第16卷第2期 控 制 与 决 策 2001年3月
Vol 16 No. 2 CONTROL AND DECISION Mar. 2001

文章编号: 1001-0920(2001)02-0222-04

一类有约束的混合系统的模型及设计

翟长连, 何 苇, 吴智铭
(上海交通大学 自动化系, 上海 200030)

摘 要: 提出一类推广的 Petri 网模型, 并利用它为混合动态系统建模。采用对策论求解设计模型中的有关参数的最优值及连续系统的控制器, 以满足混合系统的最优约束条件。以火车道口的控制设计为例, 说明了系统的设计方法。

关键词: 混合系统; 连续系统; 离散事件系统; Petri 网; 对策论
中图分类号: TP 273 **文献标识码**: A

Model and Design of a Class of Hybrid System with Restriction

ZHAI Chang-lian, HE Wei, WU Zhi-ming
(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: The hybrid system is modeled by means of the generalized Petri net model. The interface to the discrete domain and the continuous controller is designed by using game theory to meet the conditions of optimal constraint. An example of train gate is given to show the design method.

Key words: hybrid system; continuous system; discrete event system; Petri net; game theory

1 引 言

混合系统是连续系统和离散事件系统相互作用而形成的一类复杂系统。该系统广泛存在于半导体集成电路制造、钢厂、化工厂和机械制造等领域。近年来, 混合系统已引起众多学者的关注。为了研究混合系统的动态行为和控制综合等问题, 人们建立了多种模型[1~3]。对于有约束的混合系统的设计, 可参见文献[4]。

本文针对一类有约束的混合系统提出一种设计方法, 利用推广的 Petri 网对其进行建模, 采用对策论求解设计模型中的有关参数的最优值, 通过连续状态影响系统的离散行为, 从而使系统按所期望的行为变化, 以确保系统满足某些规范要求(如系统的安全性)。

2 混合系统的推广 Petri 网模型

2.1 推广 Petri 网概念

利用 Petri 网对混合系统建模已有诸多报道[2,3]。本文新引入一类混合 Petri 网。

定义1 一个推广 Petri 网是指

$$\mathrm{GPN} = (P, T, I, O, (m_0, x_0), D, I_n, E, \Psi) \quad (1)$$

其中:

$P = \{p_1, p_2, \cdots, p_n\}(n > 0)$ 是有限状态位置集, 容量为1。

$T = \{t_1, t_2, \cdots, t_h\}(h \geq 0)$ 是有限变迁集, P 和 T 满足 $P \cup T \neq \varnothing, P \cap T = \varnothing$。

收稿日期: 1999-08-20; **修回日期**: 2000-04-10
基金项目: 国家自然科学基金项目(60074011)
作者简介: 翟长连(1970—), 男, 浙江温州人, 博士生, 从事混合动态系统和离散事件系统研究; 吴智铭(1936—), 男, 江苏苏州人, 教授, 博士生导师, 从事离散系统理论和智能控制研究。

$I: T\to 2^P$ 是输入函数。

$O: T\to 2^P$ 是输出函数。

若记整个混合系统的连续状态空间为 $X\subseteq R^N$, 则 $I_n: P\to\{0, 1, \cdots, N\}$, $I_n(p_i)$ 表示位置 p_i 中连续动态系统的状态所属的子空间。

$D=\{d_p=(x_p, y_p, u_p, f_p, h_p)\mid p\in P\}$ 是 GPN 的连续动态系统。动态系统 d_p 定义如下

$$\dot{x}_p=f_p(x_p, u_p),\quad y_p=h_p(x_p, u_p)$$

式中 x_p, u_p 和 y_p 分别为连续系统的状态、输入和输出。当位置 p 没有连续系统时, 记 $d_p=\phi$, 即该位置是静态的; 否则称为动态的。

$E: E(p_i)\subseteq R^{r_i}$ 是位置 p_i 的 token 有效条件。

$\Psi_k: X\times P\to X$ 是赋值函数。当变迁 $t_j\in T$ 激发时, 即当 token 进入该 p_{ji} 位置时, 该位置的连续变量则根据 $\Psi_{ji}(m_{ji}, x)$ 的定义重新赋初始值。若 p_{ji} 是静态位置, 则无该函数; 若 p_{ji} 是动态位置, 如果没有标明, 则默认为是前一系统结束时的值。

(m_0, x_0) 为混合系统的初始状态, x_0 是连续系统的初始值, m_0 是位置的初始标识, m_0 的可达标识集 $M=R(m_0)$。

GPN 中的标识有两种可能状态, 即可用的和不可用的。在时间 τ, 位置 p_i 中的 token 是有用的, 如果其连续状态 $x(\tau)\in E(p_i)$。在任意时间 τ, 当前标识 $m(\tau)=m^a(\tau)+m^u(\tau)$, $m^a(\tau)$ 是有用的, 而 $m^u(\tau)$ 是由无用的 token 所组成的。对于当前状态而言, 一个变迁 t_j 是使能的, 如果 GPN 的标识满足 $\forall p_i\in {}^{\circ}t_j, m_i^a(\tau)=1$; 若变迁使能时, 则立即激发。

2.2　火车道口的推广 Petri 网模型

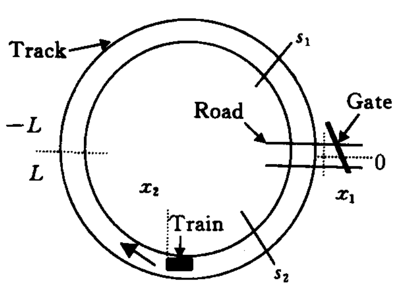

图 1　火车道口

火车道口如图 1 所示。为研究方便, 假设火车(长度为 l) 沿长度为 $2L$ (L 足够大) 的圆形轨道按顺时针方向行驶, 环行轨道是为了描述经常有火车经过道口。用 $x_2\in[-L, L)$ 记火车头部所在的位置, 车速是有界的, 即有 $\dot{x}_2\in[v_1, v_2]$, 叉路口在火车轨道 $x_2=0$ 处。道口有一道口门, 放下时, 阻止汽车越过铁路; 升起时, 汽车可以穿越铁路。用 $x_1\in[0°, 90°]$ 表示道口门的角度, 其动态方程可描述为

$$\dot{x}_1(\tau)=-ax_1(\tau)+u \tag{2}$$

式中 u 是由道口门控制器给定的。另外, 假设在铁轨的 s_1 和 s_2 处各有一个传感器, s_1 处的传感器探测火车驶向交叉口, s_2 处的传感器探测火车远离道口, 且有 $-L<s_1<0<s_2<L$。设计上要求系统满足安全性, 即要求火车到达道口时, 道口门是放下的, 可表示为

$$|x_2(\tau)|\le\Delta\Rightarrow x_1<C_1 \tag{3}$$

其中, $s_1>\Delta>0$, $0°\le C_1<0.1°$ 是常数。为保证道口的吞吐量, 要求当无火车通过时道口门必须升起。

根据上述要求, 利用定义 1 对火车和道口分别用推广的 Petri 网建模, 如图 2 和图 3 所示。

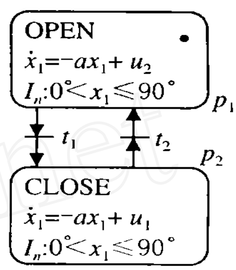

图 2　道口门的推广 Petri 网 GPN1

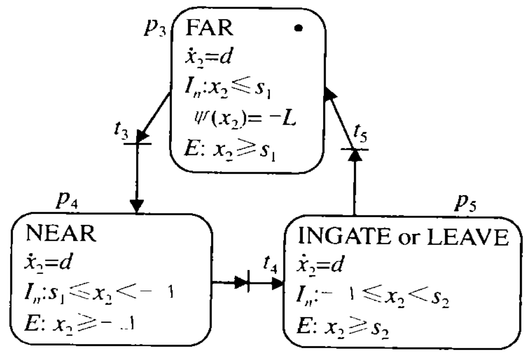

图 3　火车的推广 Petri 网 GPN2

图 2 中, u_1 和 u_2 待定, $a>0$。由火车和道口模型 GPN 1 和 GPN 2, 可得火车道口模型 GPN 3(见图 4)。初始标识 (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0) 表示火车由远处开来, 道口是开着的; 当变迁 t_3 激发时, 标识变为 (1, 0, 0, 1, 0, 1, 0), 表示火车接近道口, 同时 t_1 激发, 标识变为 (0, 1, 0, 1, 0, 0, 0), 开始关闭道口; 当变迁 t_4 激发时, 表示火车已进入道口并开始离开; 而当变迁 t_5 激发时, 则表示火车已远离道口, 此时道口门应升起。由于设计要求系统必须具有安全性, 即要求变迁 t_4 激发时, 道口门应满足 $x_1<C_1$, 所以必须选择合适

的 s_1 和 s_2。

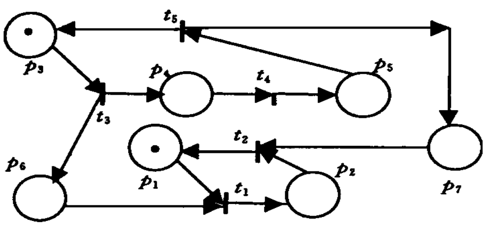

图 4　火车道口的推广 Petri 网 GPN3

3　对策论在火车道口设计中的应用

上述问题可用对策论[4] 的框架来表示。两个对手分别是道口门控制器 u 和火车速度 d。令 $x = [x_1, x_2]^{\mathrm{T}}$, 则连续系统可用如下微分方程描述为

$$\mathring{x}(\tau) = \begin{bmatrix} -a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(\tau) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(\tau) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} d(\tau) \qquad (4)$$

约束的状态集为 $x \in X = \{(x_1, x_2) \in R^2 \mid x_1 \in [0°, 90°], x_2 \in [-L, L]\}$, 输入 $u \in U = [0, 90a]$, 扰动 $d \in D = [v_1, v_2]$。

两个对手竞争两个花费函数 J_1 和 J_2, 其中 J_1 表示安全的要求, J_2 表示对吞吐量的要求。给定初始条件 $x^0 \in X$, 取 $T(x^0) = \min\{\tau \ge 0 \mid x_2(\tau) = -\Delta\}$ 表示火车到达道口的第一次时间, 则对安全的要求可以写成

$$J_1(x^0, u, d) = x(T(x^0)) \le C_1 \qquad (5)$$

对吞吐量的要求可表示为

$$J_2(x^0, u, d) = \int_0^{\infty} (90° - x_1(\tau))^2 \mathrm{d}\tau \qquad (6)$$

使 J_2 取最小值意味着使道口门打开的时间尽可能长。我们的目标是找到安全的初始条件集并使其得到安全控制。由于本例比较简单, 容易得到候选的鞍点解 $u^*(\tau) \equiv 0, d^*(\tau) \equiv v_2$。

引理 1　(u^*, d^*) 是一个全局鞍点解。

由式(4) 可得

$$\begin{cases} x_1(\tau) = \mathrm{e}^{-a\tau} x_1^0 + \int_0^{\tau} \mathrm{e}^{-(\tau - \bar{\tau})a} u(\bar{\tau}) \mathrm{d}\bar{\tau} \\ x_2(\tau) = x_2^0 + \int_0^{\tau} d(\bar{\tau}) \mathrm{d}\bar{\tau} \end{cases} \qquad (7)$$

若 $u^*(\tau) \equiv 0, d^*(\tau) \equiv v_2$, 则有

$$x_1(\tau) = \mathrm{e}^{-a\tau} x_1^0, \quad x_2(\tau) = x_2^0 + v_2 \tau$$

若 $x_2(\tau) = -\Delta$, 则 $\tau = -\dfrac{x_2^0 + \Delta}{v_2}$, 有

$$J_1(x_1(\tau)) = \mathrm{e}^{a(x_2^0 + \Delta)/v_2} x_1^0 \le C_1 \qquad (8)$$

$$x_2^0 \le \frac{v_2}{a} \ln\left(\frac{C_1}{x_1^0}\right) - \Delta \qquad (9)$$

引理 2　满足安全性的初始条件状态集为

$$V = \Big\{x^0 \in X \,\Big|\, x_2^0 > l + \Delta \text{ or } x_2^0 \le \frac{v_2}{a} \ln\left(\frac{C_1}{x_1^0}\right) - \Delta\Big\} \qquad (10)$$

由引理 1 有 $x_1(\tau) \le 90°$, 因此最大化吞吐量等价于最大化 $x_1(\tau)$, 也等价于 $u(\tau) \equiv 90a$。通过组合安全和有效的运算, 可得连续系统控制器为

$$u = \begin{cases} 0, & \text{when } x \in S^c \\ 90a, & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (11)$$

式中 $S = \mathrm{interior}(V)$ 表示 V 的内部, 通过设计控制器将达到安全。

综上所述得如下定理:

定理 1　如果 $\hat{S} \subset S$ 且 $x^0 \in V$, 则当 $x \in \hat{S}$ 时, $u = 0$ 的控制器使系统达到安全; 控制器(11) 是最有效和安全的控制器。

由定理 1 知, 为使系统的吞吐量达到最大, 本例中可选 $u_1 = 0, u_2 = 90a$。

式(11) 中的 $S^c = \{x \in X \mid s_1 \le x_2 < s_2\}$, 因此有如下结论:

定理 2　如果 $s_1 \le \dfrac{v_2}{a} \ln\left(\dfrac{C_1}{90°}\right) - \Delta$ 且 $s_2 > l + \Delta$, 则系统在速度允许范围内是安全的。

定理 2 为连续系统状态空间的划分提供了依据, 这样便可确定上述系统模型中的变量 s_1 和 s_2。上述算法虽可得到系统的安全性, 但对系统的吞吐率, 只有当火车速度 $d^*(\tau) \equiv v_2$ 时, 才能保证吞吐率最大。如果火车速度小于所要求的最大速度, 由上述算法得到的解虽然在安全性上是可靠的, 但它并不能使系统的吞吐量达到最大。

对系统的模型做适当修改, 改变位置 p_6 的激发条件, 并引入变量 s_3, 表示火车靠近时没有必要马上关闭道口门, 可以延迟一段时间以增大系统的吞吐量(见图 5)。s_3 的取值为: 若 $u(t) \equiv 0, d(t) = v$, 参照

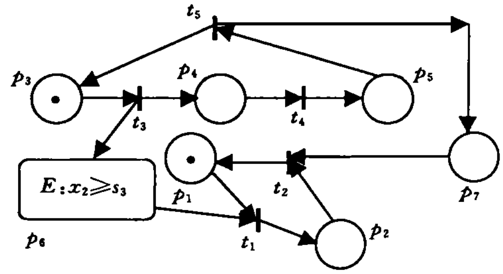

图 5　改进 GPN3 后火车道口的 GPN4

式(9) 的计算过程, 可得

$$s_3 \le \frac{v}{a}\ln\left(\frac{C_1}{x_1^0}\right) - \Delta \tag{12}$$

显然有 $s_3 \ge s_1$。若使系统的吞吐量达到最大, 则取

$$s_3 = \frac{v}{a}\ln\left(\frac{C_1}{x_1^0}\right) - \Delta \tag{13}$$

4 结 语

本文利用推广的 Petri 网为混合系统建模, 采用对策论方法给出了连续系统的控制器以及离散状态对应的连续状态空间和激发条件。以火车道口为例进行说明, 并根据系统的特点做了改进。在保证系统安全性的基础上, 提高了系统的吞吐率, 满足了系统的多约束条件。

参考文献:

[1] Gino Labniz, M M Bayoumi, K Rudie. Modeling and control of hybrid systems: A survey[A]. Proc of 13th IFAC[C]. San Francisco, 1996. 305-310.

[2] 谢东, 韩曾晋. 基于混合 Petri 网的一类混合系统的动态分析[J]. 控制与决策, 1997, 12(5): 542-547.

[3] 徐心和, 李政国, 李彦平. 一类混合系统的广义 Petri 网模型[J]. 自动化学报, 1997, 23(3): 297-301.

[4] Claire Tomlin, George J Pappas, Shankar Sastry. Conflict resolution for air traffic management: A study in multiagent hybrid systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(4): 509-521.

(上接第 221 页)

[2] Petersen IR. Disturbance attenuation and H^∞ optimization: A design method based on the algebraic Riccati equation[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1987, 32(5): 427-429.

[3] Khargonekar P P, IR Petersen, M A Rotea. H^∞ optimal control with state-feedback[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1988, 33(8): 786-788.

[4] Zhou K, P P Khargonekar. An algebraic equation approach to H^∞ optimization[J]. Syst Contr Lett, 1988, 11(1): 85-91.

[5] Barabanov N E. On the static H_∞ control problem[J]. Syst Contr Lett, 1998, 35(1): 13-18.

[6] Doyle J, K Glover, P P Khargonekar *et al*. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1989, 34(8): 831-847.

[7] Masubuchi I, Y Kamitane, A Ohara *et al*. H_∞ control for descriptor systems: A matrix inequalities approach[J]. Automatica, 1997, 33(4): 669-673.

[8] Wang H S, C F Yung, F R Chang. Bounded real lemma and H_∞ control for descriptor systems[J]. IEE Proc Contr Theory Appl, 1998, 145(3): 316-322.

[9] Gao F, W Q Liu, V Sreeram *et al*. Bound real lemma for descriptor systems and its application[A]. Proc of the 14th World Congress of IFAC[C]. Beijing, 1999. 57-62.

[10] 邢伟, 张庆灵, 王启义, 等. 一个基于状态反馈的广义系统 H_∞ 控制[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2000, 21(1): 107-109.