

文章编号: 1001-0920(2001)03-358-04

一类非线性系统的自适应广义预测控制

郭 健¹, 朱瑞军², 胡维礼¹

(1. 南京理工大学 自动化系, 江苏 南京 210094; 2 大连理工大学 自动化系, 辽宁 大连 116023)

摘 要: 针对一类非线性系统, 通过分析将其表示为具有时变系数的线性系统, 然后利用带协方差修正的最小二乘法对时变参数进行在线辨识, 最后运用广义预测控制策略实现对原系统的自适应预测控制。仿真结果表明了该方法的有效性。

关键词: 非线性系统; 时变; 广义预测控制; 自适应控制

中图分类号: TP 273 **文献标识码:** A

Adaptive GPC for a Class of Nonlinear System

GUO Jian¹, ZHU Rui-jun², HU Wei-li¹

(1. Department of Automation, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China;

2. Department of Automation, Dalian University of Science & Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: An adaptive predictive control is implemented for a class of nonlinear system by substituting it with a time-varying linear system. Then, RLS with covariance modification algorithm is used to identify the time-varying coefficients on-line. The generalized predictive control is designed for the system. The effectiveness of the presented method is demonstrated by the simulation results.

Key words: nonlinear system; time-varying; generalized predictive control; adaptive control

1 引 言

广义预测控制是在自适应控制发展过程中产生的, 其基本原理是预测模型、滚动优化和反馈校正。在预测控制中, 优化不是离线进行的, 而是反复在线滚动进行的, 这是预测控制区别于传统最优控制的根本点。广义预测控制已成功地运用于各个领域, 实践表明它具有较强的鲁棒性, 优于常规的自适应控制^[1]。关于线性系统的广义预测控制, 人们已做了许多工作, 建立了较为完善的理论体系, 并且日趋成熟^[1,2]。而对于非线性系统的预测控制, 由于缺乏有效的数学分析工具以及建立精确预测模型的困难,

目前还没有较为系统且行之有效的研究方法, 用得较多的是近似线性化方法^[3~5]。由于使用近似线性化, 不可避免地存在建模误差, 必然引起控制性能降低。

本文通过分析, 将一类非线性系统等价为时变线性系统, 并将广义预测控制策略和时变参数的估计方法有机地结合起来, 较为成功地实现了一类非线性系统的自适应预测控制。

2 系统模型

设被控对象的输入输出模型为

收稿日期: 2000-02-14; 修回日期: 2000-06-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(69974021); 高校博士点基金项目(BJ9703)

作者简介: 郭健(1974—), 男, 江苏南通人, 博士生, 从事预测控制、小波神经网络等研究; 胡维礼(1941—), 男, 江苏东台人, 教授, 博士生导师, 主要从事鲁棒自适应控制、非线性控制等研究。

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)) \quad (1)$$

其中, n, m 分别为系统已知的输入输出阶次或阶次的上限; $f(\bullet)$ 是未知的关于 $y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)$ 的非线性函数, 且满足下列条件:

- 1) $f(0, 0, \dots, 0) = 0$;
- 2) $f(\bullet)$ 关于 $y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)$ 连续可导, 且各偏导数有界。

以上条件对于许多非线性系统而言并非很苛刻。条件 1) 表明系统的平衡点为坐标原点, 若不是坐标原点, 则可通过相应的坐标平移使之满足该条件; 条件 2) 代表了一类非线性系统, 也是许多实际非线性过程所满足的。在此基础上, 我们将得到非线性系统 (1) 的线性表示。

3 非线性系统的线性表示

为简便起见, 这里只考虑单输入单输出系统, 多输入多输出系统可依此类推。对于系统 (1), 通过分析可得如下定理:

定理 1 满足条件 1) 和 2) 的非线性系统 (1), 可表示为如下时变线性系统

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)) = \alpha_1(k)y(k-1) + \dots + \alpha_m(k)y(k-m) + \beta_1(k)u(k-1) + \dots + \beta_n(k)u(k-n) \quad (2)$$

证明 由条件 1) 可得

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)) = f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)) - f(0, \dots, 0, 0, \dots, 0) = f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n+1), u(k-n)) - f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n+2), u(k-n+1), 0) + \dots + f(y(k-1), 0, \dots, 0) - f(0, \dots, 0, 0, \dots, 0)$$

由条件 2) 和微分中值定理可得

$$f(y(k-1), \dots, y(k-i+1), y(k-i), 0, \dots, 0) - f(y(k-1), \dots, y(k-i+1), 0, \dots, 0) = y(k-i) \left(\frac{\partial f}{\partial y}(k-i) \right) \Big|_{x_i}$$

其中

$$Y_i = [y(k-1), \dots, y(k-i+1), Y_i, 0, \dots, 0]$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

Y_i 是介于 0 与 $y(k-i)$ 之间的某个数。

同理可得

$$f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-j+1), u(k-j), 0, \dots, 0) - f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-j+1), 0, \dots, 0) = u(k-j) \left(\frac{\partial f}{\partial u}(k-j) \right) \Big|_{x_j}$$

其中

$$X_j = [y(k-1), \dots, u(k-j+1), \omega, 0, \dots, 0] \quad j = 1, 2, \dots, n$$

ω 是介于 0 与 $u(k-j)$ 之间的某个数。

综上所述可得

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)) = \alpha_1(k)y(k-1) + \dots + \alpha_m(k)y(k-m) + \beta_1(k)u(k-1) + \dots + \beta_n(k)u(k-n)$$

其中

$$\alpha_i(k) = \frac{\partial f}{\partial y}(k-i) \Big|_{x_i} \quad \beta_j(k) = \frac{\partial f}{\partial u}(k-j) \Big|_{x_j}$$

由条件 2) 中偏导数的有界性, 可知 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, m), \beta_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 是有界的。(证毕)

4 时变参数的估计

由于非线性函数 $f(\bullet)$ 是未知的, 因此其偏导数也是未知的, 即线性表示 (2) 中的各系数是未知的。由上述推导可以看出, 各系数随着时间而变化, 因此在每步进行控制前, 均需先在线辨识这些时变系数, 然后再设计控制器。本节将给出辨识时变参数的方法及参数估计有界性的一些结论。

由定理 1 知, 系统 (2) 可表示为

$$y(k) = \Phi(k)\theta(k)$$

其中

$$\Phi(k) = [y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-m), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-n)] \quad \theta(k) = [\alpha_1(k), \alpha_2(k), \dots, \alpha_m(k), \beta_1(k), \beta_2(k), \dots, \beta_n(k)]^T$$

这里 $\theta(k)$ 是时变的。关于时变参数的辨识, 人们对最小二乘法做了许多改进^[6-8], 使其更适用于时变参数的估计。这里采用改进的带协方差修正的最小二乘法, 即

$$\hat{\theta}(k) =$$

$$\hat{\theta}(k-1) + \frac{P_{k-1}\Phi(k-1)}{r + \Phi(k-1)^T P_{k-1} \Phi(k-1)} \times [y(k) - \Phi(k-1)^T \hat{\theta}(k-1)]$$

$$P_k = P_{k-1} - \frac{P_{k-1}\Phi(k-1)\Phi(k-1)^T P_{k-1}}{r + \Phi(k-1)^T P_{k-1} \Phi(k-1)} + Q$$

(3)

其中 $P_0 > 0, 1 > r > 0, Q > 0$

由文献[7]可知:取 $w(k) = \theta(k) - \theta(k-1)$,若 $\theta(k)$ 有界且 $w(k)$ 满足一定条件,则由辨识算法(3)所得的参数估计的误差是有界的,且与参数的变化率有关。

5 广义预测控制算法

为能更好地跟踪期望输出,这里采用具有多步预报特性的广义预测控制,利用其在线滚动优化和反馈校正的特点,对输出进行多步预测,并顾及不确定性的影响而及时加以校正,从而获得对期望轨迹较好的跟踪效果。

本文采用的广义预测控制基本算法^[1,2]如下:

设被控对象由差分方程表示为

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + C(z^{-1})\xi(k)/\Delta$$

(4)

其中, ξ 是白噪声序列, $\Delta = 1 - z^{-1}$ 表示差分算子, $A(z^{-1}), B(z^{-1}), C(z^{-1})$ 分别是后移算子 z^{-1} 的 m, n, v 次多项式,且 $A(z^{-1})$ 和 $B(z^{-1})$ 的首项为一。

采用性能指标

$$J = E[(y - y_r)^T(y - y_r) + \lambda u^T u]$$

(5)

其中

$$y_r = [y_r(k+1), \dots, y_r(k+N)]^T$$

$$y = [y(k+1), \dots, y(k+N)]^T$$

$$u = [\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+N_u-1)]^T$$

y_r 是已知的设定值序列, λ 是加权常数, N 为最大预测时域, N_u 为控制时域。

对性能指标(5)求极值,并利用 Diophantine 方程

$$\begin{cases} 1 = E_j(z^{-1})A(z^{-1})\Delta + z^{-j}F_j(z^{-1}) \\ E_j(z^{-1})B(z^{-1}) = G_j(z^{-1}) + z^{-j}H_j(z^{-1}) \end{cases}$$

(6)

其中 $E_j(z^{-1}), F_j(z^{-1}), G_j(z^{-1}), H_j(z^{-1})$ 分别是后移算子 z^{-1} 的 $j-1, m, j-1, n-1$ 次多项式, $j = 1, 2, \dots, N$ 。则得控制律

$$u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T [y_r - Fy(k) - H\Delta u(k-1)]$$

(7)

其中

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_{N-N} \end{bmatrix}_{(N \times N_u)}$$

$$F(z^{-1}) = [F_1(z^{-1}), \dots, F_N(z^{-1})]^T$$

$$H(z^{-1}) = [H_1(z^{-1}), \dots, H_N(z^{-1})]^T$$

取 u 的第一行可得控制律为

$$\begin{cases} \Delta u(k) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]u \\ u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \end{cases}$$

(8)

将式(3)中估计的参数值代入下式

$$\hat{A}(z^{-1}) = 1 + (-\hat{\alpha}_1(k))z^{-1} + (-\hat{\alpha}_2(k))z^{-2} + \dots + (-\hat{\alpha}_m(k))z^{-m}$$

$$\hat{B}(z^{-1}) = \hat{\beta}_1(k) + \hat{\beta}_2(k)z^{-1} + \dots + \hat{\beta}_n(k)z^{-n+1}$$

可求得控制器(8)中所需的参数。按照确定性等价原理^[6],即可求得相应的控制律。由定理1知,系统(1)和系统(2)是等价的,因此所得控制即为原系统(1)的自适应广义预测控制律。

6 仿真结果

取被控对象为

$$y(k) = \frac{5y(k-1)y(k-2)}{1 + y(k-1)^2 + y(k-2)^2 + y(k-3)^2} + u(k-1) + 1.1u(k-2)$$

不难看出该系统满足假设条件1)和2)。由定理1知,该系统可用如下线性系统描述。

$$y(k) = \alpha(k)y(k-1) + \alpha_2(k)y(k-2) + \alpha_3(k)y(k-3) + \beta_1(k)u(k-1) + \beta_2(k)u(k-2)$$

仿真中,初始条件为: $u(1) = -1, u(2) = 1, y(1) = y(2) = 0, y(3) = 1$; 辨识算法中 $r = 0.1, P_0 = 100 \times I_{5 \times 5}, Q = 0.1 \times I_{5 \times 5}$; 广义预测控制算法中的参数取 $\lambda = 0.5, N = 5, N_u = 1$ 。仿真结果如图1,

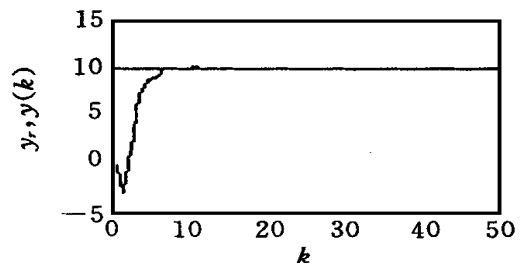


图1 跟踪阶跃信号 $y_r = 10$

图 2 所示。图 1 为 $y_r = 10$ 时系统输出和期望轨迹的仿真曲线; 图 2 为 $y_r = 5\sin(k/50)$ 时系统输出和期望轨迹的仿真曲线。仿真结果表明, 本文方法能够取得较好的跟踪效果。

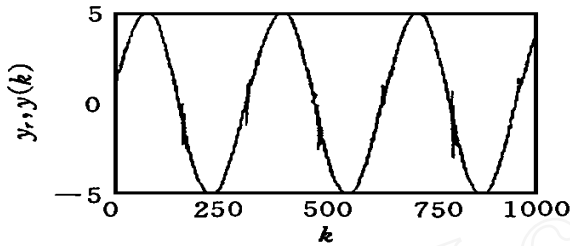


图 2 跟踪正弦信号 $y_r = 5\sin(k/50)$

参考文献:

- [1] 王伟 广义预测控制理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998
 [2] 席裕庚 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993

- [3] Ping Lu Approximate nonlinear receding-horizon control laws in closed form [J]. Int J Control, 1998, 7(1): 19-34
 [4] Sahjendra N Singh Nonlinear predictive control of feedback linearizable system and flight control system design [J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 1995, 18(5): 1023-1028
 [5] 秦滨, 韩志刚 非线性NARMAX模型的ARMAX模型全局线性化[J]. 自动化学报, 1997, 23(3): 332-337
 [6] G C 古德温, 孙贵生 自适应滤波、预测与控制[M]. 张永光等译, 北京: 科学出版社, 1992
 [7] L Guo Estimating time-varying parameters by the Kalman filter based algorithm: Stability and convergence [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1990, 35(2): 141-147.
 [8] Changyun Wen A robust adaptive controller with minimal modifications for discrete time-varying systems [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39(5): 987-991.

(上接第 357 页)

4 结 语

本文首先用高阶神经网络逼近非线性组合大系统中的互联项, 然后基于神经网络研究了组合大系统的间接自适应控制。这种设计方法不仅解决了大系统中最为复杂的互联项问题, 而且较以往采用的方法在工程上更易于实现。仿真结果表明了该方法的有效性。

参考文献:

- [1] E Kosmatopoulos, M Polycarpou, M Christodoulou. High-order neural network structures for identification of dynamical systems [J]. IEEE Trans on Neural Network, 1995, 6(2): 422-431.
 [2] Rovithakis G A, Christodoulou M A. Adaptive control of unknown plants using dynamical neural networks [J]. IEEE Trans on Syst, Man and Cybern, 1994, 24(3): 400-412