第16卷 第3期 控 制 与 决 策 2001年5月
Vol 16 No. 3 CONTROL AND DECISION May 2001

文章编号: 1001-0920(2001)03-318-04

限制期条件下应急车辆调度问题的模糊优化方法

何建敏[1], 刘春林[2]
(1. 东南大学 经济管理学院, 江苏 南京 210096; 2. 南京大学 国际商学院, 江苏 南京 210093)

摘 要: 由于应急调度问题中存在时间紧迫性与应急出救点数目相互矛盾的目标, 因此给出一个反映决策者偏好的折衷方案十分必要。从实际应用出发, 运用模糊优化方法研究限制期下的多出救点组合模型求解问题。

关键词: 出救车辆; 目标; 模糊优化
中图分类号: N 945.12 **文献标识码**: A

Fuzzy Programming Problem for Vehicle Dispatch under Time Restriction

HE Jian-min[1], *LIU Chun-lin*[2]
(1. Economic Management School, Southeast University, Nanjing 210096, China;
2. International Business School, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: The number of retrieval depots, the important factor affecting both reliability and cost in scheduling problems, is concerned. Aimed at reaching the trade-off of two objectives ('the earliest emergency-start-time' and 'the fewest number of retrieval depots'), a fuzzy solution reflecting the preference of decision-makers is given.

Key words: retrieval vehicle; objective; fuzzy programming

1 引 言

当事故发生时, 通常的应急反应思路是: 让最近的出救点参与应急[1]。这里暗示着一个假设, 即平息事故所需的应急资源量不能大于每个出救点的供应能力。但是, 当大的灾难发生时, 仅一个出救点往往不能提供所需的大量应急资源, 于是便提出了多出救点的组合优化问题。由于参与应急的出救点数目直接影响方案可靠性[2], 同时会产生额外费用(如setup cost), 因而考虑参与应急的出救点数目和应急开始时间相当重要。在实际运用中, 通常会给定应急限制期, 如美国的EMS条例规定: 对乡村的紧急医疗救护必须在30min到达, 城市必须控制在10min[2]; 我国对消防也做了相应时间上限的规定。应急开始时间超过限制期的方案是毫无意义的, 即该方案的满意度为零。有关限制期的路径问题参见文献[3]。本文运用模糊优化方法研究限制期条件下的多出救点组合优化问题。

设$A_1, A_2, \cdots, A_n$为n个应急资源供应点(可出救点), A为应急地点, x为应急资源需求量, A_i的

收稿日期: 2000-01-13; **修回日期**: 2000-07-13
基金项目: 国家自然科学基金项目(79970096)
作者简介: 何建敏(1956—), 男, 江苏无锡人, 教授, 博士生导师, 主要从事应急管理、管理信息系统等研究; 刘春林(1970—), 男, 安徽天长人, 博士, 从事应急管理、决策分析等研究。

资源可用量为 $x_i(>0)$, $\sum_{i=1}^{n} x_i \geq x$, $i=1,2,\cdots,n$, 从 A_i 到 A 需要的时间为 $t_i(>0)$, 不妨设 $t_1 \leq t_2 \leq \cdots \leq t_n$, $T(>0)$ 为应急限制期, 必要时假设 $x_0 = t_0 = 0$。要求给出一方案(确定参与应急的出救点及各自提供的应急资源数量), 在满足约束条件下使应急开始时间最早, 且出救点数目最少。

2　数学模型

设方案 ϕ 为

$$\phi = \{(A_{i_1}, x'_{i_1}), (A_{i_2}, x'_{i_2}), \cdots, (A_{i_m}, x'_{i_m})\} \quad (1)$$

其中, $0 < x'_{i_k} \leq x_{i_k}$, $\sum_{k=1}^{m} x'_{i_k} = x$, $i_1, i_2, \cdots, i_m$ 为 $1,2,\cdots,n$ 的一个排列。

根据应急系统的不同特点, 多点组合出救问题的"时间"可有不同的描述方式。为区别连续消耗系统[3], 这里把应急活动的开始时间表示为最后一个到达应急地点的车辆到达时间, 并记为 $T(\phi)$, 则

$$T(\phi) = \max_{j=1,2,\cdots,m} t_{i_j} \quad (2)$$

如果某个出救点到达应急地点的时间大于 T, 则该出救点不参与应急, 否则包含该出救点的方案不可行。不失一般性, 假定 $t_1 \leq t_2 \leq \cdots \leq t_n < T$。

用 $N(\phi)$ 表示对应于方案 ϕ 的出救点数目, 于是问题变为

$$\min_{\phi \in X} [T(\phi), N(\phi)] \quad (3)$$

用模糊优化的方法求解式(3) 需要定义模糊目标集, 通常要求解出如下两个端点问题

$$\min_{\phi \in X} T(\phi) \quad (4)$$

$$\min_{\phi \in X} N(\phi) \quad (5)$$

不妨设 ϕ_1 为式(4) 的一个最优解(方案), 显然 ϕ_1 使得应急时间最短。设 ϕ_2 为式(5) 的一个最优解, 方案 ϕ_2 使得出救点数目最少。

式(3) 表达的是两个目标的模糊规划问题, 其伸缩指标[4,5] 分别定义为: $T - T(\phi_1)$ 和 $n - N(\phi_2)$。相应构造两个模糊目标集 F_1 和 F_2, 则

$$\mu_{F_1}(\phi) = (T - T(\phi))/(T - T(\phi_1)) \quad (6)$$

$$\mu_{F_2}(\phi) = (n - N(\phi))/(n - N(\phi_2)) \quad (7)$$

式(6), (7) 可解释为: 对于模糊目标集 F_1, 离限制期 T 越近的方案, 满意度越小, 最差情况是方案对应的应急开始时间大于或等于限制期 T; 对于模糊目标集 F_2, 出救点数目越大, 满意度越低, 当出救点数目为 n 时, 满意度最小(为 0)。于是导出如下优化问题

$$\mu_{F_1 \cap F_2}(\phi) = \min(\mu_{F_1}(\phi), \mu_{F_2}(\phi)) \to \max$$

即等价于求解下述问题

$$\max \lambda$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} (T - T(\phi))/(T - T(\phi_1)) \geq \lambda \\ (n - N(\phi))/(n - N(\phi_2)) \geq \lambda \\ \phi \in X, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

问题(8) 的最优解(方案) 即为模糊规划问题(3) 的最优解。

3　数学模型的求解及算法步骤

3.1　求取 $T(\phi_1)$

现给出一重要的方案表达形式 ϕ_1, 设

$$\sum_{k=0}^{p-1} x_k < x \leq \sum_{k=0}^{p} x_k, \quad x_0 = 0$$

则

$$\phi_1 = \{(A_1, x_1), (A_2, x_2), \cdots, (A_{p-1}, x_{p-1}), (A_p, x - \sum_{k=0}^{p-1} x_k)\}$$

因为 $t_1 \leq t_2 \leq \cdots \leq t_n$, 在 t_p 之前能够到达的全部资源量必定小于 x, 于是有如下定理:

定理 1　ϕ_1 为式(4) 的最优解(方案), 并有

$$T(\phi_1) = \max_{j=1,2,\cdots,p} t_j = t_p$$

由定理 1 可知

$$T(\phi_1) = t_p$$

3.2　求取 $N(\phi_2)$

定义 1　对序列 $x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_m}$ ($i_1, i_2, \cdots, i_m$ 为 $1,2,\cdots,n$ 子列的一个排列), 若存在 k ($1 \leq k \leq m \leq n$), 使得 $\sum_{j=1}^{k-1} x_{i_j} < x \leq \sum_{j=1}^{k} x_{i_j}$ ($x_{i_0} = 0$), 则称 k 为该序列对 x 的临界下标。

对 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 从大到小排列得 $x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_n}$ ($i_1, i_2, \cdots, i_n$ 为 $1,2,\cdots,n$ 的一个排列), 求出该序列对 x 的临界下标 r, 同时令

$$\hat{\phi} = \{(A_{i_1}, x_{i_1}), (A_{i_2}, x_{i_2}), \cdots, (A_{i_r}, x - \sum_{c=1}^{r-1} x_{i_c})\}$$

可得如下定理:

定理 2　若方案 ϕ 可行, 则 $N(\phi) \geq r$; 方案 $\hat{\phi}$ 为式(5) 的最优解。

证明　出救点数目小于 r 的任何组合, 其资源可供应量之和一定小于 x, 不能满足式(5) 的约束, 故 $N(\phi) \geq r$; 而 $N(\hat{\phi}) = r$, 所以 $\hat{\phi}$ 为式(5) 的最优解。

由定理 2 可知

$$N(\varphi_2) = N(\hat{\varphi}) = r$$

3.3　求解算法

上面已求得 $T(\varphi_1) = t_p, N(\varphi_2) = r$, 至此问题(8) 变为

$$\max \lambda$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}(T - T(\varphi))/(T - t_p) \geq \lambda \\ (n - N(\varphi))/(n - r) \geq \lambda \\ \varphi \in X,\quad 0 \leq \lambda \leq 1\end{cases} \tag{9}$$

为求解式(9), 首先考虑如下问题

$$\min N(\varphi)$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}T(\varphi) \leq t_i,\quad \varphi \in X \\ i \in \{n, n-1, \cdots, p\}\end{cases} \tag{10}$$

由于运输时间不大于 t_i 的出救点数目可能超过 $i(i \geq p)$, 不妨设为 q, 则 $t_i = t_{i+1} = \cdots = t_q, q \geq i$。因为相对于出救点 $A_1, A_2, \cdots, A_q$ 的资源可用量序列为 $x_1, x_2, \cdots, x_q$, 可设 $x_{i_1} \geq x_{i_2} \geq x_{i_q}$, 其中 $i_1, i_2, \cdots, i_q$ 为 $1, 2, \cdots, q$ 的一个排列。于是有以下结论:

定理 3　设 k 为序列 $x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_q}$ 对 x 的临界下标, 则以 $A_{i_1}, A_{i_2}, \cdots, A_{i_K}$ 作为出救点的相应方案 φ 使式(10) 达到最优, 并且 $N(\varphi) = k$。

证明　出救点数目小于 k 且时间不大于 t_i 的任何组合, 其资源可供应量之和一定小于 x, 不能满足方案约束条件。故以 $A_{i_1}, A_{i_2}, \cdots, A_{i_K}$ 作为出救点的相应方案 φ 使式(10) 达到最优, 并且 $N(\varphi) = k$。(证毕)

让 j 从大到小变化, 求取相应序列的临界下标也可完成对式(10) 的求解, 具体做法如下:

令 $j = n$, 对 $x_1, x_2, \cdots, x_j$ 从大到小排列得 $x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_j}$, 求出序列对 x 的临界下标 u, 并给出相应的组合方案

$$\varphi = \{(A_{i_1}, x_{i_1}), (A_{i_2}, x_{i_2}), \cdots, (A_{i_u}, x - \sum_{c=1}^{u-1} x_{i_c})\}$$

这时 $T(\varphi) \leq t_j$; 令 $j = j - 1$, 这样一直进行下去, 直至不存在临界下标。

算法 1

1) 令 $j = n, v = 0, \theta = \varnothing$;

2) 对 $x_1, x_2, \cdots, x_j$ 从大到小排列得 $x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_j}$, 求出该序列对 x 的临界下标 u。若存在 u, 则 $v = v + 1$, 组合方案

$$\varphi = \{(A_{i_1}, x_{i_1}), (A_{i_2}, x_{i_2}), \cdots, (A_{i_u}, x - \sum_{c=1}^{u-1} x_{i_c})\}$$

而 $\theta = \theta + \{j\}$, 并求出 $T(\varphi)$ (可能小于 t_j, 但一定不小于 t_p) 和 $N(\varphi)$; 若不存在 u, 则停止;

3) 令 $j = j - 1$;

4) 若 $t_j = t_{j+1}$, 则转 3); 否则转 2)。

注 1　当 $t_j < t_p$ 时, 算法停止(因为相应序列一定不存在 x 的临界下标)。另外, 集合 θ 的引入是为了便于说明问题, 实际算法过程可以不求取 θ。

通过上述过程, 可求出一系列方案 $\varphi, \varphi, \cdots, \varphi$。不难看出, $\{t_j / j \in \theta\}$ 的 v 个元素各不相同, 且覆盖了 $\{t_n, t_{n-1}, \cdots, t_p\}$, 即 $\{t_j / j \in \theta\}$ 剔除了 $\{t_n, t_{n-1}, \cdots, t_p\}$ 的相同元素。若用序列 $t_{i_1}, t_{i_2}, \cdots, t_{i_v}$ 表示 θ 的 v 个元素, 对应的方案 $\varphi, \varphi, \cdots, \varphi$, 显然有 $t_{i_1} > t_{i_2} > \cdots > t_{i_v}$, 并且 $t_{i_1} = t_n, t_{i_v} = t_p$。现在的问题是

$$\min N(\varphi)$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}T(\varphi) \leq t_{i_j},\quad j = 1, 2, \cdots, v \\ \varphi \in X\end{cases} \tag{11}$$

显然, $\varphi(j = 1, 2, \cdots, v)$ 为式(11) 的最优解, 后面的算例可以帮助我们理解这一算法。$T(\varphi), T(\varphi), \cdots, T(\varphi)$ 是递减序列, 而 $N(\varphi), N(\varphi), \cdots, N(\varphi)$ 是递增序列。问题(10) 和(11) 本质上是相同的。

设方案集 $\Omega = \{\varphi, \varphi, \cdots, \varphi\}$, 则有如下性质及重要定理:

定理 4　一定存在方案 $\varphi \in \Omega$, 使得式(9) 最优。

证明　假设 $\varphi^* \in X$ 为式(9) 的最优解, 不妨设 $T(\varphi^*) = t_k \geq t_p$, 并设式(9) 的最优目标值为 $\lambda^*(0 \leq \lambda^* \leq 1)$, 即有

$$\begin{cases}(T - T(\varphi^*))/(T - t_p) \geq \lambda^* \\ (n - N(\varphi^*))/(n - r) \geq \lambda^* \\ \varphi^* \in X,\quad 0 \leq \lambda^* \leq 1\end{cases} \tag{12}$$

因为 $t_k \geq t_p$, 由前面的讨论知, $t_k \in \theta$, 设 $t_k = t_{i_w}$, 故 $\varphi \in \Omega$ 为问题

$$\min N(\varphi)$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}T(\varphi) \leq t_k = t_{i_w} \\ \varphi \in X\end{cases}$$

的最优解。显然, $T(\varphi) \leq t_k = T(\varphi^*)$。又 φ^* 满足约束条件

$$\begin{cases}T(\varphi^*) = t_k \Rightarrow T(\varphi^*) \leq t_k \\ \varphi^* \in X\end{cases}$$

故 $N(\varphi) \leq N(\varphi^*)$, 所以 φ 为式(9) 的最优解。(证毕)

既然可以断定式(9) 的最优解能在 Ω 中获取, 那么只需求解如下问题, 然后加以比较即可。

表 1　仿真数据

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}
t_i	2	3	4	4	5	6	7	8	10	10	12	13	13	15
x_i	3	6	7	11	7	15	15	8	16	25	5	4	4	10

表 2　运算过程及其结果

j	对 $x_1, x_2, \cdots, x_j$ 排序	组合方案 Φ	v	u	$T(\Phi)$
11	$x_{10}\, x_9\, x_7\, x_6\, x_4\, x_8\, x_3\, x_5\, x_2\, x_{11}\, x_1$	$\{(A_{10}\ 25)\ (A_9\ 16)\ (A_7\ 14)\}$	1	3	10
10	$x_{10}\, x_9\, x_7\, x_6\, x_4\, x_8\, x_3\, x_5\, x_2\, x_1$	$\{(A_{10}\ 25)\ (A_9\ 16)\ (A_7\ 14)\}$	2	3	10
9	$x_9\, x_7\, x_6\, x_4\, x_8\, x_3\, x_5\, x_2\, x_1$	$\{(A_9\ 16)\ (A_7\ 15)\ (A_6\ 15)\ (A_2\ 9)\}$	3	4	9
8	$x_7\, x_6\, x_4\, x_8\, x_3\, x_5\, x_2\, x_1$	$\{(A_7\ 15)\ (A_6\ 15)\ (A_4\ 11)\ (A_8\ 8)\ (A_3\ 6)\}$	4	5	8
7	$x_6\, x_4\, x_8\, x_3\, x_5\, x_2\, x_1$	$\{(A_6\ 15)\ (A_4\ 11)\ (A_8\ 8)\ (A_3\ 7)\ (A_5\ 7)\ (A_2\ 6)\ (A_1\ 1)\}$	5	7	8
6	不存在 u				

$$\max \lambda_j$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}(T - T(\Phi))/(T - t_p) \geq \lambda_j \\ (n - N(\Phi))/(n - r) \geq \lambda_j \\ \Phi \in \chi,\quad 0 \leq \lambda_j \leq 1 \\ j = 1, 2, \cdots, v\end{cases} \tag{13}$$

设式(13) 的最优目标值分别为 $\lambda_1^*, \lambda_2^*, \cdots, \lambda_v^*$, 则对于式(13), 有

$$\lambda_j^* = \min\{(T - T(\Phi))/(T - t_p),\ (n - N(\Phi))/(n - r)\} \tag{14}$$

不妨设 $\lambda^* = \max\{\lambda_1^*, \lambda_2^*, \cdots, \lambda_v^*\}$, 则 Φ 为式(9) 的最优解, λ^* 为相应的最优目标值。于是可得如下求解本文多目标模糊规划问题的新算法:

算法 2

1) 令 $j = n, v = 0$;

2) 对 $x_1, x_2, \cdots, x_j$ 从大到小排列得 $x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_j}$, 求出该序列对 x 的临界下标 u。若存在 u, 则 $v = v + 1$, 组合方案

$$\Phi_v = \{(A_{i_1}, x_{i_1}), (A_{i_2}, x_{i_2}), \cdots, (A_{i_u}, x - \sum_{c=1}^{u-1} x_{i_c})\}$$

求出 $T(\Phi)$ (可能小于 t_j), $N(\Phi)$ 和 λ_v^*, 转 3); 若不存在 v, 则转 5);

3) 令 $j = j - 1$;

4) 若 $t_j = t_{j+1}$, 则转 3); 否则转 2);

5) 求出 $\lambda^* = \max(\lambda_1^*, \lambda_2^*, \cdots, \lambda_v^*)$, 这时 Φ 即为式(9) 的最优解, 满意度为 λ^*。

4　算　　例

仿真例子的基本数据如表 1 所示。采用算法 2 运算过程及其结果见表 2。仿真中, 取 $n = 11$ (因为有 3 个应急地点超过限制期, 故没有考虑), $x = 55$, $T = 12$, $t_p = 8$, $r = 3$。由式(14) 可得

$$\lambda^* = \max(\lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*, \lambda_4^*) = \lambda_3^* = \lambda_4^*$$

所以

$$\Phi = \{(A_9\ 16)\ (A_7\ 15)\ (A_6\ 15)\ (A_2\ 9)\}$$
$$\Phi = \{(A_7\ 15)\ (A_6\ 15)\ (A_4\ 11)\ (A_8\ 8)\ (A_3\ 6)\}$$

都为最优方案。

5　结　　语

本文运用模糊多目标规划方法实现应急组合调度问题的求解。针对目标函数值离散的特点, 对模糊多目标方法做了改进。本文给出了方案集 Ω, 并证明了最优解一定能在 Ω 中获取, 从而把问题(8) 或(9) 的求解转化成在数目不多的方案中寻找最优解。对需求和可供应量为模糊情况的运输问题, 许多学者做了大量工作[4,6], 这种情况下的应急问题是否也存在较好的算法, 将成为该领域有待研究的课题。

参考文献:

[1] George F L. Routing and emergence-response-team siting for high-level radioactive waste shipments[J]. IEEE Trans on Engineering Management, 1998, 45(2): 141-152.

[2] Michael O Ball, Feng L Lin. A reliability model applied to emergency service vehicle location[J]. Operations Research, 1993, 41(1): 18-23.

[3] 刘春林, 盛昭瀚, 何建敏. 基于连续消耗应急系统的多出救点选择问题[J]. 管理工程学报, 1999, 13(3): 13-16.

[4] Rakesh Verma, M P Biswal, A Biwas. Fuzzy programming technique to solve multi-objective transportation problems with some non-linear membership functions[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 91(1): 37-43.

[5] H J Zimmermann. Fuzzy programming and linear programming with sever objective functions[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(1): 45-55.

[6] G Aruna Chalam. Fuzzy goal programming (FGP) approach to a stochastic transportation problem under budgetary constrain[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 66(2): 293-299.