

文章编号: 1001-0920(2001)04-0435-04

# 模糊控制器的结构化分析及系统化设计方法

李少远, 田永青

(上海交通大学 自动化系, 上海 200030)

**摘要:** 对于模糊控制器的输入变量, 采用一种新型的不均匀、全交迭、三角形的隶属度函数, 推导了两输入( $e, \Delta e$ )—输出( $\Delta u$ )的典型模糊控制器输出的解析表达式; 并对最常用的输入变量各取 5 个模糊变量的情况进行分析。在此基础上提出一种模糊控制系统的系统化设计方法, 可根据已有的 PI/PD 控制器参数设计相应的模糊控制器参数。仿真实验说明了该方法的有效性。

**关键词:** TP 273 模糊控制器; 结构化分析; PI/PD 型模糊控制器; 系统化设计方法

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

## Structure Analysis and Systematic Design Method of Typical Fuzzy Controllers

LI Shao-yuan, TIAN Yong-qing

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** A new asymmetrical, all-folded, triangular-shaped membership function of the input variable is applied to the design of the fuzzy controller. The structure analysis of the typical fuzzy controller with two inputs and one output is developed and the output expressions of the fuzzy controllers with five fuzzy sets for fuzzification are derived. Then a systematic design method of fuzzy control systems is proposed based on the existing PI/PD controllers. The simulation result shows the effectiveness of this method.

**Key words:** fuzzy controller; structure analysis; fuzzy PI/PD controller; systematic design method

## 1 引言

模糊控制在理论、方法和应用方面都取得了巨大的进展<sup>[1]</sup>, 但对其控制的机理, 尤其是与传统 PD 控制机理的比较, 仍缺乏深入的研究, 并且缺乏系统化的设计方法, 这在很大程度上限制了模糊控制的推广应用。

Ying<sup>[2-5]</sup>对分析结构和极限结构进行了综合研究, 并证明了采用线性控制规则和非线性解模糊算

法的模糊控制器, 其结构是全局性的多值继电器与局部的非线性 PI 控制器之和, 当控制规则无穷多时, 局部控制将消失而全局控制将成为 P 控制器, 这一成果开创了该领域研究的新局面。张乃尧<sup>[6]</sup>利用 Sum-Product 推理方法, 输出变量采用均匀分布的单点的隶属度函数。输入变量采用新型的不均匀分布的隶属度函数, 给出了输入变量各取 5 个模糊数的模糊控制器的输出表达式, 从而提出一种模糊控制系统的系统化设计方法。

收稿日期: 2000-04-11; 修回日期: 2000-07-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(60074004)

作者简介: 李少远(1965—), 男, 河北枣强人, 教授, 博士后, 从事模糊智能控制、预测控制等研究; 田永青(1974—), 男, 河北定州人, 博士生, 从事模糊预测控制等研究。

## 2 典型模糊控制器的设计参数

典型的模糊控制器采用偏差  $e$  和偏差的变化率  $r$  作为输入, 通过模糊控制推理得到输出  $u$ 。根据工业实际, 模糊隶属度的划分一般要求在 0 附近细化, 因此采取不均匀的隶属度划分; 并且引入比例因子  $G_e, G_r$  和  $G_u$ , 使模糊控制器的输入输出变量归一化。

对所研究的典型模糊控制器, 其设计参数作如下规定:

1) 输入变量  $e^*$  及  $r^*$  均采用三角形全交迭, 不均匀分布, 且关于  $y$  轴对称的隶属度函数, 如图 1 所示; 输出变量  $\Delta u^*$  采用均匀分布的单点隶属度函数, 如图 2 所示。

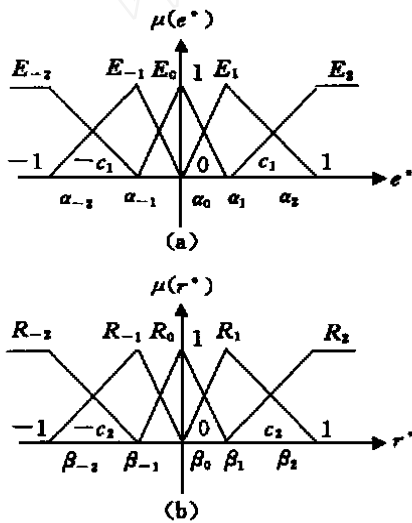


图 1 三角形全交迭, 不均匀分布的隶属函数 ( $J = 2, N = 5$ )

(a)  $\mu(e^*)$  (b)  $\mu(r^*)$

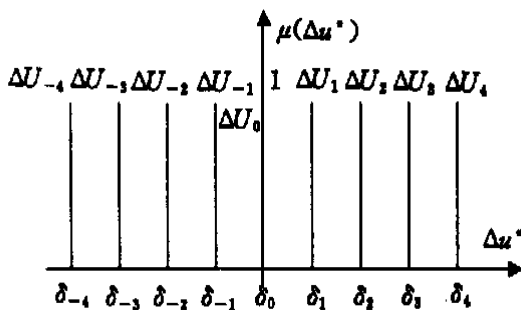


图 2 均匀分布的单点隶属函数 ( $J = 2, N = 5, V = 1/4$ )

设模糊控制器输入变量  $e^*$  及  $r^*$  均可取  $N = 2J + 1$  个模糊变量, 其中  $J$  个为正,  $J$  个为负, 一个为零, 并分别用  $E_i$  和  $R_j$  表示,  $i, j = -J, -J + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, J - 1, J$ 。这些模糊数的中心分别为  $\alpha$  和  $\beta$ , 其表达式如下

$$\alpha = \frac{i}{n} s_1^{n-|i|}, \quad \beta_j = \frac{j}{n} s_2^{n-|j|} \quad (1)$$

其中

$$s_1, s_2 \in [0, 1], \quad n = \frac{N-1}{2} \quad (2)$$

设输出变量  $\Delta u^*$  可取  $2N - 1 = 4J + 1$  个模糊变量 (为了满足线性控制规则), 并用  $\Delta U_k$  表示,  $k = -2J, -2J + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, 2J - 1, 2J$ 。令  $V = 1/2J$ , 则  $\Delta U_k$  的中心为  $\delta_k = kV$ 。

2) 采用线性模糊控制规则。共有  $N^2$  条模糊控制规则, 其一般形式为

$$\text{If } e^* \text{ is } E_i \text{ and } r^* \text{ is } R_j \text{ Then } \Delta u^* \text{ is } \Delta U_k \quad (3)$$

线性控制规则是指  $i, j$  和  $k$  之间有线性关系

$$k = i + j \quad (4)$$

3) 采用 Sum-Product 模糊推理方法, 其中算子的定义如下:

$$\text{Sum (有界和): } x \oplus y = \min\{1, x + y\}$$

$$\text{Product: } x \cdot y = xy$$

4) 清晰化采用加权平均法

$$\Delta u^* = \frac{\sum_{i,j=1}^N w(i,j) \delta_{i,j}}{\sum_{i,j=1}^N w(i,j)} \quad (5)$$

其中,  $w(i, j) = \mu_i(e^*) \mu_j(r^*)$  是规则激活度,  $\delta_{i,j} = (i + j)V$  是线性规则输出的单点值。

## 3 典型模糊控制器的解析表达式

由文献[6]可知, 上节定义的典型模糊控制器的解析结构是一个二维多值继电器与一个局部线性化 PI 控制器之和。其表达式如下

$$\Delta u^* = \Phi(i, j) + \phi(i, j) \quad (6)$$

$$\Phi(i, j) = \frac{i + j + 1}{N - 1} \quad (7)$$

$$\phi(i, j) = \frac{1}{N - 1} \left[ \frac{e^* - \frac{1}{2}(\alpha_{i+1} + \alpha_i)}{\alpha_{i+1} - \alpha_i} + \frac{r^* - \frac{1}{2}(\beta_{j+1} + \beta_j)}{\beta_{j+1} - \beta_j} \right] \quad (8)$$

$\Delta u^*$  由两部分组成: 一部分取决于  $i, j$  的二维多值继电器  $\Phi(i, j)$ , 其作用是全局性的, 称为全局二维多值继电器; 另一部分  $\phi(i, j)$  取决于输入状态  $(e^*, r^*)$  与其所在区域中心  $\left[ \frac{1}{2}(\alpha + \alpha_{i+1}), \frac{1}{2}(\beta_j + \beta_{j+1}) \right]$  的相对位置, 因而其作用是局部性的。仿照离散 PI 控制器的形式, 有

表 1  $N = 5$  时典型模糊控制器输出  $\Delta u^*$  的取值

$j$	$i$		
	- 2	- 1, 0	1
- 2	$- 1 + \frac{e^* + 1}{4(1 - 0.5s_1)} + \frac{r^* + 1}{4(1 - 0.5s_2)}$	$-\frac{1}{2} + \frac{e^*}{2s_1} + \frac{r^* + 1}{4(1 - 0.5s_2)}$	$\frac{e^* - 1}{4(1 - 0.5s_1)} + \frac{r^* + 1}{4(1 - 0.5s_2)}$
- 1, 0	$-\frac{1}{2} + \frac{e^* + 1}{4(1 - 0.5s_1)} + \frac{r^*}{2s_2}$	$\frac{e^*}{2s_1} + \frac{r^*}{2s_2}$	$\frac{1}{2} + \frac{e^* - 1}{4(1 - 0.5s_1)} + \frac{r^*}{2s_2}$
1	$\frac{e^* + 1}{4(1 - 0.5s_1)} + \frac{r^* - 1}{4(1 - 0.5s_2)}$	$\frac{1}{2} + \frac{e^*}{2s_1} + \frac{r^* - 1}{4(1 - 0.5s_2)}$	$1 + \frac{e^* - 1}{4(1 - 0.5s_1)} + \frac{r^* - 1}{4(1 - 0.5s_2)}$

$$\phi = K_I(e^*, r^*) \left[ e^* - \frac{1}{2}(\alpha + \alpha_{+1}) \right] + K_P(e^*, r^*) \left[ r^* - \frac{1}{2}(\beta_j + \beta_{j+1}) \right] \quad (9)$$

其中  $K_I(e^*, r^*) = \frac{V}{\alpha_{+1} - \alpha} \quad (10)$

$$K_P(e^*, r^*) = \frac{V}{\beta_{j+1} - \beta_j} \quad (11)$$

由  $K_I(e^*, r^*)$  和  $K_P(e^*, r^*)$  的表达式可知, 它们是随  $\alpha$  和  $\beta$  而变化的时变函数。  $\alpha$  和  $\beta$  可根据具体的工业实际, 通过合理地选择  $n, s_1$  和  $s_2$  而得到满意的效果。  $K_I(e^*, r^*)$  和  $K_P(e^*, r^*)$  在区间  $[\alpha, \alpha_{+1}]$  和  $[\beta_j, \beta_{j+1}]$  上是常数, 因此称  $\phi(i, j)$  是局部的线性 PI 控制。

对于最常用的输入变量各取 5 个模糊变量的情况(即  $J = 2, N = 2j + 1 = 5, V = \frac{1}{2J} = \frac{1}{4}$ ), 若  $\alpha$  和  $\beta_j$  按式(1)和(2)取值, 设  $\alpha = e^*, \alpha_{+1}, \beta_j = r^*, \beta_{j+1}, - J, i, j, J - 1$ , 则控制量  $\Delta u^*$  可算得如表 1 所示。以  $s_1 = 0.1, s_2 = 0.1$  为例, 给出  $\Delta u^*$  的图形如图 3 所示。

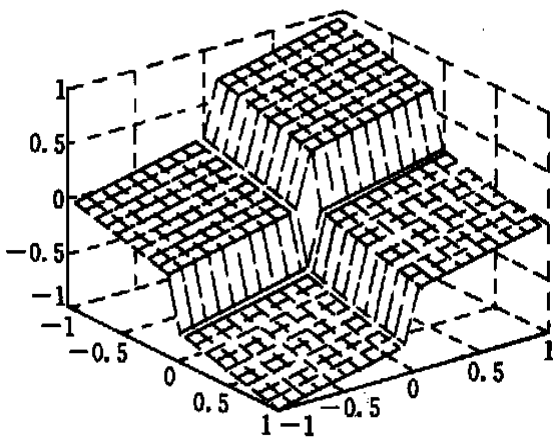


图 3  $N = 5, s_1 = s_2 = 0.1$  时模糊控制器输出

通过上面的分析可以看出,  $N = 5$  时典型模糊控制器在平衡位置附近  $(\alpha_1 = e^*, \alpha, \beta_1 = r^*, \beta_i)$  等价于一个线性 PI 控制器  $\left[ \frac{e^*}{2s_1} + \frac{r^*}{2s_2} \right]$ 。这种等价性为建立模糊控制器的系统化设计方法提供了方便。

## 4 模糊控制系统的一种系统化设计方法

本文所研究的典型模糊控制器, 当  $N = 5$  时(即模糊控制器输入变量  $e^*$  及  $r^*$  各取 5 个模糊变量), 由于其结构简单, 设计参数少, 因而具有较强的实用性。当控制器输出为  $\Delta u^*$  时, 称为 PI 型控制器; 而当输出直接为  $u^*$  时, 称为 PD 型控制器, 其输出表达式与 PI 型控制器完全类似。典型模糊控制器的这两种形式恰好对应于常用的线性 PI/PD 控制器。通过结构分析给出了  $N = 5$  时典型模糊控制器输出的解析表达式, 利用这一理论研究成果, 可以得到一种模糊控制系统的系统化设计方法, 其步骤如下:

1) 对一般的非线性被控对象, 将其在平衡点附近线性化, 对此线性对象设计 PI 或 PD 控制器; 也可在小范围工作区域内, 利用工程整定法直接确定 PI/PD 控制器参数。

2) 根据已有的 PI/PD 控制器参数, 计算 PI/PD 型典型模糊控制器的参数  $G_e, G_r, G_u, s_1$  和  $s_2$ 。此时模糊控制器在平衡位置附近  $(\alpha_1 = e^*, \alpha, \beta_1 = r^*, \beta_i)$  等价于线性控制器, 而在大范围工作区域内是非线性的。这样, 既在小范围内保留了已设计好的线性 PI/PD 控制器的良好性能, 又可发挥模糊控制器工作范围宽、鲁棒性强等优势。

3) 用模糊控制器控制对象, 并视具体情况调整各参数, 主要是调整  $s_1$  和  $s_2$ 。

## 5 仿真结果

对于一个非线性对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1^3 - 0.1x_2 + \sin x_1 \cos x_2 + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (12)$$

控制要求是使系统从任一初始状态  $X_0 = (x_{10}, x_{20})^T$

表2 仿真结果

$x_0$	$J_1$	$J_2$	$\frac{J_2 - J_1}{J_1} \times 100\%$
	采用PD控制器	采用模糊控制器	
(0.001, 0.001)	$1.1266 \times 10^{-6}$	$1.1266 \times 10^{-6}$	0.00
(0.01, 0.01)	$1.0459 \times 10^{-4}$	$1.2987 \times 10^{-4}$	24.17
(0.02, 0.02)	$5.3784 \times 10^{-4}$	$7.4810 \times 10^{-4}$	39.09
(0.2, 0.2)	$1.4320 \times 10^{-1}$	$2.3710 \times 10^{-1}$	65.57
(2.0, 2.0)	$7.4492 \times 10^1$	$5.9765 \times 10^1$	-19.77
(4.0, 4.0)	$5.4884 \times 10^2$	$3.2172 \times 10^2$	-41.38
(6.0, 6.0)	$1.8055 \times 10^3$	$1.2098 \times 10^3$	-32.99
(8.0, 8.0)	$3.7863 \times 10^3$	$3.1219 \times 10^3$	-17.55
(10.0, 10.0)	$6.4096 \times 10^3$	$6.1646 \times 10^3$	-3.82

回到平衡点(原点),控制量限制为  $u \in [-10, 10]$ 。

在平衡点(0, 0)附近,  $\sin x_1 \approx x_1, \cos x_2 \approx 1, x_1^3$  忽略不计,则原系统可近似线性化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - 0.1x_2 + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (13)$$

对此线性系统采用形如( $K_P + K_D s$ )的PD控制器,参数整定为  $K_P = 250, K_D = 20$ 。

由上节的讨论可知,当  $N = 5, e^* \in [\alpha_1, \alpha_2], r^* \in [\beta_1, \beta_2]$  时,PD型典型模糊控制器的输出等价于线性PD控制器,其参数的对应关系为

$$K_P = G_e G_u / 2s_1 \quad (14)$$

$$K_D = G_r G_u T / 2s_2 \quad (15)$$

其中  $T$  为采样周期。线性PD控制器的参数只有两个:  $K_P$  和  $K_D$ ,而PD型典型模糊控制器的参数共有6个:  $G_e, G_r, G_u, s_1, s_2$  和  $T$ ,可先给定其中4个参数,然后根据式(11)和(12)计算其余两个参数。其中  $T$  根据系统确定一个范围,然后视情况进行调整。不妨给定  $T = 0.02s, s_1 = s_2 = 0.1, G_u = |u_{\max}| = 10.0$ ,则可计算得到

$$G_e = 2s_1 K_P / G_u = 5$$

$$G_r = 2s_2 K_D / G_u T = 20$$

仿真实验中仿真时间  $10s$ , 给定指标函数  $J =$

$\frac{1}{2} \int_0^t e_i^2 dt$ , 对不同的初值  $x_0$ , 比较采用PD控制器和采用模糊控制器两种情况下的指标函数,仿真结果如表2所示。

从以上结果可以看出,  $x_0$  在平衡位置附近时,PD控制器和模糊控制器表现出相同的性能;随着  $x_0$  离开平衡位置,PD控制器在小范围内的性能可能优于模糊控制器;当系统逐渐进入非线性区域后,模糊

控制器控制效果明显优于PD控制器。仿真实验表明了此系统化设计方法的有效性。

## 6 结 论

本文针对两输入( $e, \Delta e$ )一输出( $\Delta u$ )的典型模糊控制器,采用三角形、全交迭、不均匀分布的输入隶属函数以及均匀分布的单点输出隶属函数,通过对模糊控制器的结构性分析,得到一种模糊控制器系统化设计方法。仿真结果表明,所提出的系统化设计方法设计参数少,控制效果较好,并且采用的不均匀分布的输入隶属函数,可根据不同的问题调整参数  $s$  和  $n$ ,以提高控制的精度,增强系统的鲁棒性。

## 参考文献:

- [1] Lee C C. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller [J]. IEEE Trans on SMC, 1990, 20(2): 404-435
- [2] H Ying. A nonlinear fuzzy controller with linear control rules is the sum of a global two-dimensional multilevel relay and a local nonlinear proportional-integral controller [J]. Automatica, 1993, 29(2): 499-505
- [3] H Ying. The simplest fuzzy controllers using different inference methods are different nonlinear proportional-integral controllers with variable gains [J]. Automatica, 1993, 29(6): 1579-1589
- [4] H Ying. The Takagi-Sugeno fuzzy controllers using the simplified linear control rules are nonlinear variable gain controllers [J]. Automatica, 1998, 34(2): 157-167
- [5] H Ying. Constructing nonlinear variable gain controllers via the Takagi-Sugeno fuzzy control [J]. IEEE Trans on FS, 1998, 6(2): 226-234
- [6] 张乃尧. 典型模糊控制器的结构分析 [J]. 模糊系统与数学, 1997, 11(2): 10-21