第 16 卷 第 2 期 控 制 与 决 策 2001 年 3 月
Vol. 16 No. 2 CONTROL AND DECISION Mar. 2001

文章编号: 1001-0920(2001)02-0242-03

具有非线性扰动多时滞系统鲁棒稳定性分析与分散鲁棒控制

关新平[1], 罗小元[1], 段广仁[2]
(1. 燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004;
2. 哈尔滨工业大学 控制工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要: 研究一类非线性参数扰动满足范数有界条件时多重时滞系统的鲁棒稳定性及其分散鲁棒控制。首先利用 Lyapunov 函数方法分析系统的鲁棒稳定性, 获得一种新的稳定性条件, 然后利用标量 Lyapunov 方程方法讨论系统指数稳定的条件。通过对系统采取分散反馈控制, 进一步得到系统可鲁棒镇定和可指数镇定的条件。

关键词: 时滞系统; 鲁棒稳定性; 指数稳定性; 分散反馈控制
中图分类号: TP 114 文献标识码: A

Robust Stabilization and Decentralized Robust Control for Multiple Time-delay Systems with Nonlinear Perturbations

GUAN Xin-ping[1], *LUO Xiao-yuan*[1], *DUAN Guang-ren*[2]
(1. Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;
2. Department of Control Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The problems of robust stability and decentralized robust control for a class of multiple delay systems with nonlinear parameter perturbations which satisfy the norm-bounded conditions are dealt with. First, by using Lyapunov function method, robust stabilization of the system is analyzed and a new kind of stable condition is obtained. By using pure Lyapunov function, the conditions of exponential stabilization are discussed. Furthermore, the conditions of robust control and exponential control are developed by means of the decentralized feedback control.

Key words: time-delay system; robust stability; exponential stability; decentralized feedback control

1 引 言

近年来, 对控制系统的稳定性分析及其鲁棒控制展开了广泛的研究, 并取得一系列成果[1~9]。其中, 文献[1, 2]对多时滞系统分别按满足时滞匹配和时滞不匹配两种情况进行鲁棒稳定性研究; 文献[3~5]着重考虑了含时滞扰动的多时滞线性系统的稳定性问题; 文献[6~8]则利用分散状态反馈控制器对控制系统进行研究, 并获得了系统稳定的一些条

收稿日期: 1999-11-25; 修回日期: 2000-05-21
基金项目: 国家杰出青年基金项目(69925308)

作者简介: 关新平(1963—), 男(满族), 黑龙江哈尔滨人, 教授, 博士, 从事时滞系统分析与综合, 鲁棒控制等研究; 段广仁(1962—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 教授, 博士生导师, 从事时滞系统, 鲁棒控制等研究。

件, 但这些条件对系统状态矩阵的要求较为严格, 因而保守性相对较大。

本文主要讨论非线性参数扰动的多时滞系统, 利用Lyapunov 函数方法, 获得一种新的系统鲁棒稳定及指数稳定的充分条件。该条件改进了文献[3]中的相应结论, 从而具有更广的适用范围和更小的保守性, 同时也推广了文献[5, 9] 的结论。另外, 利用 Riccati 方程方法, 通过对完全能观时滞系统的状态分散反馈控制, 获得了系统可鲁棒镇定和指数镇定的条件。

本文中, $\lambda_M(P)$ 和 $\lambda_m(P)$ 分别代表矩阵 P 的最大特征值和最小特征值, 向量 $x(t)$ 的范数为 $\|x(t)\| = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)^{1/2}$, 矩阵 P 的范数为 $\|P\| = [\lambda_M(P^T P)]^{1/2}$, 记 $\delta = \lambda_M(P)/\lambda_m(P)$。

2　系统描述

考虑如下非线性参数扰动多时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^{N} A_i x(t-\tau_i) + \\ \qquad B_0 u(t) + \sum_{j=1}^{M} B_j u(t-\tau_j) + \\ \qquad \sum_{i=0}^{N} f_i(x(t-\tau_i), t) \backslash = y(t) = C_0 x(t) \end{cases} \tag{1}$$

其中, $x(t) \in R^n$ 为系统状态向量, $u(t) \in R^m$ 为系统输入, $y(t) \in R^q$ 为控制输出; $A_i(i = 0, 1, \cdots, N)$, $B_j(j = 0, 1, \cdots, M)$, C_0 为实常矩阵; $\tau_i(i = 0, 1, \cdots, N)$ 为状态时滞常数($\tau_0 = 0$), $f_i(x(t-\tau_i), t)(i = 0, 1, \cdots, N)$ 为非线性扰动的连续函数向量, 且满足如下范数有界条件

$$\|f_i(x(t-\tau_i), t)\| \le \beta_i \|x(t-\tau_i)\|$$
$$\beta_i > 0, \quad i = 0, 1, \cdots, N \tag{2}$$

3　主要结果

定理 1　考虑非线性扰动满足条件(2) 的开环时滞系统(1)($u(t-\tau_j) = 0, j = 0, 1, \cdots, M$), 若存在满足下面不等式的正定矩阵 Q

$$\lambda_m(Q) > \sum_{i=0}^{N} \beta_i \|P\| + \sqrt{N} \|P(A_1, A_2, \cdots, A_N)\| \tag{3}$$

使得如下Lyapunov 方程

$$A_0^T P + P A_0 = -2Q \tag{4}$$

有正定对称解 P, 则称系统(1) 是鲁棒二次稳定的。

证明　构造 Lyapunov 函数

$$V(x(t), t) = x^T(t) P x(t) + \sum_{i=1}^{N} \int_{-\tau_i} x^T(s)(\epsilon I + \beta_i \|P\|) x(s) \mathrm{d}s$$

其中 $P > 0, \epsilon > 0$。应用不等式 $\pm 2X^T Y \le \epsilon X^T X + \epsilon^{-1} Y^T Y$, 令 $\epsilon = \|P(A_1, A_2, \cdots, A_n)\| \backslash \sqrt{N}$, 由不等式(3) 和Lyapunov 方程(4) 易证 $\dot{V}(x(t), t) < 0$, 因此可知结论成立。(证毕)

推论 1　当 $N = 1$ 时, 可得系统(1) 鲁棒二次稳定的条件为

$$\lambda_m(Q) > \|PA_1\| + \beta_0 \|P\| + \beta_1 \|P\| \tag{5}$$

这与文献[9] 的结论是一致的, 因而推广了文献[9] 的结果。

定理 2　若(A_0, C_0) 完全能观, 则可对非线性参数扰动满足条件(2) 的时滞系统(1), 采用分散反馈控制器 $u(t-\tau_j) = -K_j x(t-\tau_j)(j = 0, 1, \cdots, M)$ 进行镇定; 若存在正定矩阵 Q, 满足

$$\lambda_m(Q) > \|P\| \sum_{i=0}^{N} \beta_i + \sqrt{N+M} \times \|P(A_1, \cdots, A_N, B_1, \cdots, B_M)\| \tag{6}$$

使得如下 Riccati 方程

$$A_0^T P + PA_0 - 2\epsilon_0 PB_0 B_0^T P = -2Q \tag{7}$$

存在正定对称解 P, 则称系统(1) 在此分散控制下是鲁棒二次稳定的。此时控制增益为

$$K_j = \epsilon_j B_j P, \epsilon_j > 0$$

进一步, 若系统状态 $x(t)$ 满足如下假设:

假设 1[5]　对任意的 $i \in \{1, 2, \cdots, N\}$, 系统状态满足

$$\|x(t-\tau_i)\| \le q \|x(t)\|, \quad q > 1 \tag{8}$$

对标量 Lyapunov 函数 $V(x(t), t) = x^T(t) P x(t), P > 0$, 根据定理 1, 对系统(1) 有

$$\dot{V}(x(t), t) \le -\left(\lambda_m(Q) - q\|P(A_1, A_2, \cdots, A_N)\| - \beta_0 \|P\| - q\|P\| \sum_{i=1}^{N} \beta_i\right) \|x(t)\|^2 \tag{9}$$

由此可得如下定理:

定理 3　对非线性参数扰动满足条件(2) 和假设1 的时滞系统(1), 当 $u(t) = 0, u(t-\tau_j) = 0, j = 1, 2, \cdots, M$ 时, 若方程(4) 对满足如下不等式的 Q

$$\lambda_m(Q) > \beta_0 \|P\| + q\|P(A_1, A_2, \cdots, A_N)\| + q\|P\| \sum_{i=1}^{N} \beta_i \tag{10}$$

存在正定对称解 P，则称系统(1) 是指数稳定的，且其收敛速度为 $\rho = \alpha/\lambda_M(P)$，其中

$$\alpha = \lambda_m(Q) - q\|P(A_1, A_2, \cdots, A_N)\| - \beta_0\|P\| - q\|P\|\sum_{i=1}^{N}\beta_i$$

证明略。

注 1 文献[3] 也考虑了系统(1) 的指数稳定性，但其定理 2 的结论要求

$$\begin{aligned}&\mathrm{diag}\{\delta_i(\lambda_M(Q) + \beta_0\|P\|)\} + \\ &\mathrm{diag}\{\|PA_i\| + \beta_i\|P\|\} \\ &\qquad i = 1, 2, \cdots, N\end{aligned} \tag{11}$$

满足负对角占优这一苛刻条件，其中 δ_i 为 $\delta_1 = 1, \delta_i = 0, i = 2, 3, \cdots, N$。因此本文定理 3 的结论较之适用范围要广泛得多。

推论 2 单时滞扰动系统(1) 的指数稳定条件为

$$\lambda_m(Q) > q\|PA_1\| + \beta_0\|P\| + q\beta_1\|P\| \tag{12}$$

注 2 文献[5] 也考虑了单时滞扰动系统的指数稳定性，其 Lyapunov 方程为

$$(A_0 + \beta I)^{\mathrm{T}}P + P(A_0 + \beta I) = -Q \tag{13}$$

其中，$\beta > 0$，Q 满足

$$\lambda_m(Q) > 2q\delta\|PA_1\| + 2\beta_0\|P\| + 2q\delta\beta_1 e^{\beta\tau}\|P\| \tag{14}$$

显然，推论 2 的结论比文献[5] 有明显的改进，因而保守性较小，适用范围更广。

注 3 当假设 1 中 $q = 1$ 时，则系统(1)($N = 1$) 的指数稳定条件同推论 1 中式(5)，即与文献[9] 中渐近稳定条件一致，因而该结论是本文的一个特例。

定理 4 若(A_0, C_0) 完全能观，则采用定理 2 中的分散反馈控制器对时滞系统(1) 进行控制；若存在正定矩阵 Q，满足

$$\lambda_m(Q) + q\|P(B_1, B_2, \cdots, B_M)\| > \beta_0\|P\| + q\|P\|\sum_{i=1}^{N}\beta_i + q\|P(A_1, A_2, \cdots, A_N)\| \tag{15}$$

使得方程(7) 存在正定对称解 P，则称系统(1) 在该分散反馈控制下可指数稳定，且其收敛速度为

$$\rho = (\alpha + q\|P(B_1, B_2, \cdots, B_M)\|)/\lambda_M(P)$$

其中 α 如定理 3 中所示。

4 结 论

本文研究一类非线性参数扰动的多时滞系统的鲁棒稳定性。在分散状态情况下，利用状态反馈控制器对完全能观系统进行了可镇定研究，并给出了系统可镇定的条件。所得出的系统稳定的条件推广并改进了已有文献中的相应结论。

参考文献:

[1] Carlos D E Souza, Xi Li. Delay-dependent robust H_∞ control of uncertain linear state-delayed systems[J]. Automatica, 1999, 35(7): 1313-1321.

[2] M S Mahmoud, N F Al-Muthairi. Quadratic stabilization of continuous time systems with state-delay and norm-bounded time-varying uncertainties[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39(10): 2134-2137.

[3] 黎明, 陈世联. 非线性参数扰动时滞系统的鲁棒指数稳定性[J]. 昆明理工大学学报, 1997, 22(3): 123-126.

[4] Mahmoud M S, Zribi M, Soh Y C. Exponential stabilization of state-delay systems[J]. IEEE Proc Control Theory Appl, 1999, 146(2): 131-136.

[5] Shyu Kuokai, Yan Junjuh. Robust stability of uncertain time-delay systems and its stabilization by variable structure control[J]. Int J Control, 1993, 57(1): 237-246.

[6] Trinh H, Aldeen M. On robustness and stabilization of linear systems with delayed nonlinear perturbation[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1997, 42(7): 1005-1007.

[7] 钟守铭, 黄廷祝. 具有多时滞的不确定多变量反馈系统的鲁棒稳定化[J]. 自动化学报, 1998, 24(6): 837-839.

[8] 王向东, 高立群, 张嗣瀛. 不确定系统的二次稳定性和分散反馈镇定[J]. 自动化学报, 1999, 25(3): 397-401.

[9] Xu Bugong. Delay-independent stability of linear systems with multiple unknown but constant delays[J]. Control Theory and Appl, 1997, 14(5): 679-684.