第 16 卷 第 3 期　　控 制 与 决 策　　2001 年 5 月
Vol. 16 No. 3　　CONTROL AND DECISION　　May 2001

文章编号: 1001-0920(2001)03-303-04

大型非线性混沌网络系统的分散最优控制研究

温 香 彩
(国家环境保护总局 信息中心, 北京 100029)

摘　要: 基于最优控制理论及线性近似方法, 研究具有众多非线性子系统关联耦合组成的大型混沌网络系统的控制问题。由于集中控制结构非常复杂, 工程设计困难, 且难以实现, 故从可靠性和经济性出发, 建立了分散控制策略。仿真结果验证了这一理论的正确性。

关键词: 混沌; 网络; 分散控制; 非线性系统
中图分类号: TP 2　　文献标识码: A

Study on Decentralized Optimal Control of Large Scale Nonlinear Chaotic Network Systems

WEN Xiang-cai
(Information Centre of State Environmental Protection Administration, Beijing 100029, China)

Abstract: Based on theory of optimal control and method of linear approximation, the problem of control for large scale interconnected coupling chaotic network nonlinear systems with many nonlinear subsystems is studied. Because of the difficulty to design and the complecity of the central control structure, decentralized control laws is established for economic and reliability. Simulation results illustrate the validity of theory established.

Key words: chaos; network; decentralized control; nonlinear systems

1 引　　言

在经典控制问题中, 稳定性有明确的意义, 而混沌的控制目前还没有统一的定义。有人定义混沌的控制是平衡点的稳定性, 也有人定义为多个吸引域的消除。在某些情况下, 则是把对象稳定到周期轨道作为控制目标。总之, 混沌的控制问题是对混沌的某种抑制或诱发。

在混沌吸引子中, 存在无数多个不稳定的周期轨道。Ott 等[1]利用小的输入, 对镇定某些不稳定轨道提出了一种控制方法, 其基本思想是: 当系统的轨道到达目标轨道附近时, 引入一小的输入使其稳定。所选取的反馈增益要求被控轨道击中目标轨道的一局部稳定流形, 利用一正 Lyapunov 指数和方向进行计算。Chen[2] 讨论了混沌离散系统的最优控制问题, 指出了混沌系统的最优控制与传统的最优控制的区别: 传统的最优控制往往选定的是具有实际意义的物理量, 如作用力、力矩、电压等; 而混沌系统的最优控制则是系统参数的扰动, 其意义为通过混沌系统参数的摄动, 以很小的控制输入对系统输出产生较大的影响。

本文考虑由众多子系统关联耦合组成的非线性

收稿日期: 2000-03-01; 修回日期: 2000-05-22
基金项目: 国家自然科学基金项目(69874010)
作者简介: 温香彩(1964—), 女, 河南濮阳人, 教授, 博士后, 从事广义系统变结构控制、非线性系统的混沌机理及控制研究。

网络混沌系统。对此网络, 一方面由于结点多, 难以实现集中控制, 故采用局部分散控制方法, 即每个局部控制器仅与每一子系统的局部状态有关, 而与其它状态无关; 另一方面, 仅用局部信息难以(有时甚至是不可能的) 估计其 Lyapunov 指数, 因此利用最优控制理论, 通过两条途径设计反馈增益: 一是根据各子系统的目标函数及最优子控制器, 调节大系统的目标函数, 使系统稳定化; 二是对分散化的已选定目标函数, 设计分散最优控制器, 在关联项满足一定条件时, 大系统在不稳定点处被稳定化。

2 主要结果

考虑由 N 个非线性连续时间子系统组成的非线性网络系统

$$\mathring{x}_i(t) = f_i(x(t), u_i(t)), \quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{1}$$

其中, $x_i \in R^{n_i}$ 和 $u_i \in R^{r_i}$ 分别为第 i 个子系统的状态和输入, $f_i: R^n \times R^{r_i} \to R^{n_i}$ 充分光滑, $x = (x_1^T \ x_2^T \cdots x_N^T)^T$, $\sum_{i=1}^N n_i = n$。

由 Lyapunov 线性化原理[3] 知, 非线性系统平衡点的局部稳定性可由其线性近似得出。即若关于此平衡点的线性近似是严格稳定的, 则非线性系统具有局部渐近稳定平衡点; 若线性近似至少有一个特征值具有正实部, 则非线性系统是局部不稳定的。下面根据此原理及最优化控制方法对大型非线性网络系统(1) 设计控制, 使其闭环系统无混沌行为, 且保持稳定。

设 $x^* = (x_1^{*T} \quad x_2^{*T} \quad \cdots \quad x_N^{*T})^T$ 为系统(1) 在 $u(t) \equiv (u_1^T \quad u_2^T \quad \cdots \quad u_N^T) \equiv 0$ 时的一个固定点, 即 $0 = f_i(x^*, 0), i = 1, 2, \cdots, N$。假定系统(1) 在 x^* 所嵌入的邻域内有一混沌吸引子, 则在 $x = x^*, u \equiv 0$ 处的邻域内, 式(1) 的局部线性化系统可描述为

$$\delta\mathring{x}_i(t) = A_i\delta x_i(t) + \sum_{j=1, j\neq i}^N A_{ij}\delta x_j(t) + B_i u_i(t)$$
$$i = 1, 2, \cdots, N \tag{2}$$

其中

$$\delta x_i(t) = x_i(t) - x_i^*(t), \quad A_i = \left.\frac{\partial f_i}{\partial x_i}\right|_{x_i = x_i^*, u_i = 0}$$

$$A_{ij} = \left.\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right|_{x_i = x_i^*, u_i = 0}, \quad B_i = \left.\frac{\partial f_i}{\partial u_i}\right|_{x_i = x_i^*, u_i = 0}$$

子系统(2) 的孤立子系统为

$$\delta\mathring{x}_i(t) = A_i\delta x_i(t) + B_i u_i(t)$$
$$i = 1, 2, \cdots, N \tag{3}$$

对每一子系统 i, 目标函数

$$J_i = \int_0^\infty (\delta x_i^T(t) Q_i \delta x_i(t) + u_i^T(t) R_i u_i(t))\,dt$$

其中 $Q_i \in R^{n_i \times n_i}$ 和 $R_i \in R^{r_i \times r_i}$ 为任意正定对称矩阵。J_i 越小, δx_i 收敛到 0 的速度越快, u_i 的花费也越小。因此对孤立子系统(3), 寻找控制 $u_i = K_i\delta x_i(t)$ $(i = 1, 2, \cdots, N)$ 的目标就是设计 K_i 使得 J_i 最小化。

假设 (A_i, B_i) $(i = 1, 2, \cdots, N)$ 能稳, 则由最优控制理论[4] 知 $K_i = -R_i^{-1}B_i^T P_i, i = 1, 2, \cdots, N$。其中 P_i 为如下代数 Riccati 方程的对称正定解。

$$P_i A_i + A_i^T P_i - P_i B_i R_i^{-1} B_i^T P_i + Q_i = 0$$
$$i = 1, 2, \cdots, N \tag{4}$$

若令

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & A_{12} & \cdots & A_{N1} \\ A_{21} & 0 & \cdots & A_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta x = (\delta x_1^T \quad \delta x_2^T \quad \cdots \quad \delta x_N^T)^T$$
$$B = \text{block diag}\{B_1, B_2, \cdots, B_N\}$$
$$K = \text{block diag}\{K_1, K_2, \cdots, K_N\}$$
$$A = \text{block diag}\{A_1, A_2, \cdots, A_N\}$$

则在分散控制

$$u = K\delta x \tag{5}$$

的作用下, 由文献[5] 知式(1) 的闭环系统

$$\delta\mathring{x} = (A + BK + \bar{A})\delta x \tag{6}$$

不一定稳定。

下面给出式(5) 保证系统(6) 稳定的条件, 方法有以下两种:

2.1 适当改变大系统(**6**) 的目标函数

此种情况下的问题为: 寻找一个适当的二次性能指标

$$J = \int_0^\infty (\delta x^T(t) Q \delta x(t) + u^T(t) R u(t))\,dt \tag{7}$$

使系统在分散控制(5) 的作用下最小化 J。有如下定理:

定理 1 对大型系统(2), 如果 $(A + \bar{A}, B)$ 能稳, (A_i, B_i) 能稳, $R = \bar{R}$, 而

$$Q = \bar{Q} - (\bar{P}\bar{A} + \bar{A}^T\bar{P}) \tag{8}$$

为正定对称矩阵, 则系统(2) 存在最优分散控制(5) 使性能指标(7) 最小, 且其闭环系统稳定。其中

$$\begin{cases} u = (u_1^T \quad u_2^T \quad \cdots \quad u_N^T)^T \\ u_i = -R_i^{-1}B_i^T P_i \delta x_i \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} \bar{Q} = \text{block diag}\{Q_1, Q_2, \cdots, Q_N) \\ \bar{P} = \text{block diag}\{P_1, P_2, \cdots, P_N\} \\ \bar{R} = \text{block diag}\{R_1, R_2, \cdots, R_N\} \end{cases} \tag{10}$$

证明　由$(A+\bar{A},B)$能稳及文献[4]知, 存在最优控制$u^*=K^*\delta x$使J最小, 且$K^*=-\bar{R}^{-1}B^{\mathrm{T}}P^*\delta x$。$P^*$为Riccati方程$P^*(A+\bar{A})+(A+\bar{A})^{\mathrm{T}}P^*-P^*B\bar{R}^{-1}B^{\mathrm{T}}P^*+Q=0$的对称正定解。注意到式(4)和(10), 得$\bar{P}A+A^{\mathrm{T}}\bar{P}-\bar{P}B\bar{R}^{-1}B^{\mathrm{T}}P+\bar{Q}=0$, 故$P^*=\bar{P}$, 闭环系统的最优控制解为$u=-R^{-1}B^{\mathrm{T}}P\delta x$。

下面证明闭环系统稳定。取Lyapunov函数$V=\delta x^{\mathrm{T}}\bar{P}\delta x$, 则沿闭环系统解的轨道$V$关于$t$的导数为

$$\mathrm{d}V/\mathrm{d}t=-\delta x^{\mathrm{T}}(Q+\bar{P}B\bar{R}^{-1}B^{\mathrm{T}}\bar{P})\delta x<0$$

由Lyapunov定理即可证得。(证毕)

当式(2)中$A_{ij}\in\mathrm{Im}B_i, i\neq j$时, 有如下定理:

定理2[6]　对系统(2), 如果$A_{ij}\in\mathrm{Im}B_i, i\neq j$, (A_i,B_i)能稳, 则存在最优分散控制$u^*=K^*\delta x$, 使系统的某二次性能指标J最小。

2.2　适当限制关联项

上面利用适当选择大系统的目标函数, 在关联项满足一定条件时给出了镇定方法。但由于实际中N可能很大, 定理的条件不易验证; 另一方面, 实际问题可能仅要求对系统设计分散控制器。因此下面给出另外一种较易判定的方法, 尽管该方法给出的关联项条件较前一种方法保守, 但易于验证。

定理3　若(A_i,B_i)能稳, 则不论孤立子系统的零解部分稳定与否, 总可选取使系统的二次性能指标J_i分别取最小值的最优负反馈控制函数$u_i=-R_i^{-1}B_i^{\mathrm{T}}P_i\delta x_i$, 使孤立子系统的闭环子系统的零解渐近稳定。当$E<\Delta$时, 大型控制系统的闭环系统的零解渐近稳定。其中

$$\Delta=\min\left[\beta_i\Big\backslash\sum_{j=1,j\neq i}^{N}(P^{(j)}n_j+P^{(i)}(n-n_i)),\quad i=1,2,\cdots,N\right]$$

$$P_l^{(i)}=\sum_{j=n_1+\cdots+n_{i-1}}^{n_1+\cdots+n_i}\left|P_{jl}^i\right|,\ l=n_1+\cdots+n_{i-1}+1,\cdots,n_1+\cdots+n_i,\quad i=1,2,\cdots,N$$

$$P^{(i)}=\max[P_l^{(i)}, l=n_1+\cdots+n_{i-1}+1,\cdots,n_1+\cdots+n_i],\quad i=1,2,\cdots,N$$

$$E=\max\{\left|A_{ij}\right|, i,j=1,2,\cdots,N, i\neq j\}$$

A_{ij}为矩阵$\bar{A}$的元素。

证明　由Riccati矩阵方程(4)的对称正定解P_i构造二次型正定函数

$$V_i(\delta x_i)=\delta x_i^{\mathrm{T}}P_i\delta x_i=\sum_{l,j=n_1+\cdots+n_{i-1}+1}^{n_1+\cdots+n_i}P_{lj}^i\delta x_l\delta x_j$$

$$j=1,2,\cdots,N$$

$$\delta x_i=(\delta x_{n_1+\cdots+n_{i-1}+1}\quad\delta x_{n_1+\cdots+n_{i-1}+2}\quad\cdots\quad\delta x_{n_1+\cdots+n_i})^{\mathrm{T}}$$

则V_i沿孤立闭环子系统

$$\delta\dot{x}_i=(A_i-B_iK_i)\delta x_i\tag{11}$$

解的轨道对t的导数为

$$\mathrm{d}V_i/\mathrm{d}t=\delta x_i^{\mathrm{T}}P_i(A_i-B_iK_i)\delta x_i+\delta x_i^{\mathrm{T}}(A_i-B_iK_i)^{\mathrm{T}}P_i\delta x_i$$

把$K_i=-R_i^{-1}B_i^{\mathrm{T}}P_i$代入, 并注意到式(4), 有

$$\mathrm{d}V_i/\mathrm{d}t=-\delta x_i^{\mathrm{T}}(Q_i+P_iB_iR_i^{-1}B_i^{\mathrm{T}}P_i)\delta x_i\tag{12}$$

因为$(Q_i+P_iB_iR_i^{-1}B_i^{\mathrm{T}}P_i)$正定, 故所有特征根大于零, 存在正常数$\beta_i$使

$$\delta x_i^{\mathrm{T}}(Q_i+P_iB_iR_i^{-1}B_i^{\mathrm{T}}P_i)\delta x_i\geq\beta_i\delta x_i^{\mathrm{T}}\delta x_i\tag{13}$$

将式(13)代入(12), 得$\mathrm{d}V_i/\mathrm{d}t\leq-\beta_i\delta x_i^{\mathrm{T}}\delta x_i$, 故孤立子系统(3)的闭环子系统(11)的零解渐近稳定。

令$u=(u_1^{\mathrm{T}}\quad u_2^{\mathrm{T}}\quad\cdots\quad u_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$, $u_i=-R_i^{-1}B_i^{\mathrm{T}}P_i\delta x_i$为大型控制系统的负反馈控制函数, 并设孤立子系统的Lyapunov函数和$V(\delta x)=\sum_{i=1}^{N}V_i(\delta x_i)$作为大型控制系统的正定二次型$V$函数, 则由定理条件可得$V$沿闭环系统解的轨道关于$t$的导数$\mathrm{d}V/\mathrm{d}t<0$。因此系统的闭环系统稳定。(证毕)

注1　本文方法适用于不稳定点已知的情况; 利用本文方法也可镇定系统的某一已知轨道; 定理3虽然对关联项的限制较保守, 但对含有控制关联的非线性网络系统仍然有效; 本文的结果可以推广到离散系统。

3　仿真实验

考虑由如下N个Genesio系统

$$\dddot{x}_i+a\ddot{x}_i+b\dot{x}_i+cx_i-x_i^2=0\tag{14}$$

耦合组成的非线性网络系统

$$\dddot{x}_i+a\ddot{x}_i+b\dot{x}_i+cx_i-x_i^2-u_i-\sum_{j=1,j\neq i}^{N}(\dot{x}_j+\ddot{x}_j)=0$$

令$x_{i1}=x_i$, $\dot{x}_{i1}=x_{i2}$, $\dot{x}_{i2}=x_{i3}$, 则系统(14)可化为

$$\begin{cases}\dot{x}_{i1}=x_{i2},\quad\dot{x}_{i2}=x_{i3}\\ \dot{x}_{i3}=-cx_{i1}-bx_{i2}-ax_{i3}+x_{i1}^2+\\ \qquad u_i+\sum_{j=1,j\neq i}^{N}A_{ij}x_j,\quad j=1,2,\cdots,N\end{cases}\tag{15}$$

其中$A_{ij}=(0\quad 1\quad 1)$。取$a=0.43$, $b=1.1$, $c=1$, 则孤立子系统的相图如图1所示。

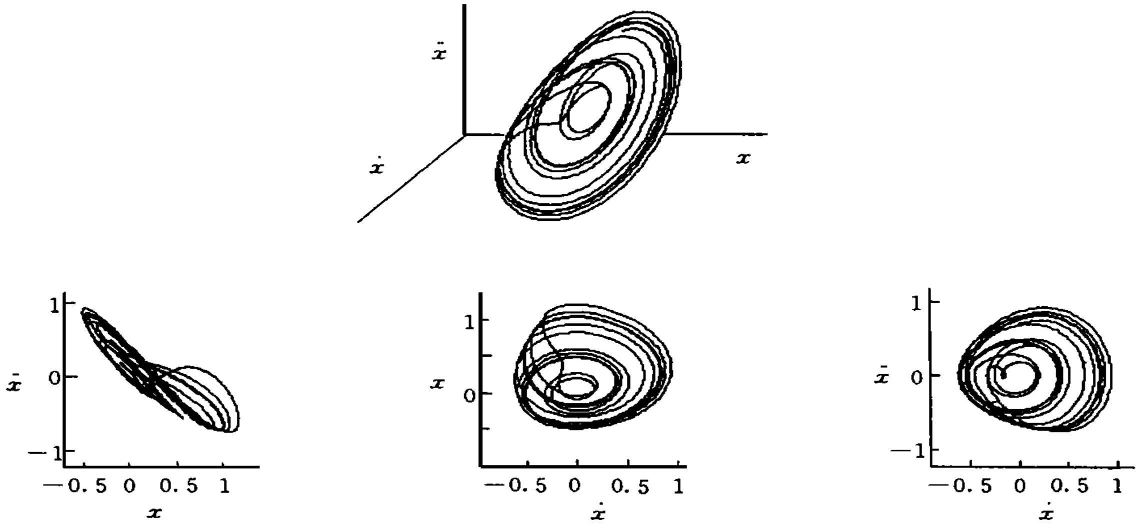

图 1 孤立 **Genesio** 系统的相图

在 $x_i = x_j = 0$ 处, 线性化子系统为

$$\begin{bmatrix}\dot{\delta x}_{i1}\\ \dot{\delta x}_{i2}\\ \dot{\delta x}_{i3}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-1&-1.1&-0.43\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta x_{i1}\\ \delta x_{i2}\\ \delta x_{i3}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}\sum_{j=1,j\neq i}^{N} A_{ij}\begin{bmatrix}\delta x_{j1}\\ \delta x_{j2}\\ \delta x_{j3}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u_i$$

系统(15) 满足定理 2 的所有条件。令

$$N = 2,\quad R_i = 1,\quad Q_i = \begin{bmatrix}100&0&0\\0&100&0\\0&0&100\end{bmatrix}$$

取 $\gamma = 1.5$, $x_i(0) = (2, 1, -2)$, 于是得到闭环系统解的轨线如图 2 所示。

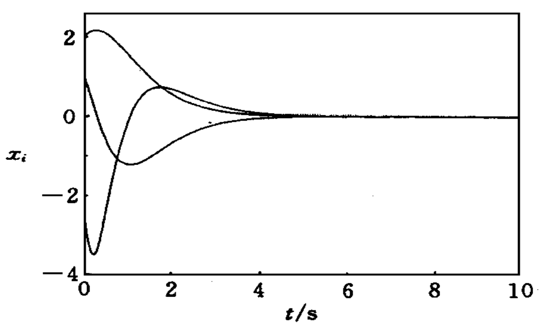

图 2 闭环系统的响应曲线

4 结 语

从可靠性和经济性而言, 对大型系统的控制问题应采用分散结构。本文通过分散控制方法, 研究了非线性混沌网络系统镇定怪引子内不稳定点的最优控制问题。基本方法为线性化, 出发点有两个: 一是根据各子系统的目标函数及最优子控制器, 调节大系统的目标函数, 使系统稳定化; 二是对分散化的已选定目标函数, 如何设计分散最优控制器, 在关联项满足一定条件时, 大系统在不稳定点处可被稳定化。因为第一种方法对关联项未加以限制, 在目标函数中一定含有系统的关联项, 因而转移为对目标函数的限制; 而第二种方法则对关联项有所限制。在实际应用中, 可根据不同目的分别选用。

参考文献:

[1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(64): 1196-1199.

[2] Chen G. Optimal control of chaotic system[J]. Int J Bifurcation and Chaos, 1994, 4(2): 461-463.

[3] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. New York: MacMillan Publishing Company, 1992.

[4] 符曦. 系统最优化及控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1995.

[5] 吕绍明, 温香彩. 大型离散控制系统的分散镇定[J]. 控制理论与应用, 1992, 9(1): 88-94.

[6] Yosuda K, Hikata T, Hiral K. On decentrally optimizable interconnected systems[A]. Proc 19th IEEE Conf of Decision and Control[C]. California, 1980. 536-537.