文章编号: 1001-0920(2001) 03-355-04

一类组合大系统的间接自适应控制

张颖伟, 王 剑, 张嗣瀛
(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 针对一类非线性组合大系统, 提出一种用高阶神经网络逼近互联大系统的新型设计方法。首先用高阶神经网络逼近非线性组合大系统中的互联项, 这样不仅可以解决大系统中最为复杂的互联项问题, 且较以往采用的方法在工程上易于实现; 然后基于高阶神经网络研究组合大系统的间接自适应控制问题。仿真结果表明了该方法的有效性。

关键词: 非线性; 组合大系统; 互联项; 高阶神经网络; 间接自适应控制
中图分类号: TP 13 文献标识码: A

Indirect Adaptive Control of a Class of Composite Systems

ZHANG Ying-wei, WANG Jian, ZHANG Si-ying
(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: A new design method using high-order neural networks to approach interconnected system aiming at a class of nonlinear composite system is presented. The high-order neural networks are used to approach interconnected terms of composite systems which solved interconnected problem and use easily in the engineering. Then the indirect adaptive control of composite systems is studied. Simulation results show effectiveness of this method.

Key words: nonlinear; composite systems; interconnected term; high-order neural networks; indirect adaptive control

1 引 言

近十多年来, 人们对复杂系统的控制问题给予了高度重视, 但由于复杂控制系统所特有的复杂性, 如高度非线性特性、子系统之间的复杂关联特性以及庞大的数据量等, 使这方面的研究结果相对较少。高阶神经网络(HONN)[1] 是以非线性数学分析及其研究成果为背景, 将高阶神经网络引入复杂控制系统也是自然的。

非线性组合大系统, 首先用高阶神经网络逼近非线性组合大系统中的互联项, 这种设计方法不仅解决了大系统中最为复杂的互联项问题, 而且较以往采用的方法更易于在工程上实现; 然后基于神经网络研究了组合大系统的间接自适应控制问题。

2 神经网络的稳定性分析

考虑非线性互联大系统

$$\dot{x}_{i,t} = f(x_{i,t}, w_{i,t}, t) + h_i(x_i)$$
$$i = 1, 2, \cdots, N \tag{1}$$

收稿日期: 1999-10-18; 修回日期: 1999-12-23
基金项目: 国家自然科学基金项目(69774005)
作者简介: 张颖伟(1969—), 女, 河北定县人, 博士生, 从事复杂系统结构性研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 博士生导师, 中国科学院院士, 从事复杂控制系统的结构性分析、微分对策等研究。

其中，$x_{i,t}\in R^n$ 和 $u_{i,t}\in R^m$ 分别是第 i 个子系统的状态和输入，$x_t=(x_{1,t}^{\mathrm T},x_{2,t}^{\mathrm T},\cdots,x_{N,t}^{\mathrm T})^{\mathrm T}$。

应用高阶神经网络，则系统(1)可表示成如下形式

$$\dot{\hat{x}}_{i,t}=A\hat{x}_{i,t}+W_{1,i,t}\sigma(\hat{x}_{i,t})+u_i+U_{i,t}S(\hat{x}_t)\tag{2}$$

其中，$\hat{x}_{i,t}\in R^n$ 是输入，$U_{i,t}\in R^{n\times n}$ 和 $W_{1,i,t}\in R^{n\times n}$ 是权矩阵，$A\in R^{n\times n}$ 是稳定矩阵；$\sigma(\hat{x}_{i,t})$ 是 n 维向量，其元素为 $\sigma_j(\hat{x}_{i,t})$，$j=1,2,\cdots,n$；$S(\hat{x}_t)$ 是 $n\times n$ 对角矩阵，其元素为 $S_j(\hat{x}_t)$，$j=1,2,\cdots,n$；$\sigma_j(\hat{x}_{i,t})$ 和 $S_j(\hat{x}_t)$ 是 Sigmoid 函数，且

$$\sigma(\hat{x}_{i,t})=\frac{\sigma_{j1}}{1+\mathrm{e}^{-k_{j1}x_{ij,t}}}+\theta_1$$

$$S_j(\hat{x}_t)=\frac{\sigma_{j2}}{1+\mathrm{e}^{-k_{j2}x_{ij,t}}}+\theta_{j2}$$

我们定义辨识误差 $\Delta:=\hat{x}_t-x_t$。

假设 1 函数 $\sigma(\cdot)$，$\phi(\cdot)$ 和 $S(\cdot)$ 满足以下向量条件

$$\sigma^{\mathrm T}(x_{i,t})Z_{\sigma,i}\sigma(x_{i,t})\le x_{i,t}^{\mathrm T}C_{\sigma,i}x_{i,t}$$

$$\phi(x_{i,t})Z_{\phi,i}\phi(x_{i,t})\le x_{i,t}^{\mathrm T}C_{\phi i}x_{i,t}$$

$$S^{\mathrm T}(x_t)Z_SS(x_t)\le x_{i,t}^{\mathrm T}C_Sx_{i,t}$$

且 $\tilde{\sigma}=\sigma(\hat{x}_i)-\sigma(x_i)$，$\tilde{\phi}=\phi(\hat{x}_i)-\phi(x_i)$，$\tilde{S}=S(\hat{x})-S(x)$ 满足条件

$$\tilde{\sigma}^{\mathrm T}\Lambda_{\sigma,i}\tilde{\sigma}\le\Delta_i^{\mathrm T}D_{\sigma,i}\Delta_i$$

$$\tilde{\phi}\Lambda_{\phi,i}\tilde{\phi}\le\Delta_i^{\mathrm T}D_{\phi,i}\Delta_i$$

$$\tilde{S}^{\mathrm T}\Lambda_S\tilde{S}\le\Delta_i^{\mathrm T}D_S\Delta_i$$

其中，$Z_{\sigma,i}$，$Z_{\phi,i}$，Z_S，$C_{\sigma,i}$，$C_{\phi i}$，C_S，$\Lambda_{\sigma,i}$，$\Lambda_{\phi i}$，Λ_S，$D_{\sigma,i}$，$D_{\phi,i}$，D_S 均为已知正常量。

假设 2 存在 $\bar{u}$，使得 $\|\gamma(u_{i,t})\|\le\bar{u}$，$i=1,2,\cdots,N$。

2.1 参数不确定性

假设存在权矩阵 $W_{1,i}^*$，$W_{2,i}^*$ 和 U_i^*，使得非线性组合系统(1)能被如下神经网络完全描述

$$\dot{x}_{i,t}=Ax_{i,t}+W_{1,i}^*\sigma(x_{i,t})+W_{2,i}^*\phi(x_{i,t})\gamma(u_{i,t})+U_i^*S(x_t)\tag{3}$$

其中 $W_{1,i}^*$，$W_{2,i}^*$ 和 U_i^* 是有界的，即

$$W_{1,i}^*\Lambda_{1,i}^{-1}W_{1,i}^{*\mathrm T}\le\bar{W}_{1,i}\tag{3a}$$

$$W_{2,i}^*\Lambda_{2,i}^{-1}W_{2,i}^{*\mathrm T}\le\bar{W}_{2,i}\tag{3b}$$

$$U_i^*\Lambda_{3,i}^{-1}U_i^{*\mathrm T}\le\bar{W}_{3,i}\tag{3c}$$

假设 3 存在正定矩阵 $Q_{0,i}$，使得

$$R_i:=\bar{W}_{1,i}+\bar{W}_{2,i}+\bar{W}_{3,i}$$

$$Q_i:=Q_{0,i}+D_{\sigma,i}+D_{\phi i}\bar{u}+D_S$$

时，如下矩阵 Riccati 方程

$$A^{\mathrm T}P_i+P_iA+P_iR_iP_i+Q_i=0\tag{4}$$

有正定解。

定理 1 考虑系统(1)和神经网络(3)，在假设 1～假设 3 成立的条件下，权学习律如下

$$\dot{W}_{1,i,t}=\dot{\tilde{W}}_{1,i,t}=-k_{1,i}P_i\sigma(\hat{x}_{i,t})\Delta_{i,t}^{\mathrm T}\tag{5}$$

$$\dot{W}_{2,i,t}=\dot{\tilde{W}}_{2,i,t}=-k_{2,i}P_i\phi(\hat{x}_{i,t})\Delta_{i,t}^{\mathrm T}\tag{6}$$

$$\dot{U}_{i,t}=\dot{\tilde{U}}_{i,t}=-k_{3,i}P_iS(\hat{x}_t)\Delta_{i,t}^{\mathrm T}\tag{7}$$

其中，$k_{1,i}$，$k_{2,i}$ 和 $k_{3,i}$ 是正常数，P_i 是 Riccati 方程(4)的正定解，则

$$\lim_{t\to\infty}\Delta_{i,t}=0\tag{8a}$$

$$W_{1,i,t}\in L_\infty,\quad W_{2,i,t}\in L_\infty,\quad U_{i,t}\in L_\infty\tag{8b}$$

其中 $\Delta_{i,t}:=\hat{x}_{i,t}-x_{i,t}$。

证明 由式(3)和式(2)，误差方程如下

$$\dot{\Delta}_{i,t}=A\Delta_{i,t}+\tilde{W}_{1,i,t}\sigma(\hat{x}_{i,t})+W_{1,i}^*\tilde{\sigma}+\tilde{W}_{2,i,t}\phi(\hat{x}_i)\gamma(u_{i,t})+W_{2,i}^*\tilde{\phi}\gamma(u_{i,t})+\tilde{U}_{i,t}S(\hat{x}_t)+U_i^*\tilde{S}$$

其中

$$\tilde{W}_{1,i,t}=W_{1,i,t}-W_{1,i}^*$$

$$\tilde{W}_{2,i,t}=W_{2,i,t}-W_{2,i}^*$$

$$\tilde{U}_{i,t}=U_{i,t}-U_i^*$$

构造 Lyapunov 函数

$$V_t=\sum_{i=1}^{N}V_{i,t}$$

$$V_{i,t}=\Delta_{i,t}^{\mathrm T}P_i\Delta_{i,t}+\frac{1}{k_{1,i}}\mathrm{tr}[\tilde{W}_{1,i,t}^{\mathrm T}\tilde{W}_{1,i,t}]+\frac{1}{k_{2,i}}\mathrm{tr}[\tilde{W}_{2,i,t}^{\mathrm T}\tilde{W}_{2,i,t}]+\frac{1}{k_{3,i}}\mathrm{tr}[\tilde{U}_{i,t}^{\mathrm T}\tilde{U}_{i,t}]$$

由假设 1、假设 2 和矩阵不等式

$$X^{\mathrm T}Y+Y^{\mathrm T}X\le X^{\mathrm T}\Lambda^{-1}X+Y^{\mathrm T}\Lambda Y$$

其中 $X,Y,\Lambda\in R^{n\times k}$。对于任意正定矩阵 $\Lambda_i=\Lambda_i^{\mathrm T}>0$，则有

$$2\Delta_{i,t}^{\mathrm T}P_iW_{1,i}^*\tilde{\sigma}\le\Delta_{i,t}^{\mathrm T}P_iW_{1,i}^*\Lambda_i^{-1}W_{1,i}^{*\mathrm T}P_i\Delta_{i,t}+\tilde{\sigma}^{\mathrm T}\Lambda_i\tilde{\sigma}\le\Delta_{i,t}^{\mathrm T}(P_i\bar{W}_{1,i}P_i+D_{\sigma,i})\Delta_{i,t}$$

同理可得

$$2\Delta_{i,t}^{\mathrm T}P_iW_{2,i}^*\tilde{\phi}\le\Delta_{i,t}^{\mathrm T}(P_i\bar{W}_{2,i}P_i+D_{\phi i})\Delta_{i,t}$$

$$2\Delta_{i,t}^{\mathrm T}P_iU_i^*\tilde{S}\le\Delta_{i,t}^{\mathrm T}(P_i\bar{W}_{3,i}P_i+D_S)\Delta_{i,t}$$

选择自适应律(5)～(7)，应用 Barlalat 定理即可证得。

2.2 未建模动态的提出

如果神经网络(2)不能完全描述系统(1)，则建模误差定义如下

$$
\begin{aligned}
-\Delta f_i := {} & A\hat{x}_{i,t} + W^*_{1,i}\sigma(\hat{x}_{i,t}) + \\
& W^*_{2,i}\phi(\hat{x}_{i,t})\gamma(u_{i,t}) + U^*_i S(\hat{x}_t) - \\
& f(x_{i,t}, u_{i,t}, t) - h_i(x_t)
\end{aligned} \tag{9}
$$

其中 $W^*_{1,i}, W^*_{2,i}$ 和 U^*_i 满足式(3a)～(3c)。

假设 4　存在对角矩阵 $\eta_{\sigma,i}, \eta_S \in R^n, \eta_{\phi,i} \in R^{n\times m}$ 和矩阵 $\Lambda_{1,i}, \Lambda_{2,i}, \Lambda_{3,i}$，使得

$$
\begin{aligned}
& \|\Delta f_i\| \le \eta_{\sigma i} + \eta_{\phi,i} + \eta_S \\
& \eta_{\sigma i} = \|\eta_{\sigma i}\|_{\Lambda_{1,i}} := \eta^{\mathrm{T}}_{\sigma i}\Lambda_{1,i}\eta_{\sigma i} \\
& \eta_{\phi i} = \|\eta_{\phi i}\|_{\Lambda_{2,i}} := \eta^{\mathrm{T}}_{\phi i}\Lambda_{2,i}\eta_{\phi i} \\
& \eta_S = \|\eta_S\|_{\Lambda_{3,i}} := \eta^{\mathrm{T}}_S\Lambda_{3,i}\eta_S
\end{aligned} \tag{10}
$$

假设 5　存在正定矩阵 $Q_{0,i}$，使得当

$$
R_i := \bar{W}_{1,i} + \bar{W}_{2,i} + \bar{W}_{3,i} + \Lambda^{-1}_{1,i} + \Lambda^{-1}_{2,i} + \Lambda^{-1}_{3,i}
$$

$$
Q_i := Q_{0,i} + D_{\sigma,i} + D_{\phi i}\bar{u} + D_S
$$

时，矩阵 Riccati 方程(4)有正定解。

定理 2　考虑非线性组合系统(1)和神经网络(2)带有建模误差(9)，在假设 1～假设 4 成立的条件下，权学习律如下

$$
\dot{W}_{1,i,t} = \dot{\tilde{W}}_{1,i,t} = -s_i k_{1,i} P_i \sigma(\hat{x}_{i,t})\Delta^{\mathrm{T}}_{i,t} \tag{11}
$$

$$
\dot{W}_{2,i,t} = \dot{\tilde{W}}_{2,i,t} = -s_i k_{2,i} P_i \phi(\hat{x}_{i,t})\Delta^{\mathrm{T}}_{i,t} \tag{12}
$$

$$
\dot{U}_{i,t} = \dot{\tilde{U}}_{i,t} = -s_i k_{3,i} P_i S(\hat{x}_t)\Delta^{\mathrm{T}}_{i,t} \tag{13}
$$

其中

$$
s_i = \begin{cases} 1, & \|\Delta_{i,t}\| > \eta_i\sqrt{1/\lambda_{\min}(Q_{0,i})} \\ 0, & \|\Delta_{i,t}\| \le \eta_i\sqrt{1/\lambda_{\min}(Q_{0,i})} \end{cases}
$$

$\eta_i = \eta_{\sigma i} + \eta_{\phi,i}\bar{u}_i + \eta_S$ 是建模误差的上界。则得：

1) $\Delta_t, \Delta_{i,t}, W_{1,i,t}, W_{2,i,t}, U_{i,t}$ 是有界的；

2) 辨识误差 $\Delta_{i,t}$ 满足如下 H^∞ 跟踪性能

$$
\frac{1}{T}\int_0^T \|\Delta_i\|^2 \mathrm{d}t \le \eta_i + \frac{C_{0,i}}{T} \tag{14}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
C_{0,i} = {} & \Delta^{\mathrm{T}}_i(0)P_i\Delta_i(0) + \frac{1}{k_{1,i}}\mathrm{tr}[\tilde{W}^{\mathrm{T}}_{1,i}(0)\tilde{W}_{1,i}(0)] + \\
& \frac{1}{k_{2,i}}\mathrm{tr}[\tilde{W}^{\mathrm{T}}_{2,i}(0)\tilde{W}_{2,i}(0)] + \frac{1}{k_{3,i}}\mathrm{tr}[\tilde{U}^{\mathrm{T}}_i(0)\tilde{U}_i(0)]
\end{aligned} \tag{15}
$$

证明与定理 1 类似。

3　基于神经网络的局部最优控制

基于神经网络辨识(2)，我们设计一个局部最优控制器，控制目标是使系统跟踪一个假设足够光滑的最优轨线 x^*_i，该轨线可认为是参考模型

$$
\mathring{x}^*_i = \alpha(x^*_i, t) \tag{16}
$$

的解。已知的初始条件为 $\alpha(x^*_i, t) = 0, x^*_i(0) = c$，$c$ 为常数。由式(9)得

$$
\begin{aligned}
\mathring{x}_{i,t} = {} & Ax_{i,t} + W_{1,i,t}\sigma(\hat{x}_{i,t}) + \\
& W_{2,i,t}\phi(\hat{x}_{i,t})\gamma(u_{i,t}) + U_{i,t}S(\hat{x}_t) + \Delta f + \\
& W_{1,i,t}\tilde{\sigma} + W_{2,i,t}\tilde{\phi}\gamma(u_{i,t}) + U_{i,t}\tilde{S} - \\
& \tilde{W}_{1,i,t}\sigma - \tilde{W}_{2,i,t}\phi\gamma(u_{i,t}) - \tilde{U}_{i,t}S
\end{aligned} \tag{17}
$$

根据定理 2 修改 $W_{1,i,t}, W_{2,i,t}$ 和 $U_{i,t}$ 如式(11)～(13)。由式(17)有

$$
\begin{aligned}
\mathring{x}_{i,t} = {} & Ax_i + W_{1,i,t}\sigma(\hat{x}_{i,t}) + \\
& W_{2,i,t}\phi(\hat{x}_{i,t})\gamma(u_{i,t}) + \\
& U_{i,t}S(\hat{x}_t) + d_{i,t}
\end{aligned} \tag{18}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
d_{i,t} = {} & \Delta f + W_{1,i,t}\tilde{\sigma}(\hat{x}_{i,t}) + \\
& W_{2,i,t}\tilde{\phi}(\hat{x}_{i,t})\gamma(u_{i,t}) + U_{i,t}S(\hat{x}_t) - \\
& \tilde{W}_{1,i,t}\sigma - \tilde{W}_{2,i,t}\phi\gamma(u_{i,t}) - \tilde{U}_{i,t}S
\end{aligned} \tag{19}
$$

定义轨线误差为

$$
\Delta^*_{i,t} = x_{i,t} - x^*_{i,t}
$$

由式(16)和式(17)有

$$
\begin{aligned}
\dot{\Delta}^*_{i,t} = {} & Ax_{i,t} + W_{1,i,t}\sigma(\hat{x}_{i,t}) + \\
& W_{2,i,t}\phi(\hat{x}_{i,t})\gamma(u_{i,t}) + \\
& U_{i,t}S(\hat{x}_t) + d_{i,t} - \alpha(x^*_{i,t}, t)
\end{aligned}
$$

选择控制 u_i 为如下线性形式

$$
\gamma(u_{i,t}) = M_{1,i,t} + [W_{2,i,t}\phi(\hat{x}_{i,t})]^{-1}M_{2,i,t}
$$

$$
\begin{aligned}
M_{1,i,t} = {} & [W_{2,i,t}\phi(\hat{x}_{i,t})]^{-1}[\alpha(x^*_{i,t}, t) - \\
& Ax^*_i - W_{1,i,t}\sigma(\hat{x}_{i,t}) - U_{i,t}S(\hat{x}_t)]
\end{aligned}
$$

其中，$M_{2,i,t}$ 是未建模动态 $d_{i,t}$ 的补偿，$M^*_{2,i,t} = -2R^{-1}_{c,i}P_{c,i}\Delta^*_{i,t}$。

假设 6　存在正定矩阵 $Q_{c,i}$，使得 Riccati 方程

$$
A^{\mathrm{T}}P_{c,i} + P_{c,i}A + P_{c,i}\Lambda_i P_{c,i} + Q_{c,i} = 0 \tag{20}
$$

有一个正定解 $P_{c,i}$。

以下定理将给出跟踪误差的偏差性能。

定理 3　对神经网络(2)，在满足假设 1～假设 6 的条件下，系统(1)、参考模型(16)和跟踪误差 $\Delta^*_{i,t}$ 满足

$$
\begin{aligned}
& \varlimsup_{\tau\to\infty}\frac{1}{\tau}\int_0^\tau [\Delta^{*\mathrm{T}}_{i,t}Q_{c,i}\Delta^*_{i,t} + M_{2,i,t}R_{c,i}M_{2,i,t}]\mathrm{d}t \le \\
& \varlimsup_{\tau\to\infty}\int_0^\tau [d^{\mathrm{T}}_{i,t}\Lambda^{-1}_i d_{i,t} + \Psi(M_{2,i,t})]\mathrm{d}t
\end{aligned} \tag{21}
$$

其中，$Q_{c,i}, R_{c,i}$ 是正定矩阵，$d_{i,t}$ 由式(18)定义，而

$$
\Psi(M_{2,i,t}) = 2\Delta^{*\mathrm{T}}_{i,t}P_{c,i}M_{2,i,t} + M^{\mathrm{T}}_{2,i,t}R_{c,i}M_{2,i,t}
$$

证明与定理 1 类似。

(下转第 361 页)

图 2 所示。图 1 为 $y_r = 10$ 时系统输出和期望轨迹的仿真曲线; 图 2 为 $y_r = 5\sin(k/50)$ 时系统输出和期望轨迹的仿真曲线。仿真结果表明, 本文方法能够取得较好的跟踪效果。

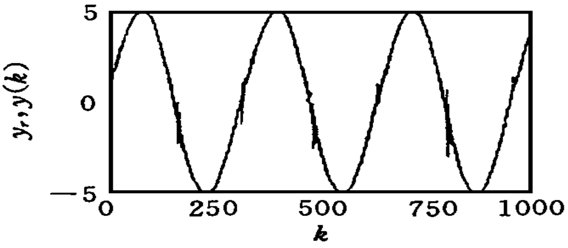

图 2　跟踪正弦信号 $y_r = 5\sin(k/50)$

参考文献:

[1] 王伟. 广义预测控制理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.

[2] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.

[3] Ping Lu. Approximate nonlinear receding-horizon control laws in closed form[J]. Int J Control, 1998, 7(1): 19-34.

[4] Sahjendra N Singh. Nonlinear predictive control of feedback linearizable system and flight control system design[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 1995, 18(5): 1023-1028.

[5] 秦滨, 韩志刚. 非线性 NARMAX 模型的 ARMAX 模型全局线性化[J]. 自动化学报, 1997, 23(3): 332-337.

[6] G C 古德温, 孙贵生. 自适应滤波、预测与控制[M]. 张永光等译, 北京: 科学出版社, 1992.

[7] L Guo. Estimating time-varying parameters by the Kalman filter based algorithm: Stability and convergence[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1990, 35(2): 141-147.

[8] Changyun Wen. A robust adaptive controller with minimal modifications for discrete time-varying systems[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39(5): 987-991.

(上接第 357 页)

4　结　　语

本文首先用高阶神经网络逼近非线性组合大系统中的互联项, 然后基于神经网络研究了组合大系统的间接自适应控制。这种设计方法不仅解决了大系统中最为复杂的互联项问题, 而且较以往采用的方法在工程上更易于实现。仿真结果表明了该方法的有效性。

参考文献:

[1] E Kosmatopoulos, M Polycarpou, M Christodoulou. High-order neural network structures for identification of dynamical systems[J]. IEEE Trans on Neural Network, 1995, 6(2): 422-431.

[2] Rovithakis G A, Christodoulou M A. Adaptive control of unknown plants using dynamical neural networks [J]. IEEE Trans on Syst, Man and Cybern, 1994, 24(3): 400-412.