

文章编号: 1001-0920(2001) 03-326-04

高周期混沌轨道的最优反馈控制

彭召旺, 钟廷修, 冯正进

(上海交通大学 机械工程学院, 上海 200030)

摘要: 提出使用最优反馈控制的方法来进行不稳定高周期轨道的镇定控制, 最优控制的目标函数是系统轨道与目标轨道间的偏差。该方法为高周期轨道上的各周期点设置反馈控制器, 并按最优控制的方法选择反馈控制的有关反馈系数, 用数值方法求解最优反馈控制问题。对 Ikeda 映射的仿真实验证实了最优反馈控制在镇定高周期轨道及抗噪声方面的能力。

关键词: 混沌控制; 不稳定周期轨道(UPO); 最优反馈控制

中图分类号: O 322

文献标识码: A

Optimal Feedback Control for Higher-period Chaotic Orbits

PENG Zhao-wang, ZHONG Ting-xiu, FENG Zheng-jin

(School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: A close-loop optimal stabilizing method is introduced to design feedback controllers for the stabilization of higher-period unstable periodic orbit (UPO) in discrete-time chaotic system. The proposed method applied feedback stabilizer to every periodic point on the target UPO and numerically optimized the parameters of the stabilizer. It has the advantage of robustness against external noise. Numerical experiment carried on Ikeda mapping has confirmed the performance of the method.

Key words: control chaos; unstable periodic orbit; optimal feedback control

1 引言

混沌控制的研究已引起人们的普遍关注, 并在振动工程、航空航天、生物医学等领域得到了广泛应用。在混沌控制的研究中, 高周期不稳周期轨道的镇定控制一直成为研究的难点。许多方法把高周期轨道转换为不动点进行控制^[1,2], 这实际上只是对轨道上的某个周期点实施控制, 因而周期越长, 效果越差。解决这一问题的方法是在映射的每次迭代中都施加控制^[3,4]。另一方面, 不少学者在不稳定周期轨道(UPO)的镇定控制中应用了最优控制^[1,2,5], 其中

文献[1,2]得到了可用于不动点的线性反馈控制器, 但它对高周期轨道的镇定效果较差; 而文献[5]使用开环的最优周期扰动量进行控制, 实现了 Parlitz 映射系统中周期 7 不稳周期轨道的稳定控制, 但作为开环控制, 它对外来干扰相当敏感。

本文首先为高周期轨道上的各周期点设置非线性反馈控制器, 然后使用最优反馈控制的方法设计反馈的有关参数。这样做一方面可以实现高周期轨道的镇定控制, 另一方面也可利用最优反馈控制避免开环最优控制鲁棒性差的缺陷。最优反馈控制以反馈系数矩阵为优化变量进行最优控制, 它在控制

收稿日期: 1999-08-20; 修回日期: 1999-11-25

基金项目: 日本十条电子有限公司资助项目

作者简介: 彭召旺(1973—), 男, 湖南祁东人, 博士生, 从事混沌控制与应用、混沌神经网络及遗传算法等研究; 钟廷修

© 1994-2019 China Academic Electronic Journal Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

形式上属于闭环控制,这对于非线性系统的最优控制很有意义。因为非线性系统的最优控制问题很难能象线性系统那样得到解析解,通常只能得到开环的数值解^[6],而本文最优反馈控制得到的则是闭环的数值解。

2 不稳周期轨道的镇定控制

狭义地说,混沌控制主要是指混沌吸引子中不稳定周期轨道(UPO)的镇定控制^[7]。本文研究的是映射混沌系统中的混沌控制。假设系统由下述 m 维映射方程定义,即

$$x_{n+1} = f(x_n, p), \quad n = 0, 1, \dots \quad (1)$$

其中, $x \in R^m$ 为状态向量, $f: R^m \rightarrow R^m$ 为非线性映射函数, $p \in R$ 为可调节的系统参数。假设 $p = p^*$ 时系统(1)处于混沌运动状态,其吸引子中嵌有不稳周期轨道 Γ_g , 并设轨道周期为 T , $g(i) \in R^m$ ($i = 0, 1, \dots, T-1$) 依次为轨道上的周期点, 即

$$\Gamma_g = \{g(i) | g((i+1) \bmod T) = f(g(i), p^*), i = 0, 1, \dots, T-1\} \quad (2)$$

不稳定周期轨道的镇定控制就是对 p 施加一系列的扰动 δp , 使得系统稳定地运动在周期轨道 Γ_g 上。对于 $T=1$ 的情况, 稳定后的系统将处于周期运动状态; 若周期为 T , 则稳定后的系统固定在不动点上。受控后的系统方程为

$$\begin{cases} p_{n+1} = p^* + \delta p_n \\ x_{n+1} = f(x_n, p_{n+1}) \end{cases} \quad (3)$$

在以数值方式求解的最优控制中, δp_n 通常以开环形式事先进行计算, 这种方法的缺陷是对外来干扰很敏感。在大多数控制设计中, δp_n 以闭环形式给出, 如 OGY 控制法^[8] 和自适应控制法^[9]。本文采用闭环的参数扰动进行控制, 扰动量 δp_n 按下述非线性反馈来计算, 即

$$\delta p_n = k_n^T (f(x_n, p^*) - g(n \bmod T)) \quad (4)$$

其中 $k_n \in R^m$ 为反馈系数矩阵, 它可以是常数矩阵, 也可以是时变的。在高周期轨道的镇定控制中, k_n 可选择时变的且为周期性的, 即 $k_i = k_{i+T}$ ($i = 0, 1, \dots$)。对于 $n = 0, 1, \dots, T-1$, k_n 分别对应 UPO 上的周期点 $g(n)$ ($n = 0, 1, \dots, T-1$)。时变反馈矩阵易导致反馈控制器的待定系数过多, 为简单起见, 设计时可将 k_n 简化, 如将其部分分量预设为 0, 即

$$k_n = [k_1(n) \quad \dots \quad k_s(n) \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (5)$$

1 $s < m$

这时待定反馈系数实际上为 $s \times T$ 。一般非线性系统的各状态变量通常是相互耦合的, 只要对系统的某些甚至某个状态变量进行反馈, 就能反映整个系统的状态信息, 因此形如式(5)的简化是可行的。

3 最优反馈镇定控制

线性系统中的反馈系数一般由极点配置等成熟的方法来选择。但在非线性系统中, 对非线性反馈控制的设计目前尚缺乏统一的理论^[10]。在 OGY 混沌控制法及其改进法中, 人们在目标 UPO 附近对系统进行线性化近似处理, 然后按线性系统理论进行设计。本文则从最优反馈控制的角度设计和选择反馈系数。这种方法在非线形系统中通用性强, 相对于开环形式最优控制而言具有更好的鲁棒性。使用最优控制方法进行混沌轨道的镇定控制时, 目标函数应反映出实际轨道与目标轨道间的偏差, 同时还应考虑控制所耗能量。本文中的控制量是偏差的函数, 所以二者可以合并。由此得到用于镇定不稳定周期轨道的最优控制问题如下:

已知最大扰动量 U_{\max} , 目标 UPO 的周期数 T 及轨道上的各周期点, 寻找合适的反馈系数序列 K , 使得受控系统(3)具有最小的目标函数值

$$\begin{cases} \min J(k) = \\ \Gamma - \Gamma_g = \\ N-1 \\ n=0 \\ x_{n+1} - g(n \bmod T) \\ \text{s. t. } |\delta p_n| < U_{\max} \end{cases} \quad (6)$$

其中, $K = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_T]$ 为待定反馈系数的序列, 其阶数为 $s \times T$, T 为目标轨道 Γ_g 的周期数, 当 $T=1$ 时, Γ_g 即为不动点; Γ, Γ_g 分别表示系统的实际运行轨道和预定目标 UPO, $\Gamma - \Gamma_g$ 表示系统运行轨道与目标轨道间的距离; $x_n \in R^m$ 为实际运行轨道上的点, 满足方程(3); N 为进行优化计算时所选取的点数, 它在理论上应是无穷大, 但点数过多将导致计算量的增加, 建议 $5T \leq N \leq 20T$ 。

在目标函数(6)中, 假设已预知目标 UPO 上的周期点 $g(i)$ ($i = 0, 1, \dots, T-1$)。但对于最优控制问题, 这并非必需的。若无法预知目标周期轨道, 则在给定周期数 T 的前提下可将目标函数调整为

$$\begin{cases} \min J(K) = \\ n=T \\ x_n - x_{n-T} \\ \text{s. t. } |\delta p_n| < U_{\max} \end{cases} \quad (7)$$

表1 不稳周期轨道及其镇定控制器

周期 T	UPO 起始点 $g(0)$	控制器的反馈系数序列 $k(i) (i = 0, 1, \dots, T - 1)$
5	(0.994 426 853 309 60,	- 1.433 110, - 0.999 991 9, - 0.851 106 9,
	0.419 551 053 231 02)	- 1.321 844, - 0.443 481
19	(0.911 380 593 932 97,	- 2.593 128, - 1.869 166, - 2.949 137, - 1.0, - 1.130 236,
	0.454 924 137 655 57)	- 2.099 244, - 1.201 448, - 1.612 305, - 0.775 789 8, - 1.295 249,
		- 0.027 342 88, - 1.350 54, - 1.986 9, - 0.857 287 5, - 1.182 33,
		- 0.094 923 32, 0.002 822 354, - 0.698 226 5, - 1.361 610

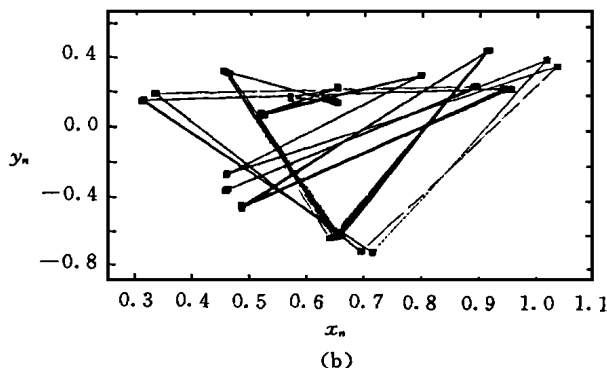
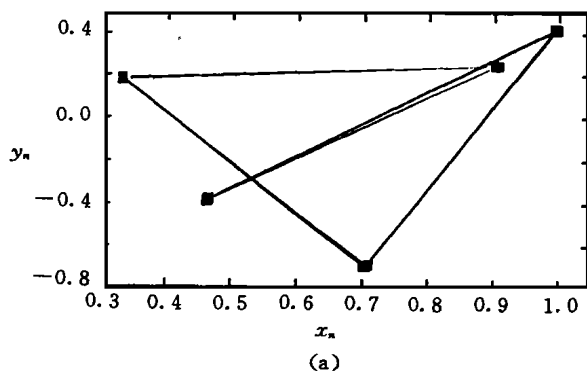


图1 高斯噪声下被镇定的 Ikeda 不稳周期轨道
(a) 周期为 5 的 UPO (b) 周期为 19 的 UPO

4 仿真实验

本文对典型的离散时间混沌系统 Ikeda 映射^[3]进行仿真实验,以验证上述方法的效果。二维 Ikeda 映射函数 $f: R^2 \rightarrow R^2$

$$f(x_n, y_n, p) = \begin{bmatrix} p + \mu(x_n \cos \phi - y_n \sin \phi) \\ \mu(x_n \sin \phi + y_n \cos \phi) \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

其中, $p = 1.0$, $\phi = 0.4 - 6 / (1 + x_n^2 + y_n^2)$, $\mu = 0.7$ 。作为混沌系统, Ikeda 系统具有无穷的不稳定周期轨道。我们用 Matlab 软件得到了它的部分轨道,表 1 给出了轨道的周期数 T 和从轨道上任选的起始点 $g(0)$ 。从 $g(0)$ 出发,系统可以遍历相应的 UPO。

为实现表 1 中 UPO 的镇定控制,对参数 p 进行扰动控制,扰动量按式(4)计算为

$$\delta p_n = k(n)(\alpha(x_n, y_n, p) - g_x(n \bmod T)) \quad (9)$$

其中,标量 $k(n)$ 为反馈系数,且满足 $k(n + T) = k(n)$, $n = 0, 1, \dots$; $\alpha(x_n, y_n, p)$ 是 $f(x_n, y_n, p)$ 的 x 分量,而 $g_x(i) (i = 0, 1, \dots, T - 1)$ 表示目标 UPO 上第 i 个周期点 $g(i)$ 的 x 分量。反馈控制器的设计,即反馈系数序列的选择,被转换为式(6)所描述的最优反馈控制问题,然后用数值寻优算法进行求解。针

对表 1 给出的 UPO,我们成功地求得不同的反馈控制器(见表 1)。

使用线性化 Jacobian 矩阵可以证明,上述控制器是稳定的。图 1 给出了上述控制器在有外来加性高斯噪声时的镇定结果(运行 180 000 次迭代)。图 1(a) 高斯噪声标准差为 $\sigma = 10\% U_{\max}$,图 1(b) 高斯噪声标准差为 $\sigma = 15\% U_{\max}$,控制量的最大幅值 U_{\max} 小于吸引子几何尺寸的 2%,均为 0.02。

5 结 论

在非线性系统的最优控制中,通常很难能象线性系统那样得到解析解,只能用数值方法得到开环解。在混沌系统中,这种开环控制器对外来干扰非常敏感,因此本文提出使用最优反馈控制来进行混沌控制,即将其用于高周期不稳定周期轨道的稳定控制。首先为高周期轨道的各周期点设置非线性反馈控制器,然后采用最优反馈控制技术设计有关的反馈控制器。该方法通用性强,易于实施,与常规开环的最优控制相比具有良好的鲁棒性。对 Ikeda 映射的仿真实验证实了本文方法在镇定高周期轨道及抗噪声方面的能力。

控制律可鲁棒镇定 Delta 算子系统(16), 算法结束; 若无解则进行下一步。

3) 令 $\epsilon = \epsilon/2$, 转向 2)。若 ϵ 小于给定的计算精度时方程(22) 仍无解, 则表明该算法失效, Delta 算子系统(16) 是不可镇定的。

5 结 语

本文基于 Lyapunov 稳定性理论, 提出 Delta 算子不确定系统在区域极点约束下具有性能鲁棒性的充分条件和控制器综合的状态反馈实现方法。在极限情形下分别得到了连续和离散系统的有关结果, 并将所得结果统一到 Delta 算子框架中。

(上接第 328 页)

参考文献:

- [1] Chen Guanrong. Optimal control of chaotic systems [J]. Int J Bif and Chaos, 1994, 4(2): 461-463.
- [2] Fouladi A, Valdivia J A. Period control of chaotic systems by optimization [J]. Phys Rev E, 1997, 55(2): 1315-1320.
- [3] Paskota M, Mees A I, Teo K L. Stabilizing higher periodic orbits [J]. Int J Bif and Chaos, 1994, 4(2): 457-460.
- [4] Paskota M, Mees A I, Teo K L. On control of chaos: Higher periodic orbits [J]. Dyn and Contr, 1995, 5(4): 365-387.
- [5] Mettin R. Control of chaotic maps by optimized periodic

参考文献:

- [1] 张端金, 杨成梧. 反馈控制系统 Delta 算子理论的研究与发展 [J]. 控制理论与应用, 1998, 15(2): 153-160.
- [2] Middleton R H, Goodwin G C. Improved finite word length characteristics in digital control using delta operators [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1986, 31(11): 1015-1021.
- [3] Haddad W M, Bernstrin D S. Controller design with regional pole constraints [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1992, 37(1): 54-69.
- [4] 张端金. Delta 算子系统的建模与控制 [D]. 南京: 南京理工大学, 1998.
- [5] Garcia G, Bernussou J. Pole assignment for uncertain systems in a specified disk by state feedback [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1995, 40(1): 184-190.

- inputs [J]. Int J Bif and Chaos, 1998, 8(8): 1707-1711.
- [6] Pan S, Yin Fuliang. Optimal control of chaos with synchronization [J]. Int J Bif and Chaos, 1997, 7(12): 2855-2860.
- [7] 陈立群, 刘延柱. 控制混沌的研究现状与展望 [J]. 上海交通大学学报, 1998, 32(1): 108-114.
- [8] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos [J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(11): 1196-1199.
- [9] Arecchi F T, Boccaletti S, Ciofini M. The control of chaos: Theoretical schemes and experimental realizations [J]. Int J Bif and Chaos, 1998, 8(8): 1643-1655.
- [10] 陈翰馥, 郭雷. 现代控制理论的若干进展及展望 [J]. 科学通报, 1998, 43(1): 1-7.