第16卷 第2期 控 制 与 决 策 2001年3月
Vol 16 No. 2 CONTROL AND DECISION Mar. 2001

文章编号: 1001-0920(2001)02-0155-05

具有时变时滞的线性大系统的稳定条件

张志飞, 章 兢
(湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410084)

摘 要: 通过对系统微分方程解的估计, 讨论一类具有时变时滞的线性大系统的稳定性, 所导出的稳定性判别条件包括系统与时滞无关和与时滞相关稳定的充分条件。然后讨论了大系统的鲁棒稳定条件, 并与相关文献进行比较。计算实例表明, 所得出的结果改进了现有文献的研究结果。

关键词: 鲁棒稳定; 时滞; 矩阵指数; 微分方程
中图分类号: TP 13 **文献标识码**: A

Stability Conditions of Linear Large-scale Systems with Time-varying Delay

ZHANG Zhi-fei, ZHANG Jing
(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410084, China)

Abstract: The stability conditions for a class of linear large-scale time-varying delay systems are discussed by estimating the solution of differential equation. Several delay-independent and delay-dependent stability criteria for such systems are deduced. Robust stability for this class of systems is then discussed also. A classical example is given to illustrate the result and some comparisons.

Key words: robust stability; delay; matrix exponent; differential equation

1 引 言

具有时变时滞的线性大系统具有广泛的工程背景, 近10年来已有大量文献对该类系统的绝对稳定性进行研究。文献[1, 2]使用通用线性系统模型, 通过求解Lyapunov方程获得了一些研究结果。[3]利用比较原理和M-矩阵特性提出具有时滞的线性大系统稳定的某些条件。[4, 5]利用准对角占优阵技术进一步研究了时滞线性大系统的稳定性判据。作为Razumikhin一类理论的应用, [6~8]给出了随机大系统稳定的条件。最近, [9]建立了一种改进的Razumikhin型理论, 通过运用这种理论得到一些新的系统与时滞无关稳定的条件, 其结果降低了有关研究结果的保守性。[10, 11]在前人研究的基础上建立了更一般的Razumikhin-理论。

迄今为止, 上述文献均未讨论具有时滞的线性大系统与时滞相关稳定的条件, 当系统时滞较小时, 这些与时滞无关的稳定性判据则可能偏于保守。本文不仅讨论了系统与时滞无关稳定的条件, 而且研究了系统与时滞相关稳定的条件。由于本文仅需假定时滞为一有界非负函数, 因而所得结果适用于变时滞系统。

研究具有时变时滞的线性大系统稳定的方法主要有以下两种: 1) 利用Lyapunov稳定性理论; 2) 求

收稿日期: 2000-03-30; **修回日期**: 2000-07-27
基金项目: 国家自然科学基金项目(69974031)
作者简介: 张志飞(1963—), 男, 湖南沅江人, 副教授, 博士生, 从事大系统的稳定性与镇定等研究; 章兢(1957—), 男, 湖南韶山人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制和工业过程计算机控制与管理等研究。

解系统微分方程的一般解,通过对解的估计来获得系统的稳定条件。第1种方法常需利用Lyapunov矩阵代数方程建立系统稳定性与系统矩阵特征值之间的关系,需借助于事先指定的正定矩阵去求解Lyapunov矩阵代数方程,而这一事先指定的正定矩阵的特征值与系统矩阵的特征值之间目前尚无直接可供利用的关系。另外,由于合适的Lyapunov泛函难以构造,加之在推导过程中不等式的放大处理,可能导致所得结果偏于保守。第2种方法的有效性取决于对微分方程解结构的处理。本文的研究结果将系统的稳定性直接与系统矩阵的特征值相关联,应用实例表明了本文方法的有效性。

2　预备知识

考虑如下具有状态时滞和连接时滞的线性大系统的稳定性

$$\begin{cases} \mathring{x}_i(t) = A_i x_i(t) + A_{ii} x_i(t - \tau_{ii}(t)) + \\ \qquad \sum_{j=1, i\neq j}^{N} A_{ij} x_j(t - \tau_{ij}(t)), \quad t \in (0, +\infty) \\ x_i(t) = \phi_i(t), \quad t \in [-h, 0];\ i, j \in 1, 2, \cdots, N \end{cases} \tag{1}$$

式中,$x_i = [x_{i1} \quad x_{i2} \quad \cdots \quad x_{in_i}]^T \in R^{n_i}$ 为状态向量;$A_i \in R^{n_i \times n_i}$, A_{ii}, A_{ij} 为适当维数的常数矩阵;$\Phi_i(t) \in R^{n_i}$ 为初始向量;$\tau_{ij}(t)$ 为时滞(为一非负有界函数);$\sum_{i=1}^{N} n_i = n$, $h_i = \max_j \tau_{ij}(t)$, $h = \max_i h_i$ 分别为各子系统对第 i 个子系统的最大时滞和所有子系统的最大时滞界。

为便于讨论,首先给出如下引理:

引理1　设 $A \in R^{n \times n}$ 为一Hurwitz稳定阵,则对任一给定的实数 $0 < \epsilon < \min\{|\mathrm{Re}\lambda_i(A)|\}$, $i = 1, 2, \cdots, n$,存在实数 $M > 0$,使得

$$\|\exp(At)\| \leq M\exp(-\epsilon t), \quad t \geq 0 \tag{2}$$

证明略。

引理2[12]　设 $F \in [R^n[R^+ \times R^+ \times R^n]$,每一对 (t, s) 关于 x 单调非减,则有

$$x(t) \leq x_0(t) + \int F(t, s, x(s))\mathrm{d}s$$

式中,$x, x_0 \in R^n[R^+]$。设 $r(t)$ 是在 $[t_0, \infty)$ 上方程

$$x(t) = x_0(t) + \int F(t, s, x(s))\mathrm{d}s$$

满足初始条件 $x(t_0) \leq r(t_0)$ 的最大解,则有 $x(t) \leq r(t)$, $t \geq t_0$。

引理3　设 $A_i \in R^{n_i \times n_i}$ 为Hurwitz矩阵,$i = 0, 1, \cdots, N$,如果存在实数

$$0 < \epsilon_i < \min_{j=1,2,\cdots,n_i}\{|\mathrm{Re}\lambda_j(A_i)|\}, \quad i = 1, 2, \cdots, N$$

使由式(3)定义的 $N \times N$ 矩阵 $C = (c_{ij})$,其中

$$c_{ij} = \begin{cases} \epsilon_i - \|A_{ii}\|, & j = i \\ -\|A_{ij}\|, & j \neq i \end{cases} \tag{3}$$

为一M-矩阵,则系统(1)渐近稳定。

证明　系统(1)的一般解为

$$x_i(t) = \exp(A_i t)x_i(0) + \int \exp(A_i(t - s)) \times \sum_{j=1}^{N} A_{ij}x_j(s - \tau_{ij}(s))\mathrm{d}s$$
$$i = 1, 2, \cdots, N \tag{4}$$

对式(4)两边取范数,得

$$\|x_i(t)\| \leq \|\exp(A_i t)\| \|x_i(0)\| + \int \|\exp(A_i(t - s))\| \sum_{j=1}^{N} \|A_{ij}\| \times \|x_j(s - \tau_{ij}(s))\|\mathrm{d}s$$

根据引理1,必存在有界正实数 M,使得

$$\|x_i(t)\| \leq M\exp(-\epsilon t)\|x_i(0)\| + \int M\exp(-\epsilon_i(t - s))\sum_{j=1}^{N}\|A_{ij}\| \times \|x_j(s - \tau_{ij}(s))\|\mathrm{d}s \tag{5}$$

成立。记

$$y_j(s) = \sup_{\tau \in [0, h]}\|x_j(s - \tau)\|$$
$$y_j(0) = \sup_{\tau \in [0, h]}\|x_j(-\tau)\|$$

则　$y_j(t) \geq \|x_j(t)\|$, $j = 1, 2, \cdots, N$

引进上述记号,从式(5)易得

$$\|x_i(t)\|/M \leq \exp(-\epsilon t)y_i(0) + \int \exp(-\epsilon_i(t - s))\sum_{j=1}^{N}[\|A_{ij}\|y_j(s)]\mathrm{d}s \tag{6}$$

显然,不等式(6)右端是如下微分方程的解

$$\mathring{y}_i(t) = -\epsilon y_i(t) + \sum_{j=1, j\neq i}^{N}\|A_{ij}\|y_j(t)$$
$$i = 1, 2, \cdots, N \tag{7}$$

记 $Y(t) = [y_1(t) \quad y_2(t) \quad \cdots \quad y_N(t)]^T$,则微分方程(7)可改写成

$$\mathring{Y}(t) = -CY(t) \tag{8}$$

记 $R(t) = [r_1(t) \quad r_2(t) \quad \cdots \quad r_N(t)]^T$ 为微分方程(8)的最大解,根据引理2和式(6),有 $\|x_j(t)\| \leq M r_j(t)$, $j = 1, 2, \cdots, N$。当引理条件成立时,系统(8)

渐近稳定, 因此系统(1) 是渐近稳定的。(证毕)

3 主要结果

3.1 具有时变时滞的线性大系统与时滞无关稳定的条件

下面讨论针对系统(1) 中各 τ_{ij} 有界但没有更多信息可供利用的情形下, 系统(1) 的稳定性问题。

定理 1 设 $A_i \in R^{n_i \times n_i}$ 为 Hurwitz 稳定矩阵, 如果由式(9) 定义的 $N \times N$ 检验矩阵 $F = (f_{ij})$, 其中

$$f_{ij} = \begin{cases} -\max\limits_{j=1,2,\cdots,n_i} \mathrm{Re}\lambda_j(A_i) - \|A_{ii}\|, & j = i \\ -\|A_{ij}\|, & j \neq i \end{cases} \tag{9}$$

为 M - 矩阵, 则系统(1) 渐近稳定。

证明 因 $F = (f_{ij})_{N\times N}$ 为 M - 矩阵, 根据连续函数的性质, 必存在满足引理 2 的 ϵ, $i = 1, 2, \cdots, N$, 使引理 2 中的 C 为一 M - 矩阵。再由引理 2, 易知定理成立。

注 1 文献[10] 根据 Razumikhin - 型理论, 给出一个关于系统(1) 渐近稳定的充分条件为 $N \times N$ 的检验矩阵 $E = (e_{ij})$, 其中

$$e_{ij} = \begin{cases} \lambda_m(Q_i) - 2\lambda_M(P_i)\|A_{ii}\|_2, & i = j \\ -2\lambda_M(P_i)\|A_{ij}\|_2, & i \neq j \end{cases} \tag{10}$$

$$A_i^T P_i + P_i A_i = -Q_i \tag{11}$$

为一 M - 矩阵, 这等价于检验 $E^{(1)} = (e_{ij}^{(1)})$, 其中

$$e_{ij}^{(1)} = \begin{cases} -\lambda_{\max}(A_i) - \dfrac{-2\lambda_M(P_i)\lambda_{\max}(A_i)}{\lambda_{\min}(Q_i)}\|A_{ii}\|_2, & i = j \\ \dfrac{2\lambda_M(P_i)\lambda_{\max}(A_i)}{\lambda_{\min}(Q_i)}\|A_{ij}\|_2, & i \neq j \end{cases} \tag{12}$$

是否为 M - 矩阵。设 x 为 A_i 对应于具有最大实部的特征值 λ 的特征向量, 即 λ 满足 $\max\limits_{j=1,2,\cdots,n_i} \mathrm{Re}\lambda_j(A_i) = \mathrm{Re}(\lambda)$。用 x^H 和 x (x^H 是 x 的共轭特征向量) 分别左乘以和右乘以式(11), 得

$$x^H(\bar{\lambda} + \lambda)P_i x = -x^H Q_i x$$

式中 $\bar{\lambda}$ 是 λ 的共轭值。由于

$$-2\mathrm{Re}(\lambda)\lambda_{\max}(P_i)\|x\|^2 \geq -x^H(\bar{\lambda} + \lambda)P_i x = x^T Q_i x \geq \lambda_{\min}(Q_i)\|x\|^2$$

所以 $$\frac{-2\lambda_{\max}(P_i)\max(\mathrm{Re}\lambda(A_i))}{\lambda_{\min}(Q_i)} \geq 1$$

这表明 $E^{(1)} = (e_{ij}^{(1)})$ 为 M - 矩阵蕴含 $F = (f_{ij})_{N\times N}$ 为 M - 矩阵, 故本文结果改进了文献[9] 的结论。

注 2 文献[4] 通过构造一向量 Lyapunov 泛函并运用比较原理, 得到一系列(1) 渐近稳定的条件是检验 $N \times N$ 矩阵 $S = (s_{ij})$, 其中

$$s_{ij} = \begin{cases} \dfrac{\lambda_m(Q_i)}{2\lambda_M(P_i)} - \left[\dfrac{\lambda_M(Q_i)}{\lambda_m(P_i)}\right]^{1/2}\|A_{ii}\|, & i = j \\ -\left[\dfrac{\lambda_M(Q_i)}{\lambda_m(P_i)}\right]^{1/2}\|A_{ij}\|, & i \neq j \end{cases} \tag{13}$$

是否为一对角元素为正的严格准对角占优矩阵(等价于一 M - 矩阵)。该结论比文献[9] 的结果更为保守和严格, 由注 1 可知本文结论优于该结果。

注 3 文献[3] 给出的系统(1) 是否渐近稳定的条件是检验 $N \times N$ 矩阵 $M = (m_{ij})$, 其中

$$m_{ij} = \begin{cases} -\mu(A_i) - \|A_{ii}\|_\alpha, & i = j \\ -\|A_{ij}\|_\alpha, & i \neq j \end{cases} \tag{14}$$

是否为一 M - 矩阵, 其中 $\alpha = 1, 2, \cdots, \infty$。这要求系统矩阵必须是一般意义下稳定的, 即要求 $\mu(A_i) < 0$; 而本文结果则没有这种限制。

注 4 文献[5] 在讨论系统(1) 的稳定性时, 不允许有对角联接时滞存在, 即要求 $h_{ii} = 0$, $i = 1, 2, \cdots, N$。

3.2 具有时变时滞的线性大系统与时滞相关稳定的条件

下面讨论当不满足定理 1 时系统(1) 的稳定性问题。本节的主要任务是找到各子系统关于 τ_{ij} 的允许时滞界 h_i, 使得条件 $0 \leq \tau_{ij}(t) < h_i$ ($i \in N$, $j \in N$) 成立时, 系统(1) 仍能保持渐近稳定。

设 $x(t)$, $t \geq 0$ 是系统(1) 的解, 因 $x(t)$ 在 $t \geq 0$ 时是连续可微的, 由文献[6], 有

$$x(t - \tau) = x(t) - \int_{-\tau}^{0} \dot{x}(t + \theta)\,d\theta, \quad t \geq \tau \tag{15}$$

将式(15) 代入(1), 得

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + \sum\limits_{j=1}^{N} A_{ij}\Big[x_j(t) - \displaystyle\int_{-\tau}^{0}\Big[A_i x_j(t+\theta) - \sum\limits_{l=1}^{N} A_{jl} x_l(t + \theta - \tau_{jl}(t))\Big]d\theta\Big] \\ x_i(t) = \phi_i(t), \quad t \in [-2h, 0];\ i, j \in N \end{cases} \tag{16}$$

显然, 式(1) 的稳定性等价于(16) 的稳定性。

综合引理 2 和定理 1 的证明方法, 容易得到如下定理:

定理 2 设 $A_i + A_{ii} \in R^{n_i \times n_i}$ ($i = 0, 1, \cdots, N$) 为 Hurwitz 稳定矩阵, 则当 $N \times N$ 矩阵 $C = (c_{ij})$, 其中

$$c_{ij}=\begin{cases}-\max\limits_{j=1,2,\cdots,n_i}\mathrm{Re}\lambda_j(A_i+A_{ii})-\\ h_i\left(\|A_{ii}A_i\|+\sum\limits_{l=1}^{N}\|A_{il}A_{li}\|\right), \quad j=i\\ -\|A_{ij}\|-h_i\left(\|A_{ij}A_j\|-\sum\limits_{l=1}^{N}\|A_{il}A_{li}\|\right), \quad j\neq i\end{cases} \tag{17}$$

为M-矩阵时,系统(1)是渐近稳定的。

3.3 具有时变时滞的线性大系统的鲁棒稳定性

考虑如下具有扰动的系统的稳定性

$$\begin{cases}\mathring{x}_i(t)=\\ (A_i+\Delta A_i)x_i(t)+(A_{ii}+\Delta A_{ii})x_i(t-\tau_{ii}(t))+\\ \sum\limits_{j=1,i\neq j}^{N}(A_{ij}+\Delta A_{ij})x_j(t-\tau_{ij}(t)), \quad t\in(0,+\infty)\\ x_i(t)=\Phi(t), \quad t\in[-h_i,0]\end{cases} \tag{18}$$

此时记矩阵(·)的扰动为Δ(·),且各扰动具有范数界(对所有的 i 和 j)

$$\|\Delta A_i\|\leq\alpha_i, \quad \|\Delta A_{ij}\|\leq\alpha_{ij} \tag{19}$$

采用与上述分析相同的方法,可得如下结论:

定理3 设 $A_i\in R^{n_i\times n_i}(i=0,1,\cdots,N)$ 为Hurwitz稳定阵,则当 $N\times N$ 检验矩阵 $C=(c_{ij})$,其中

$$c_{ij}=\begin{cases}-\max\limits_{j=1,2,\cdots,n_i}\{\mathrm{Re}\lambda_j(A_i)\}-\\ \|A_{ii}\|-\alpha_i-\alpha_{ii}, \quad j=i\\ -\|A_{ij}\|-\alpha_{ij}, \quad j\neq i\end{cases} \tag{20}$$

为M-矩阵时,系统(1)渐近稳定。

推论1 当扰动项满足不等式

$$\alpha_i+\alpha_{ii}\leq-\max\mathrm{Re}\lambda(A_i)-\|A_{ii}\|-S_i \tag{21}$$

其中

$$S_i=\sum_{j=1,j\neq i}^{N}(\|A_{ij}\|+\alpha_{ij}) \tag{22}$$

时,则系统(1)是渐近稳定的。

证明 根据文献[13,14]关于矩阵稳定性的判别准则,当不等式(21)成立时,由式(20)定义的矩阵C必为M-矩阵,故推论1成立。

4 应用实例

考虑如下具有时变时滞的关联系统[2,11]

$$\mathring{x}_1(t)=$$
$$(A_1+\Delta_1)x_1(t)+A_{11}x_1(t-\tau_{11})+$$
$$A_{12}x_2(t-\tau_{12})+A_{13}x_3(t-\tau_{13})$$
$$\mathring{x}_2(t)=$$
$$(A_2+\Delta_2)x_2(t)+A_{21}x_1(t-\tau_{21})+$$
$$A_{22}x_2(t-\tau_{22})+A_{23}x_3(t-\tau_{23})$$
$$\mathring{x}_3(t)=$$
$$(A_3+\Delta_3)x_3(t)+A_{31}x_1(t-\tau_{31})+$$
$$A_{32}x_2(t-\tau_{32})+A_{33}x_3(t-\tau_{33})$$

其中

$$A_1=\begin{bmatrix}-5 & 1\\ 2 & -7\end{bmatrix}, \quad A_2=\begin{bmatrix}-6 & 2\\ 1 & -6\end{bmatrix}$$
$$A_3=\begin{bmatrix}-7 & 2\\ 1 & -5\end{bmatrix}, \quad A_{11}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$
$$A_{12}=\begin{bmatrix}0.1 & 0.2\\ 0.1 & 0.2\end{bmatrix}, \quad A_{13}=\begin{bmatrix}0.2 & 0.3\\ 0.2 & 0.3\end{bmatrix}$$
$$A_{21}=\begin{bmatrix}0.3 & 0.2\\ 0.3 & 0.2\end{bmatrix}, \quad A_{22}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$
$$A_{23}=\begin{bmatrix}0.4 & 0.2\\ 0.4 & 0.2\end{bmatrix}, \quad A_{31}=\begin{bmatrix}0.4 & 0.3\\ 0.4 & 0.3\end{bmatrix}$$
$$A_{32}=\begin{bmatrix}0.2 & 0.5\\ 0.2 & 0.5\end{bmatrix}, \quad A_{33}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

由式(21)得到的允许扰动界为

$$\|\Delta_1\|<1.4418, \quad \|\Delta_2\|<1.4434$$
$$\|\Delta_3\|<0.7993,$$
$$\|\Delta_1\|+\|\Delta_2\|+\|\Delta_3\|<3.6845$$

有关该系统的近期研究结果如表1所示。

由表1可以看出,本文结果明显优于其它有关文献的研究结果。

5 结 论

本文应用微分方程解估计理论和比较原理,研究了具有时变时滞的线性大系统与时滞相关的稳定条件以及与时滞无关的稳定条件,并将研究结果与现有有关结果进行比较,表明本文结果改进了有关文献的研究结果。由于本文仅假定时滞非负有界,因此所述方法同样适用于自由时滞系统。应用实例表明了本文方法的有效性。

表1 系统的近期研究结果

结 果	$\|\Delta_1\|$	$\|\Delta_2\|$	$\|\Delta_3\|$	$\|\Delta_1\|+\|\Delta_2\|+\|\Delta_3\|$
本 文	< 1.441 8	< 1.443 4	< 0.799 3	< 3.684 5
文献[2]	< 0.311 7	< 0.583 3	< 0.311 7	< 1.206 7
文献[11]	< 0.633 6	< 0.670 0	< 0.285 0	< 1.588 6

(下转第162页)

$$\sum_{\eta \neq \tilde{\tau}_i} p_{\eta}^{S\varphi}(\tilde{\alpha}) p_a^{E_i}(\eta) + \sum_{j=1}^{m_i} p_{\tau_j}^{S\varphi}(\tilde{\alpha}) p_a^{E_i}(\tilde{\tau}_j) \qquad (10)$$

显然, $p_a^{E_i}(\tilde{\tau}_j) = 0$; 而当 $\eta = \tilde{\tau}_j$ 时, 有

$$p_a^{E_i}(\eta) = 1 - \delta, \quad j = 1, 2, \cdots, m_i \qquad (11)$$

且 $\sum_{\eta \neq \tilde{\tau}_j} p_{\eta}^{S\varphi}(\tilde{\alpha}) = 1$。由此得

$$p_a^{\Sigma}(\tilde{\alpha}) = (1 - \delta) \sum_{\eta} p_{\eta}^{S\varphi}(\tilde{\alpha}) = 1 - \delta \qquad (12)$$

最后得

$$Q(\Sigma, \tilde{\alpha}) = 1 - p_a^{\Sigma}(\tilde{\alpha}) \geq \delta \qquad (13)$$

(证毕)

很容易找到许多不是常可靠故障源的例子, 并可构造不满足定理 3 的系统。

5 结 论

本文研究了故障源作用下没有可靠输入数组系统的可靠性评估, 并建立了常可靠故障源的模型, 给出并证明了在其作用下系统可靠性的估计定理。由上述分析及不可靠单元构成充分可靠系统的定义, 可以证明在常可靠故障源作用下的单元不可能构成充分可靠的系统。

参考文献:

[1] J Von Neuman. Probabilistic logics and the synthesis of reliable organisms from unreliable components [M]. Princeton: Princeton University Press, 1956.

[2] Яблонский С В. Надёжность управляющих систем. Методическая разработка по курсу Элементы кибернетики[M]. Ротапринт НИВЦ МГУ, 1991.

[3] Тарасов В В. К проблеме полноты для систем функций алгебры логики с ненадежной реализацией[J]. Математический сборник, 1975, 99(3): 378-394.

[4] Тарасов В В. К синтезу надёжных схем из ненадёжных элементов[J]. Математические заметки, 1976, 20(3): 391-400.

[5] Deng B X. Study of attribute of functional element system [A]. Proc of 2nd Int Conf on Discrete Models in Control System Theory[C]. Moscow: Dialogue-MSU, 1997. 25-26.

[6] 邓北星, S A Lozhkin. 基于Neuman 故障源的实故障源模型[J]. 控制与决策, 2000, 15(6): 716-718.

(上接第 158 页)

参考文献:

[1] A Hmamed. Note on the stability of large-scale system with delay[J]. Int J Syst Sci, 1986, 17(7): 1083-1087.

[2] Wang W J, Song C C, Kao C C. Robustness bounds for large-scale systems with structure and unstructured uncertainties[J]. Int J of Syst Sci, 1991, 22(1): 209-216.

[3] T Mori, N Fukuma, M Kuwahara. Simple stability criteria for single and composite linear systems with time delays[J]. Int J Contr, 1981, 34(6): 1179-1184.

[4] I H Suh, Z Bien. A note on the stability of large-scale system with delay [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1982, 27(1): 256-258.

[5] R W Lewis, B D O Andson. Necessary and sufficient for delay-independent stability of linear autonomous systems [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1980, 25(4): 735-739.

[6] B S Razumihkin. The application of Lyapunov's method to problem in stability systems with delay[J]. Autom & Remote Contr, 1960, 21(3): 515-520.

[7] J K Hale. Theory of functional differential equation [M]. New York: Springer-Verlag, 1997.

[8] M H Chang. Stability of interconnected stochastic delay systems[J]. Appl Math Comput, 1985, 16(2): 277-295.

[9] B Xu, Y Lui. An improved Razumikhin-type theorem and its applications[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39(4): 839-841.

[10] B Xu. On delay-independent stability of large-scale systems with time delay[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1995, 40(5): 930-933.

[11] Schoen G M, Geering H P. A note robustness bounds for large-scale time-delay systems[J]. Int Syst Sci, 1995, 26(12): 2441-2444.

[12] Lakshmikanthasm V, Leela S. Differential and integral inequalities [M]. New York: Academic Press, 1969.

[13] Palmer K J. A sufficient condition that a matrix has eigenvalues with nonzero real parts[J]. Linear Multilinear Algebra, 1979, 7(1): 43-45.

[14] Tong W T. Distribution of eigenvalues for several classes of matrices[J]. Acta Math Sci, 1977, 20(4): 272-275.