于零, 从而 $|y - y_d|$ 收敛于零。因为 $x_1 = y = e + y_d = \tilde{e} + y_d$, 所以 x_1 有界。依次类推, 系统(1)的状态均有界。

定理2 对于闭环系统(1), (2), (9) ～(12)和(14), 假设1和假设3成立, 当 $t\to+\infty$ 时, 系统(1)的输出 y 收敛于期望输出 y_d, 且系统(1)的状态有界。

5 结 语

本文采用 Backstepping 设计思想, 结合变结构控制方法及自适应控制方法, 得到一种鲁棒输出跟踪控制器。主要结果可归纳为:

1) 利用一般变结构控制律的连续可导近似[6], 可将变结构控制器设计方法用于基于 Backstepping 设计思想的虚拟控制器设计及系统实际控制器的设计;

2) 参数 $\mu_i(t)$ 反映了这种连续可导近似的合理性, 给出了一类变结构控制律的连续可导近似方法;

3) 文中提出的近似变结构控制律, 克服了一般变结构控制器的抖动现象[6, 7], 可用于许多类似系统的控制器设计, 并可用于实际控制系统的设计[12], 具有较大的理论意义和广阔的应用前景。

参考文献:

[1] Yuki, Hansheng Wu, Koichi Miszukami. Robust output tracking of nonlinear systems with mismatched uncertainties[J]. Int J Control, 1999, 72(5): 411-417.

[2] Yu Xinghuo, Wu Yuqiang. Adaptive terminal sliding mode control of uncertain nonlinear systems —— Backstepping approach[J]. Control Theory and Applications of China, 1998, 15(6): 900-907.

[3] Mooncheol Won, J Karl Hedrick. Multiple-surface sliding control of a class of uncertain nonlinear systems[J]. Int J Control, 1996, 64(4): 693-706.

[4] Freeman R A, Kokotovic P V. Backstepping design of robust controllers for a class of nonlinear systems[A]. Proc of the IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium[C]. Bordeaux, 1992. 307-312.

[5] Utkin V I, Variable structure systems with sliding modes[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1977, 22(2): 212-222.

[6] 胡剑波, 褚健. 连续可导的滑模变结构近似算法及其仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2000, 12(4): 396-398.

[7] 胡剑波, 毛伟杰, 褚健. 具有不确定性范数上界参数估计能力的自适应近似变结构控制器设计[J]. 信息与控制, 1999, (增刊): 148-151.

[8] Marino R, Tomei P. Robust stabilization of feedback linearizable time-varying uncertain nonlinear systems [J]. Automatica, 1993, 29(1): 181-189.

[9] 谢自奋. 钢铁连铸过程结晶器液位的模糊神经元控制[D]. 浙江: 浙江大学, 1999. 23-30.

[10] 黄琳. 稳定性理论[M]. 北京: 北京大学出版社, 1992. 43-45.

[11] Popov V M. Hyperstability of control systems[M]. New York: Springer-Verlag. 1973.

[12] 胡剑波. 卫星轨道保持的非线性鲁棒自适应控制器设计[J]. 航天控制, 1999, 17(3): 1-5.