文章编号: 1001-0920(2001)03-322-04

含时变不确定线性系统的自适应鲁棒跟踪控制

刘粉林[1], 刘　媛[1], 黎阳生[2], 张嗣瀛[2]
(1. 解放军信息工程大学 信息安全学院, 河南 郑州 450002; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘　要: 针对系统的不确定性和扰动满足匹配条件, 不确定性界和扰动界未知的情形, 讨论含时变不确定性线性系统的鲁棒跟踪问题。自适应控制器的设计不涉及不确定性界和扰动界, 运用变结构方法, 可使带扰系统实现渐近跟踪。该方法适合一类较广泛的不确定系统, 鲁棒性较强。仿真例子表明了该方法的有效性。

关键词: 鲁棒控制; 渐近跟踪; 自适应; 变结构; 未知界
中图分类号: TP 273　　文献标识码: A

Adaptive Robust Tracking Control for a Class of Linear Systems with Time-varying Uncertainties

LIU Fen-lin[1], *LIU Yuan*[1], *LI Yang-sheng*[2], *ZHANG Si-ying*[2]
(1. College of Information Safety, The PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China;
2. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: The problem of robust tracking control for a class of linear systems with time-varying uncertainties and disturbance is studied. The uncertainties and disturbance are bounded by unknown bounds, which are not need to be considered in the proposed adaptive controller design. When certain matching conditions are satisfied, the system with disturbance may track asymptotically the known object by the variable-structure way. Compared with existing results, the proposed method is more effective and enhances the robustness of controllers. The simulation demonstrates the effect of this method.

Key words: robust control; asymptotic tracking; adaptive control; variable-structure; unknown bound

1 引　　言

目前, 不确定系统的鲁棒性研究大都假设不确定项的界是已知的[1~5], 且控制器的设计也是基于这样的界。但实际系统中该界难以精确估计, 且随着时间、地点等因素的变化, 系统的不确定性本身也在不断变化。若不确定项的实际界超过了设计者所估计的界, 仅利用估计界所得到的控制器则难以达到预期的性能指标, 甚至导致系统的不稳定; 但若估计界过于保守, 比实际界要大得多, 则如文献[1~5]所设计的控制器虽能满足设计者所要求的性能指标, 但控制器的保守性较大, 控制增益较高。因而, 对具未知不确定界系统的鲁棒性研究是十分有意义的。

本文研究含时变不确定性线性系统的鲁棒跟踪其不确定项满足通常的匹配条件且有界, 但此界是未知的, 甚至可以任意大。通过自适应方法, 基于

收稿日期: 1999-06-29; 修回日期: 1999-12-10
基金项目: 国家自然科学基金项目(69774005); 攀登计划项目; 博士点基金项目(97014508)
作者简介: 刘粉林(1964—), 男, 江苏溧阳人, 副教授, 博士, 从事复杂系统结构分析、鲁棒控制研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 教授, 博士生导师, 中科院院士, 从事复杂系统结构分析等研究。

Riccati 方程, 设计自适应控制器。在控制器的构成中, 利用自适应变量的信息来补偿系统的不确定性信息, 克服了以往鲁棒跟踪控制方法中需假设不确定性界已知的缺陷。变结构方法的运用, 使系统的输出能渐近跟踪某一参考模型的输出。与系统不确定性界和扰动界已知的情形相比, 本文方法更为有效。

2 系统描述

考虑如下不确定线性系统

$$\dot{x} = [A + \Delta A(t)]x + [B + \Delta B(t)]u + d(q(t)), \quad y = Cx \tag{1}$$

其中, $x \in R^n$, $u \in R^m$ 和 $y \in R^p$ 分别为系统的状态、控制输入和系统的输出, $d(q(t)) \in R^n$ 为加性扰动; $\Delta A(t)$ 和 $\Delta B(t)$ 为系统的时变不确定性, 且关于时间 t 是分段连续的; 假定系统加性扰动的变参数向量 $q(t) \in \Omega$ 是 Lebesgue 可测的, $\Omega \in R^n$ 是有界紧集; A, B 和 C 是具有相应维数的系统矩阵。文中 $\| * \|$ 表示向量的欧氏范数或矩阵的诱导范数。

本文要解决的问题是: 对于系统(1) 设计控制器, 使系统的输出 $y(t)$ 鲁棒渐近跟踪参考模型的输出 $y_m(t)$。假定 $y_m(t)$ 是如下参考模型的输出

$$\dot{x}_m = A_m x_m, \quad y_m = C_m x_m \tag{2}$$

其中, $x_m \in R^{n_m}$, $y_m \in R^p$, 并假定系统(2) 的状态有界。

关于系统(1) 和(2), 有如下假设:

假设 1　矩阵对(A, B) 是可控的。

由假设 1 知, 下列 Riccati 方程

$$(A + \alpha I)^{\mathrm{T}} P + P(A + \alpha I) - \beta PBB^{\mathrm{T}} P + \gamma I = 0 \tag{3}$$

有正定解 P, 其中 α, β 和 γ 是正常数。

假设 2　关于系统(1) 的不确定性和加性扰动, 存在分段连续函数矩阵 $D(t)$, $E(t)$ 和分段连续函数向量 $f(t)$, 使得

$$\Delta A(t) = BD(t), \quad \Delta B(t) = BE(t)$$
$$d(q(t)) = Bf(t) \tag{4}$$

且存在非负常数 ξ, η 和 N, 使得

$$\|D(t)\| \le \xi, \quad \|E(t)\| \le \eta < 1, \quad \|f(t)\| \le N \tag{5}$$

其中 ξ, η 和 N 是未知常数。

假设 3[3～5]　对于欲跟踪模型(2), 存在矩阵 $G \in R^{m \times n_m}$, $H \in R^{n \times n_m}$, 满足如下矩阵方程

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GA_m \\ C_m \end{bmatrix} \tag{6}$$

3 自适应鲁棒跟踪控制器的设计

基于以上假设, 构造如下自适应鲁棒跟踪控制律

$$u = \begin{cases} -\theta_1 B^{\mathrm{T}} P(x - Gx_m) - \theta_2 \dfrac{B^{\mathrm{T}} P(x - Gx_m)}{\|B^{\mathrm{T}} P(x - Gx_m)\|} + Hx_m, & B^{\mathrm{T}} P(x - Gx_m) \ne 0 \\ Hx_m, & B^{\mathrm{T}} P(x - Gx_m) = 0 \end{cases} \tag{7a}$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \Gamma_1 \|B^{\mathrm{T}} P(x - Gx_m)\|^2, & \theta_1(0) \ge 0 \\ \dot{\theta}_2 = \Gamma_2 \|B^{\mathrm{T}} P(x - Gx_m)\|, & \theta_2(0) \ge 0 \end{cases} \tag{7b}$$

其中, P 由式(3) 确定, G 和 H 由式(6) 确定; Γ_1 和 Γ_2 是可调整的设计参数, 且大于零。

为叙述方便, 引入误差变量 $z = x - Gx_m$, 并令 $v = u - Hx_m$。则由系统(1), (2), 式(6) 及假设 2, 3 得到误差动态方程

$$\dot{z} = (A + \Delta A(t))z + (B + \Delta B(t))z + BF \tag{8}$$

其中 $F = (D(t)G + E(t)H)x_m + f(t)$ 可视为误差系统(8) 的集中性扰动, 且有

$$\|F\| \le (\xi\|G\| + \eta\|H\|)\|x_m\| + N \le f \tag{9}$$

这里, 虽然参考模型的状态 x_m 的界是可知的, 但由假设 2 知, f 仍是未知的非负常数, 而参考输入 v 可表示为

$$v = \begin{cases} -\theta_1 B^{\mathrm{T}} Pz - \theta_2 \dfrac{B^{\mathrm{T}} Pz}{\|B^{\mathrm{T}} Pz\|}, & B^{\mathrm{T}} Pz \ne 0 \\ 0, & B^{\mathrm{T}} Pz = 0 \end{cases} \tag{10}$$

注 1　由式(8), (9) 知, 关于系统(1) 跟踪系统(2) 的问题实际上就是误差系统(8) 的镇定问题。因此, 仅需考虑如何设计控制器使系统(8) 渐近稳定即可。

注 2　控制器(7) 的一个显著特点是, 控制器的设计未涉及到系统的不确定性和扰动, 因而无需知道系统不确定性的界和扰动的界, 这是以往控制器设计中存在的缺陷。为使自适应变量保持有界, 这里仍假设系统不确定性和扰动有界, 但界可以是未知的。

定理 1　若系统(1) 和(2) 满足假设 1～3, 采用式(7) 的自适应鲁棒跟踪控制律, 则系统(1) 的输出将渐近跟踪参考模型系统(2) 的输出, 保证自适应变量 θ_1 和 θ_2 有界, 且有 $\lim_{t\to\infty}\theta_i = 0 (i = 1, 2, \cdots)$。

证明 为考察误差动态系统(8) 和控制律(7) 构成的闭环系统的稳定性, 构造如下 Lyapunov 函数

$$V(t) = z^{\mathrm{T}}Pz + (1-\eta)\Gamma_1^{-1}(\theta_1-\theta_1^*)^2 + (1-\eta)\Gamma_2^{-1}(\theta_2-\theta_2^*)^2 \tag{11}$$

其中

$$\theta_1^* = \frac{1}{2(1-\eta)}\left(\beta+\frac{1}{\gamma}\xi^2\right), \quad \theta_2^* = \frac{1}{1-\eta}f$$

为便于证明, 令

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t)$$

其中

$$V_1(t) = z^{\mathrm{T}}Pz$$
$$V_2(t) = (1-\eta)\Gamma_1^{-1}(\theta_1-\theta_1^*)^2$$
$$V_3(t) = (1-\eta)\Gamma_2^{-1}(\theta_2-\theta_2^*)^2$$

由假设 1 和式(3),(8) 知

$$\dot{V}_1 = -2\alpha z^{\mathrm{T}}Pz - \gamma\|z\|^2 + \beta z^{\mathrm{T}}PBB^{\mathrm{T}}Pz + 2z^{\mathrm{T}}PB(v+Ev+Dz+F)$$

由式(7), 有

$$2z^{\mathrm{T}}PBz = -2\theta_1\|B^{\mathrm{T}}Pz\|^2 - 2\theta_2\|B^{\mathrm{T}}Pz\| \tag{12}$$

$$2z^{\mathrm{T}}PBEv \le 2\eta(\theta_1\|B^{\mathrm{T}}Pz\|^2 + \theta_2\|B^{\mathrm{T}}Pz\| \tag{13}$$

$$2z^{\mathrm{T}}PB(Dz+F) \le \frac{1}{\gamma}\xi^2\|B^{\mathrm{T}}Pz\|^2 + \gamma\|z\|^2 + 2f\|B^{\mathrm{T}}Pz\| \tag{14}$$

由式(12) ～(14) 知

$$\dot{V}_1 \le -2\alpha z^{\mathrm{T}}Pz - \left[2(1-\eta)\theta_1 - \beta - \frac{1}{\gamma}\xi^2\right]\times \|B^{\mathrm{T}}Pz\|^2 - 2[(1-\eta)\theta_2 - f]\|B^{\mathrm{T}}Pz\| \tag{15}$$

由式(7b) 得

$$\dot{V}_2 = \left[2(1-\eta)\theta_1 - \beta - \frac{1}{\gamma}\xi^2\right]\|B^{\mathrm{T}}Pz\|^2 \tag{16}$$

$$\dot{V}_3 = 2[(1-\eta)\theta_2 - f]\|B^{\mathrm{T}}Pz\| \tag{17}$$

由式(15) ～(17) 得

$$\dot{V}(t) \le -2\alpha z^{\mathrm{T}}Pz \le 0 \tag{18}$$

由式(18) 知 $\dot{V}(t) = 0$ 仅当 $z = 0$ 时成立, 即 $V(t)$ 是单调下降的。由式(11) 和(18) 知

$$0 \le V(t) \le V(0) = z^{\mathrm{T}}(0)Pz(0) + (1-\eta)\Gamma_1^{-1}(\theta_1(0)-\theta_1^*)^2 + (1-\eta)\Gamma_2^{-1}(\theta_2(0)-\theta_2^*)^2$$

由式(11) 有

$$z^{\mathrm{T}}Pz + (1-\eta)\Gamma_1^{-1}(\theta_1-\theta_1^*)^2 + (1-\eta)\Gamma_2^{-1}(\theta_2-\theta_2^*)^2 \le V(0)$$

由式(3) 有

$$\|z(t)\| \le \sqrt{\frac{V(0)}{\mu}}, \quad \|\theta_i(t)-\theta_i^*\| \le \sqrt{\frac{\Gamma_i V(0)}{1-\eta}} \tag{19}$$

其中 $\mu = \lambda_{\min}(P)$。由式(19) 知, 误差系统(8) 在自适应律和控制器(7) 下, 误差状态 $z(t)$ 和自适应变量 $\theta_i(t)(i = 1,2)$ 是有界的。由式(3) 和(18) 有

$$\int 2\alpha\mu\|z(\tau)\|^2\mathrm{d}\tau \le V(0) - V(t) \le V(0) \tag{20}$$

由式(19) 和(20) 知, $\int 2\alpha\mu\|z(\tau)\|^2\mathrm{d}\tau$ 关于 t 是单增有界的, 则 $\int^{\infty} 2\alpha\mu\|z(t)\|^2\mathrm{d}t$ 存在, 且 $\|z(t)\|$ 有界。由式(3),(8) 和假设 2, 3 知, $\|\dot{z}(t)\|$ 有界, 从而 $\mathrm{d}(\|z(t)\|^2)/\mathrm{d}t$ 有界, 所以 $\|z(t)\|^2$ 关于时间 t 一致连续。进而有, $\lim_{t\to+\infty}\|z(t)\| = 0$, 即误差系统(8) 在控制律(7) 下是渐近稳定的。由式(19) 知误差系统(8), 控制律(7) 构成的闭环系统的状态是有界的, 即自适应变量保持有界。由自适应律(7b) 知, 自适应变化率成立, 即 $\lim_{t\to+\infty}\dot{\theta}_i(t) = 0$。由假设 3 知

$$y - y_m = Cx - C_m x_m = C(x - Gx_m) = Cz \to 0, \quad t\to\infty$$

即系统(1) 的输出 $y(t)$ 在控制律(7) 作用下渐近跟踪参考模型系统(2) 的输出 $y_m(t)$。

4 仿真算例

考虑如下系统

$$\dot{x} = (A+\Delta A)x + (B+\Delta B)u + d$$
$$y = Cx$$

欲跟踪模型为

$$\dot{x}_m = A_m x_m, \quad y_m = C_m x_m$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ w(t) & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta B = q(t), \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ h(t) \end{bmatrix}, \quad C = (1, 0)$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, C_m = (1, 0)$$

不确定性参数为 $w(t), q(t)$, 扰动参数为 $h(t)$。

当取矩阵 $G = I, H = (-2, 0)$ 时, 知假设3 被满足, 显然系统(20) 满足假设 2 和假设 3。下面用数值仿真来说明自适应控制器(7) 和的有效性。

取 $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 1$, 由式(3) 可得 Riccati 方程的正定解 P 为

$$P = \begin{bmatrix} 8.7434 & 3.5811 \\ 3.5811 & 2.5811 \end{bmatrix}$$

按式(7) 设计控制器如下

$$u = \begin{cases} -\theta_1 S - \theta_2 \mathrm{sgn}(S) - 2x_{m1}, & S \neq 0 \\ -2x_{m1}, & S = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \Gamma_1 S^2, & \theta_1(0) \geq 0 \\ \dot{\theta}_2 = \Gamma_2 |S|, & \theta_2(0) \geq 0 \end{cases}$$

其中

$$S = 3.581\,1(x_1 - x_{m1}) + 2.581\,1(x_2 - x_{m2})$$

当系统的不确定性 $w(t) = 0.25 + 0.25 \times \sin(50t)$, $q(t) = 0.2\sin(10t)$, 加性扰动 $h(t) = 0.1 \times \cos(40t)$, 可调设计参数 $\Gamma_1 = 0.1$, $\Gamma_2 = 0.2$, 初始条件 $\theta_1(0) = 1$, $\theta_2(0) = 2$, $x_0 = (1, 0.5)$, $x_{m0} = (-0.5, -0.85)$ 时, 跟踪结果和自适应变量的变化情况如图 1, 图 2 所示。当参数 Γ_1, Γ_2 和初始条件不变, 而系统不确定性 $w(t) = 2.5 + 2.5\sin(50t)$, $q(t) = 0.6\sin(10t)$, 加性扰动 $h(t) = 0.6\cos(40t)$ 时, 跟踪结果和自适应变量的变化情况如图 3, 图 4 所示。

由仿真见, 当不确定性和扰动界增大时, 误差响应曲线的过渡过程将延长, 但最终仍能使系统实现渐近跟踪。由此可见本文方法具有较强的鲁棒性。

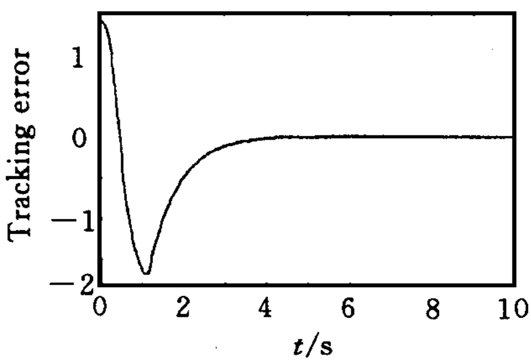

图 1　跟踪误差曲线

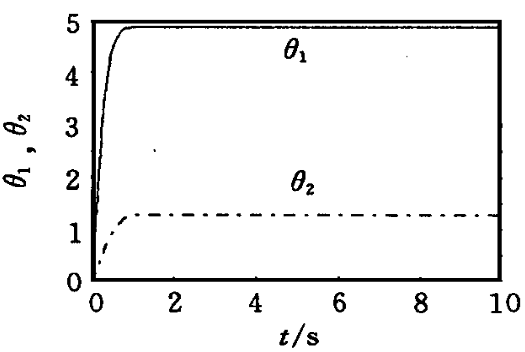

图 2　自适应变量曲线

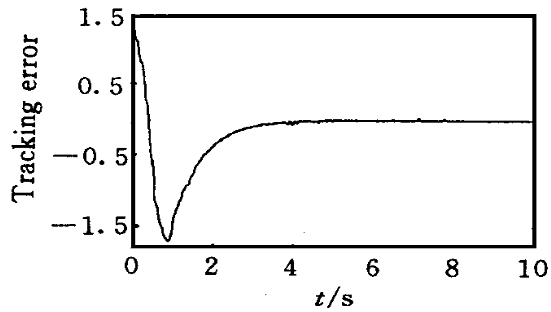

图 3　跟踪误差曲线

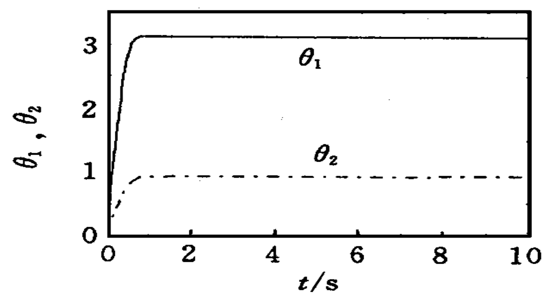

图 4　自适应变量曲线

5　结　　语

本文研究了一类时变不确定性线性系统的鲁棒跟踪控制问题, 控制器的设计只要求系统的不确定性和扰动满足匹配条件且有界(但界可以是未知的) 。可见本文设计方法更具广泛性且有效, 能够处理的不确定性的扰动参数变化范围更广, 控制器具有很强的鲁棒性。变结构方法的运用, 可使带扰系统实现渐近跟踪。

参考文献:

[1] Davison E J. The robust control of a servomechanism for linear time invariant multivariable systems [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1976, 21(1): 25-34.

[2] Francis B A. The linear multivariable regulator problem[J]. SIAM J on Contr and Opt, 1977, 15: 486-505.

[3] Hopp T H, Schmitendorf W E. Design of a linear controller for robust tracking and model following [J]. ASME J on Dyn Syst Meas and Contr, 1990, 112(4): 552-558.

[4] 倪茂林, 谌颖. 含时变不确定性线性系统的鲁棒跟踪控制[J]. 自动化学报, 1993, 19(5): 513-519.

[5] 彭晓红, 宁永臣, 张福恩. 时变不确定线性系统的鲁棒跟踪控制器的设计[J]. 自动化学报, 1996, 22(3): 357-360.