

文章编号: 1001-0920(2001)03-273-04

基于过程输入输出变化关系的模糊建模方法

朱文彪¹, 孙增圻¹, 陈伟基²

(1. 清华大学 计算机系, 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084; 2. 澳门大学 科学与技术学院, 澳门 3001)

摘 要: 针对难以建立精确数学模型的复杂过程, 提出一种基于过程输入输出数据变化关系的模糊建模方法。首先按过程输出随输入变量变化的程度对输入变量论域进行划分, 在此基础上确定模糊模型的规则总数和前件参数; 然后根据所建模糊模型可表示为一个前馈模糊神经网络, 利用 BP 学习算法求得过程模糊模型的后件参数。仿真例子验证了该模糊建模方法的有效性, 同时表明所建模糊规则模型具有较好的泛化能力。

关键词: 复杂过程; 模糊建模; 模糊模型; 模糊神经网络

中图分类号: TP 273 **文献标识码:** A

Fuzzy Modeling Method Based on the Change Relationship Between Process Input and Output Data

ZHU Wen-biao¹, SUN Zeng-qi¹, CHEN Wei-ji²

(1. Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. School of Science and Technology, University of Macau, Macau 3001, China)

Abstract: A fuzzy modeling method based on the change relationship between process input and output data is presented for complex processes which are difficult to be mathematically modeled. The domain of discourse of input variables is divided firstly according to the changing degree of the process output while the input variables change. Then based on the dividing the total number and the premise parameters of the fuzzy rules are determined. The BP algorithm is applied to obtain the consequent parameters of the fuzzy rules. The effectiveness of the presented fuzzy modeling method and the generalization ability of the fuzzy rules model are demonstrated by a simulation example.

Key words: complex processes; fuzzy modeling; fuzzy model; fuzzy neural network

1 引 言

随着科学技术的高度和计算机的广泛使用, 被控过程变得越来越复杂。这些复杂过程没有明确的物理规律可循, 即使做出各种假设, 要进行传统的定量分析也是十分困难的, 有时甚至无法实现。在这种情况下, 无论是被控过程还是操作员的经验控

制过程, 都无法以解析式进行描述, 这就为系统设计及分析带来了困难。为此, 许多学者将模糊逻辑应用于复杂过程的建模与控制。在这一研究领域, Zadeh^[1] 首先提出模糊建模的思想, 从而使模糊建模作为模糊系统研究中的一个关键问题而受到人们的关注^[2]。用于建模的模糊模型通常有如下 3 种类型:

收稿日期: 2000-04-11; 修回日期: 2000-08-18

作者简介: 朱文彪(1963—), 男, 山西山阴人, 副教授, 博士生, 主要从事模糊系统与模糊控制等研究; 孙增圻(1943—), 男, 江苏靖江人, 教授, 博士生导师, 主要从事模糊控制、神经网络控制等研究。

1) Mamdani 模型^[3]

R^l : if x_1 is G_1^l, x_2 is G_2^l, \dots, x_n is G_n^l
then y is $H^l, l = 1, 2, \dots, M$

其中 $G_i^l (i = 1, 2, \dots, n)$ 和 H^l 均是模糊集合。

2) T-S 模型^[4]

R^l : if x_1 is G_1^l, x_2 is G_2^l, \dots, x_n is G_n^l
then y is $f^l(x_1, x_2, \dots, x_n), l = 1, 2, \dots, M$

其中, $G_i^l (i = 1, 2, \dots, n)$ 是模糊集合, $f^l(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是输入 x 的函数, 通常取为

$$f^l(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_n$$

3) 实常数值后件模糊模型^[5]

R^l : if x_1 is G_1^l, x_2 is G_2^l, \dots, x_n is G_n^l
then y is $\theta, l = 1, 2, \dots, M$

其中, $G_i^l (i = 1, 2, \dots, n)$ 是模糊集合, θ 是实常数。

前两种模糊模型用于建模和控制的研究较多, 而后一种则较少。但是人们发现, 这种实常数值后件模糊模型却是十分有用的, 因为基于这种模型的方法可以方便地应用到 Mamdani 模型中, 从而克服在用 Mamdani 模型解决问题时所遇到的困难和不足。文献[5]已经证明, 可以用实常数值后件模糊模型描述一个难以建立准确数学模型的复杂过程, 并且该模糊模型可以任意精度逼近紧集上的任意实值连续函数。然而, 如何得到这样的模糊规则模型, 却是一个十分关键的问题。为此, 本文提出一种基于复杂过程输入输出数据间的变化关系求取模糊规则模型的方法。

2 复杂过程的模糊建模

设有一个 MISO 复杂过程 $y = f(x)$, 其中, f 未知, $x \in X \subset R^n$, 且 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n), y \in Y \subset R$ 。现有 N (N 足够多) 组关于过程的输入-输出数据, 即 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$, 构建如下模糊规则模型

R^l : if x_1 is F_1^l, x_2 is F_2^l, \dots, x_n is F_n^l
then $y = \theta, l = 1, 2, \dots, M$ (1)

其中, $\theta \in R$ 是实常数, M 是正整数, F_i^l 是 x_i 论域中的模糊集合, 其隶属度函数为 $\mu_{F_i^l}(x_i), i = 1, 2, \dots, n$ 。则该模型能以足够的精度逼近这 N 组数据, 并有足够的泛化能力。

要构建式(1)的模糊模型, 需要确定以下参数:

- 1) 规则前件模糊集合隶属度函数中的参数;
- 2) 规则数 M ;
- 3) 规则后件的参数 θ 。

2.1 规则前件参数和规则数 M 的确定

设 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的论域为 $[x_i^-, x_i^+]$, 如果求得对 x_i 论域的模糊分割数 N_{F_i} , 则可确定出规则数 $M = N_{F_1} N_{F_2} \dots N_{F_n}$ 。本文按如下原则对输入空间 $X = [x_1^-, x_1^+] \times [x_2^-, x_2^+] \times \dots \times [x_n^-, x_n^+]$ 进行模糊分割: 通过对采集数据的分析, 在 $f(x)$ 随 x 变化而变化剧烈的子空间对 X 细分; 在 $f(x)$ 随 x 变化而变化平缓的子空间对 X 粗分。具体操作过程是: 分析 $f(x)$ 随 x 变化而变化的情况, 用 x 在某子空间变化时 $f(x)$ 的峰值点多少来表征 $f(x)$ 在该子空间的变化剧烈程度, 峰值点越多的子空间, 对 x 的模糊分割数越多, 反之亦然。具体分割过程如下:

首先, 根据采样数据确定出 $f(x)$ 在 x 的论域 X 内近似的峰值点数 N_p , 以及每个峰值点所对应的输入向量 x 的值 $x_p^j (j = 1, 2, \dots, N_p)$ 。确定方法是: 设 $(x_k, f(x_k))$ 是任意一组采样数据, 其中 $x_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn})$, 并令

$$f(x_{ki+}) = f(x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{ki}^+, \dots, x_{kn}) \quad (2)$$

$$f(x_{ki-}) = f(x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{ki}^-, \dots, x_{kn}) \quad (3)$$

其中, x_{ki}^+ 表示在 x_k 的第 i 维输入变量上位于 x_{ki} 右侧的第一个点; x_{ki}^- 表示在 x_k 的第 i 维输入变量上位于 x_{ki} 左侧的第一个点。若对于所有的 $i (i = 1, 2, \dots, n)$, 均有

$$f(x_{ki+}) < f(x_k), \quad f(x_{ki-}) < f(x_k) \quad (4)$$

或 $f(x_{ki+}) > f(x_k), \quad f(x_{ki-}) > f(x_k) \quad (5)$ 成立, 则 $(x_k, f(x_k))$ 是一个近似峰值点。这样便可通过采样数据确定出 $f(x)$ 在 x 的论域 X 内近似的峰值点数 N_p , 以及每个峰值点所对应的输入向量 x 的值 x_p^j 。

注1 只要在采样数据的范围内满足式(4)或(5), 就认为 $(x_k, f(x_k))$ 是一个近似峰值点。

注2 凡涉及到 x_k 任何一维输入变量论域端点的采样点, 都不确定为近似峰值点。

确定出 N_p 和 x_p^j 后, 由 $x_p^j (j = 1, 2, \dots, N_p)$ 确定出每维输入变量 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 论域 $[x_i^-, x_i^+]$ 的模糊分割数 N_{F_i} 。其过程为: 由 N_p 个峰值点对应的 x_p^j 的第 i 个分量, 可在论域 $[x_i^-, x_i^+]$ 中确定出 N_{p_i} 个分点 $x_i^{m_i} (m_i = 1, 2, \dots, N_{p_i})$, 然后在每个 $x_i^{m_i}$ 附近 (包括 $x_i^{m_i}$) 选取 $n_i^{m_i} (n_i^{m_i} = 1 \sim 3)$ 个点, 作为论域 $[x_i^-, x_i^+]$ 的模糊分割点。具体方法如下:

- 1) 当 $n_i^{m_i} = 1$ 时, 则选取 $x_i^{m_i}$ 本身;
- 2) 当 $n_i^{m_i} = 2$ 时, 除了选取 $x_i^{m_i}$ 本身外, 再取 $x_i^{m_i}$ 左侧一点记为 $x_i^{m_i-}$, 或右侧一点记为 $x_i^{m_i+}$;



3) 当 $n_i^m = 3$ 时, 除了选取 $x_i^{m_i}$ 本身外, 在 $x_i^{m_i}$ 的左右再各取一点, 分别记为 $x_i^{m_i^-}$ 和 $x_i^{m_i^+}$ 。

于是 $x_i^{m_i^-}$, $x_i^{m_i}$ 和 $x_i^{m_i^+}$ 便对应 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 论域 $[x_i^-, x_i^+]$ 中的 3 个模糊集合, 其隶属度函数分别选为

$$\begin{cases} \mu_i^{m_i^-}(x_i) = \exp[-(x_i - x_i^{m_i^-})^2 / (\sigma_i^{m_i^-})^2] \\ \mu_i^{m_i}(x_i) = \exp[-(x_i - x_i^{m_i})^2 / (\sigma_i^{m_i})^2] \\ \mu_i^{m_i^+}(x_i) = \exp[-(x_i - x_i^{m_i^+})^2 / (\sigma_i^{m_i^+})^2] \end{cases} \quad (6)$$

通常取

$$\sigma_i^{m_i} = (1 \sim 1/4) \max\{(x_i^{m_i} - x_i^{m_i^-}), (x_i^{m_i^+} - x_i^{m_i})\}, \quad m_i = 1, 2, \dots, N_{pi} \quad (7)$$

注 3 当 $x_i^{m_i^-}$ 和 / 或 $x_i^{m_i^+}$ 不存在时, 式(7)中的 $x_i^{m_i^-}$ 便退化为与 $x_i^{m_i}$ 相邻的左边分割点, $x_i^{m_i^+}$ 则退化为与 $x_i^{m_i}$ 相邻的右边分割点。

因此, 可求出由近似峰值点所决定的对 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 论域 $[x_i^-, x_i^+]$ 的模糊分割数

$$N_{Fpi} = \sum_{m_i=1}^{N_{pi}} n_i^{m_i} \quad (8)$$

在对 x_i 的论域进行模糊分割时, x_i 论域的起点 x_i^- 与终点 x_i^+ 各对应一个模糊分割点, 其相应模糊集合的隶属度函数分别选为

$$\begin{cases} \mu_i^-(x_i) = \exp[-(x_i - x_i^-)^2 / (\sigma_i^-)^2] \\ \mu_i^+(x_i) = \exp[-(x_i - x_i^+)^2 / (\sigma_i^+)^2] \end{cases} \quad (9)$$

通常取

$$\begin{cases} \sigma_i^- = (1 \sim 1/4) (x_{i1} - x_i^-) \\ \sigma_i^+ = (1 \sim 1/4) (x_i^+ - x_{i2}) \end{cases} \quad (10)$$

其中, x_{i1} 表示 x_i^- 右侧第一个与其相邻的模糊分割点, x_{i2} 表示 x_i^+ 左侧第一个与其相邻的模糊分割点。

若在 x 的论域某一大范围内无近似峰值点, 则在其中适当选择几点作为近似峰值点。与上面方法相同, 选定每维输入变量的相应模糊分割点及对应的隶属度函数。假设这样的峰值点在 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的论域中确定出 p_i 个模糊分割点, 则可求得对 x_i 论域的模糊分割数

$$N_{Fi} = N_{Fpi} + p_i + 2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

至此, 模糊模型中的规则前件参数可由模糊分割点所对应的模糊集合隶属度函数的选择过程确定下来; 而规则总数 M 则由下式求出

$$M = N_{F1} N_{F2} \dots N_{Fn} \quad (12)$$

2.2 规则后件参数 θ 的确定

对于 M 条形如式(1)的模糊规则所表示的模糊系统, 当模糊化采用单点模糊集合的方法, 模糊蕴涵为积运算, 清晰化采用加权平均法时, 则可求出模糊

系统的输出为

$$y(x) = \sum_{l=1}^M W_l(x) \theta_l \quad (13)$$

其中

$$W_l(x) = \mu_l(x) / \mu_\Sigma(x), \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (14)$$

$$\mu_l(x) = \prod_{i=1}^n \mu_{Fi}^l(x_i), \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (15)$$

$$\mu_\Sigma(x) = \sum_{l=1}^M \mu_l(x) \quad (16)$$

该模糊系统可用图 1 所示的前馈模糊神经网络来表示。

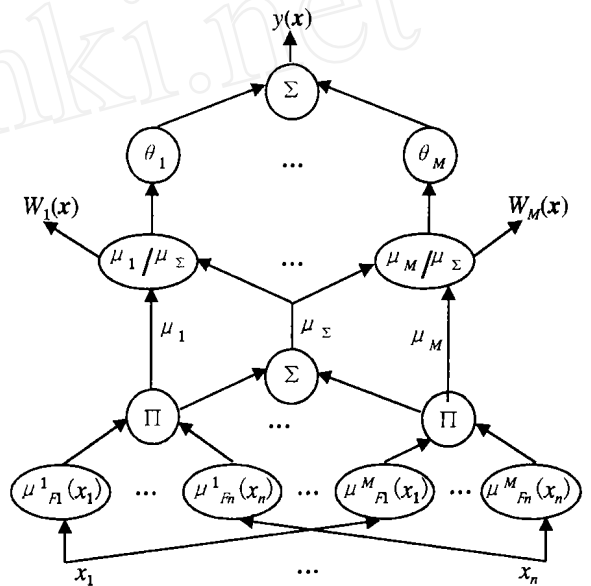


图 1 模糊模型的神经网络表示

这里采用一阶梯度算法并通过误差反传对后件参数 θ 进行辨识。即对任意一对输入输出数据 $(x_k, y_k), x_k \in X \subset R^n, y_k \in Y \subset R$, 选取

$$e = \frac{1}{2} (y(x_k) - y_k)^2 \quad (17)$$

其中, $y(x_k)$ 是模糊模型的输出, y_k 是过程的实际输出测量值, 并用下式来调整 θ

$$\theta_l(k+1) = \theta_l(k) - \alpha \frac{\partial e}{\partial \theta_l}(k) \quad (18)$$

其中, $l = 1, 2, \dots, M, k = 0, 1, \dots$, 学习率 $\alpha > 0$ 。

由于 θ 初值的选取对于图 1 所示网络的学习速度和精度影响很大, 故提出如下的初始选取方法:

对于模糊规则模型

$$R^l: \text{if } x_1 \text{ is } F_1^l, x_2 \text{ is } F_2^l, \dots, x_n \text{ is } F_n^l$$

$$\text{then } y = \theta_l, \quad l = 1, 2, \dots, M$$

$\mu_{Fi}^l(x_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 在 2.1 节中都已确定, 而且是高斯型的。假设 $\mu_{Fi}^l(x_i)$ 的中心值为 $x_{0i}^l (i = 1, 2,$

..., n), 则由 x_{0i}^l 构成一个向量 $x_0^l = (x_{01}^l, x_{02}^l, \dots, x_{0n}^l)$ 。于是 θ ($l = 1, 2, \dots, M$) 的初值选为将 x_0^l 作为过程输入时所对应的过程输出值。若某个这样的输出值在采样数据中不存在, 则给出一个估计值或任意给定。

通过这样的初值选取可以精确快速地辨识出模型中的后件参数 θ , 从而得到复杂过程形如式(1)的模糊规则模型。

3 数字仿真

设一复杂过程所蕴涵的映射为如下的二维非线性函数

$$f_1(x_1, x_2) = \sin(\pi x_1) \cos(\pi x_2)$$

其中, $x_1 \in [-1, 1], x_2 \in [-1, 1]$ 。现用式(1)的模糊规则模型来实现该非线性映射。

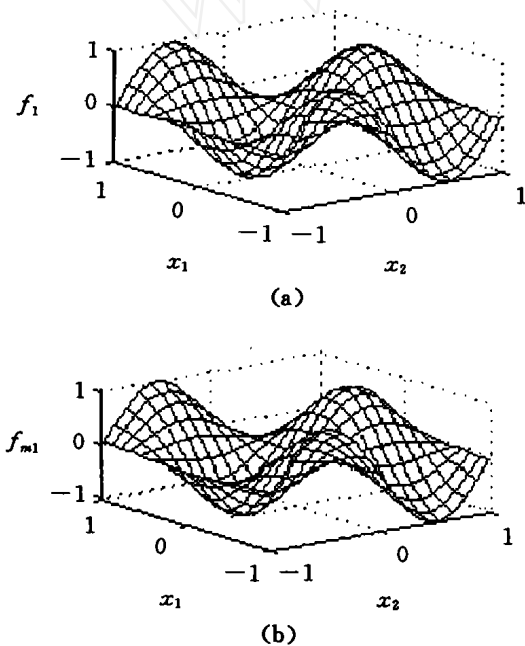


图2 泛化性能仿真结果
(a) 实际过程 f_1 输出
(b) 模糊模型 f_{m1} 输出

取步长为0.1得到441对采样数据。首行按2.1节所述方法确定出 $N_{F1} = 8, N_{F2} = 5$, 因此 $M = N_{F1}N_{F2} = 40$; 然后按2.2节方法取学习率 $\alpha = 0.15$, 用441对采样数据进行50代训练, 所得模糊模型精确地逼近这441对数据; 最后用步长为0.11时的数据进行泛化能力测试。数字仿真结果如图2所示, 此时实际过程 f_1 输出和模糊模型 f_{m1} 输出二者均方误差为0.001。由图可见, 本文提出的建模方法能精确而又快速地建立起复杂过程(如式(1)所示)的模糊规则模型。

4 结 语

本文给出一种基于过程输入输出数据间变化关系的模糊建模方法, 并对方法的有效性和模糊模型的泛化能力进行了仿真验证。由于实常值后件模糊模型具有结构简单、设计参数少等优点, 因此所述模糊建模方法可用于实时模糊控制算法的研究。

参考文献:

- [1] Zadeh L A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes[J]. IEEE Trans on SMC, 1973, 3(1): 28-44
- [2] Sugeno M, T Yasukawa. A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling[J]. IEEE Trans on Fuzzy System, 1993, 1(1): 7-31.
- [3] E H Mamdani, S Assilian. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller[J]. Int J Man-machine Studies, 1975, 7(1): 1-13
- [4] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE Trans on SMC, 1985, 15(1): 116-132
- [5] 朱文彪, 孙增圻, 常信. 模糊推理与复杂过程建模[A]. 1999年中国智能自动化学术会议论文集(上册)[C]. 北京: 清华大学出版社, 1999. 445-450