文章编号: 1001-0920(2001)04-0491-03

具有执行器故障的不确定Delta算子系统鲁棒H∞控制

向峥嵘, 陈庆伟, 胡维礼
(南京理工大学 自动化系, 南京 210094)

摘 要: 利用H_∞控制方法, 讨论了含有时变参数不确定性和执行器故障的Delta算子系统鲁棒可靠性控制问题。通过将故障执行器输入视为能量有界的干扰信号, 并利用H_∞范数与Riccati代数矩阵不等式的关系, 把系统鲁棒可靠性控制设计问题化为求解Riccati不等式。所得结果可将连续系统和离散系统的结果统一在一个框架中。

关键词: 参数不确定性; 执行器故障; 鲁棒控制; H_∞控制; Riccati不等式
中图分类号: TP 13 **文献标识码**: A

Robust H∞ Control of Uncertain Delta Operator Systems with Actuator Failure

XIANG Zheng-rong, CHEN Qing-wei, HU Wei-li
(Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The problem of robust control for Delta operator systems with parameter uncertainties and actuator failure is discussed by using H_∞ control method. The output of faulty actuator is assumed to be an arbitrary energy-bounded signal, and the design of robust reliable controller is transformed into solving a Riccati inequality by means of the relationship between H_∞ norm and Riccati inequality. The proposed results can also unify related results of continuous and discrete systems

Key words: parameter uncertainties; actuator failure; robust control; H_∞ control; Riccati inequality

1 引 言

当采样周期很小时, 若采用传统的z变换方法进行离散化, 将导致采样系统的所有极点都位于稳定边界上, 并且在有限字长的计算机中实现时, 会引起系统失去稳定性。此外, 有限字长中还会引入非线性, 导致极限环振荡和死带。为此, Middleton等[1]和Kanni[2]建议采用Delta算子来离散化系统, 这样既避免了z变换方法引起的数值不稳定问题, 又使得传统的用于连续域的各类设计方法可直接用于离散域设计。目前, 有关Delta算子系统的研究已受到了学者们的重视, 并取得了许多研究结果[3]。

本文利用H_∞控制方法, 研究由Delta算子描述的具有执行器故障的时变参数不确定性系统鲁棒H_∞可靠性镇定设计问题, 所得结果可将连续系统与离散系统的有关结果统一起来, 并给出在高速采

收稿日期: 2000-05-31; **修回日期**: 2000-08-09
基金项目: 国家自然科学基金项目(69974021); 南京理工大学科研发展基金项目
作者简介: 向峥嵘(1969—), 男, 江苏南京人, 副教授, 博士, 从事非线性控制系统、鲁棒控制等研究; 胡维礼(1941—), 男, 江苏东台人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制系统和自适应控制等研究。

样情形下离散控制器的实现形式, 避免了常规的 z 变换离散化方法可能带来的一些问题。

2 问题描述及预备知识

首先引入一些记号[1,2]: δ表示Delta 算子, 其定义为

$$\delta x(t)=\begin{cases}\dfrac{d}{dt}x(t), & T=0\\ \dfrac{x(t+T)-x(t)}{T}, & T\neq 0\end{cases}\tag{1}$$

$\mathcal{S}_{t_1}^{t_2}f(t)dt$ 表示连续情形的Riemann 积分与离散情形的Riemann 和, 即

$$\mathcal{S}_{t_1}^{t_2}f(t)dt=\begin{cases}\int_{t_1}^{t_2}f(t)dt, & T=0\\ T\sum_{k=t_1/T}^{t_2/T-1}f(kT), & T\neq 0\end{cases}\tag{2}$$

以上式中 T 为采样周期。

有了上述记号, 可考虑下列Delta 算子系统

$$\begin{cases}\delta x(t)=[A+\Delta A(t)]x(t)+\\ \qquad Bu(t)+Gv(t)\\ z(t)=Cx(t)+Du(t)\end{cases}\tag{3}$$

其中, $x(t)\in R^n$ 为系统状态变量, $u(t)\in R^m$ 为控制输入, $v(t)\in R^q$ 为平方可积的外界干扰输入向量, $z(t)\in R^p$ 为控制输出向量, A,B,G,C,D 为具有适当维数的已知常数矩阵, $D^TC=0, D^TD=R>0$, $\Delta A(t)$ 为系统的时变不确定性, 且满足以下结构限制

$$\Delta A(t)=HF(t)E$$

其中, $H\in R^{n\times i}$ 和 $E\in R^{j\times n}$ 是已知的常数矩阵, $F(t)\in R^{i\times j}$ 满足 $F^T(t)F(t)\leq I$。

定义1 令 $\gamma>0$ 为一预先给定的常数, 对于Delta 算子系统(3), 如果存在一状态反馈控制律 $u=-Kx(t)$, 使得下列条件得到满足:

1) 当 $v(t)=0$ 时, 闭环系统是渐近稳定的;

2) 在零初始条件下, 对任意的干扰输入 $v(t)\in L_2[0,\infty)$, 被控输出 $z(t)$ 满足

$$\|z(t)\|_2\leq\gamma\|v(t)\|_2$$

则称系统(3) 在该控制器作用下是具有 H_∞ 范数 γ 鲁棒镇定的。其中 $\|\cdot\|_2$ 为 $L_2[0,\infty)$ 范数, 其定义为

$$\|v(t)\|_2=\left[\mathcal{S}_{t=0}^{\infty}v^T(t)v(t)dt\right]^{1/2}$$

定理1 对于Delta 算子系统(3), 如果存在状态反馈控制律 $u=-Kx(t)$ 和正定对称矩阵 P, 使得不等式

$$\begin{aligned}&A_c^TP+PA_c^T+TA_c^TPA_c+\\&\gamma^2(TA_c+I)^TPB_c(I-\gamma^2TB_c^TPB_c)^{-1}\times\\&B_c^TP(TA_c+I)+C_c^TC_c<0\end{aligned}\tag{4}$$

$$\gamma^2I-TB_c^TPB_c>0\tag{5}$$

成立, 则系统(3) 在控制器作用下是具有 H_∞ 范数 γ 鲁棒镇定的。其中 (A_c,B_c,C_c) 是闭环系统的状态空间实现。

注1 定理1给出了连续系统与离散系统 H_∞ 范数 γ 鲁棒镇定设计结果的统一描述。在式(4) 和(5) 中, 令 $T=0$, 可得连续系统 H_∞ 范数 γ 鲁棒镇定的条件为[4]

$$A_c^TP+PA_c^T+\gamma^2PB_cB_c^TP+C_c^TC_c<0\tag{6}$$

令 $T=1, A_c+I=A_c$, 可得离散系统 H_∞ 范数 γ 鲁棒镇定的条件为[5]

$$A_c^T(P^{-1}-\gamma^2B_cB_c^T)^{-1}A_c-P+C_c^TC_c<0\tag{7}$$

$$\gamma^2I-B_c^TPB_c>0\tag{8}$$

3 鲁棒H∞可靠性控制

令 $\Omega\subseteq\{1,2,\cdots,m\}$ 表示所有可能发生故障的执行器集合, $\bar{\Omega}$ 表示 Ω 的补集。按此分类, 输入矩阵 B 和 D 可分解为

$$B=[B_{\bar{\Omega}}\quad B_\Omega],\quad D=[D_{\bar{\Omega}}\quad D_\Omega]$$

状态反馈增益阵 K, 权矩阵 R 和控制输入阵 u 可分解为

$$K=\begin{bmatrix}K_{\bar{\Omega}}\\K_\Omega\end{bmatrix},\quad R=\begin{bmatrix}R_{\bar{\Omega}}&0\\0&R_\Omega\end{bmatrix},\quad u=\begin{bmatrix}u_{\bar{\Omega}}\\u_\Omega\end{bmatrix}$$

令 ω 表示 Ω 中发生故障的集合, $\bar{\omega}$ 表示 ω 的补集。当执行器发生故障时, 则由控制器 $u=\begin{bmatrix}u_{\bar{\omega}}(t)\\u_\omega^F(t)\end{bmatrix}$ 和系统(3) 构成的闭环系统为

$$\begin{cases}\delta x(t)=[A+\Delta A(t)]x(t)+B_{\bar{\omega}}u_{\bar{\omega}}(t)+\\ \qquad (G\quad B_\omega)\begin{bmatrix}v(t)\\u_\omega^F(t)\end{bmatrix}\\ z_{\bar{\omega}}(t)=Cx(t)+D_{\bar{\omega}}u_{\bar{\omega}}(t)\end{cases}\tag{9}$$

其中, $u_\omega^F(t)$ 表示故障执行器输入信号, $u_{\bar{\omega}}(t)$ 表示无故障执行器输入信号。

假定故障执行器输入信号的能量有界, 即属于 $L_2[0,\infty)$ 范数有界的信号集合, 这时可将故障输入信号看作是类似于 $v(t)$ 的平方可积的干扰信号。本文的目的是: 构造一状态反馈控制律 $u=-Kx(t)$,

使得Delta 算子系统(3) 在具有执行器故障 $\omega \subset \Omega$ 时, 满足:

1) 当$\begin{bmatrix} v(t) \\ u_{\omega}^{F}(t) \end{bmatrix} = 0$时, 闭环系统是渐近稳定的;

2) 在零初始条件下, 对任意的干扰输入 $v(t) \in L_2[0, \infty)$, 被控输出 $z_{\bar{\omega}}(t)$ 满足

$$\| z_{\bar{\omega}}(t) \|_2 \leq \gamma \left\| \begin{bmatrix} v(t) \\ u_{\omega}^{F}(t) \end{bmatrix} \right\|_2$$

如果上述控制器存在, 则称系统(3) 在该控制器下是具有H_∞范数 γ鲁棒镇定的。

如下定理给出了Delta 算子系统(3) 在时变参数不确定性和执行器故障同时存在时, 鲁棒H_∞可靠性镇定设计结果。

定理 2　令$\gamma > 0$为一预先给定的常数, 对于存在执行器故障 $\omega \subset \Omega$ 的Delta 算子系统(3), 如果存在一正定常数 $\delta > 0$ 和正定对称矩阵 P, 使得下列Riccati 不等式成立

$$\begin{aligned} &(TA + I)^{\mathrm{T}} (P^{-1} + TB_{\Omega} R_{\Omega}^{-1} B_{\Omega}^{\mathrm{T}} - \\ &\gamma^{-2} T (GG^{\mathrm{T}} + B_{\bar{\Omega}} B_{\bar{\Omega}}^{\mathrm{T}}) - \delta T H H^{\mathrm{T}})^{-1} \times \\ &(TA + I) - P + \delta^{-1} T E E^{\mathrm{T}} + T C^{\mathrm{T}} C < 0 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} &P^{-1} - \gamma^{-2} T (GG^{\mathrm{T}} + B_{\bar{\Omega}} B_{\bar{\Omega}}^{\mathrm{T}}) - \delta T H H^{\mathrm{T}} > \\ &TB_{\Omega} R_{\Omega}^{-1} B_{\Omega}^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{11}$$

则系统(3) 可以H_∞范数 γ鲁棒镇定。此时状态反馈控制器 $u = -Kx(t)$ 的增益阵为

$$\begin{aligned} K = R^{-1} B^{\mathrm{T}} (&P^{-1} + TB_{\Omega} R_{\Omega}^{-1} B_{\Omega}^{\mathrm{T}} - \\ &\gamma^{-2} T (GG^{\mathrm{T}} + B_{\bar{\Omega}} B^{\mathrm{T}}_{\bar{\Omega}}) - \delta T H H^{\mathrm{T}})^{-1} \times \\ &(TA + I) \end{aligned} \tag{12}$$

证明略。

注 2　定理 2 将连续系统与离散系统的有关研究结果[5,6] 统一起来。分别令$T = 0$及$T = 1, A + I = A$, 即可得到连续情形与离散情形的结论。

4　结　　论

本文在假定故障执行器的输入信号为平方可积的干扰信号情形下, 利用H_∞控制的思想, 研究了由Delta 算子描述的具有时变参数不确定性和执行器故障的系统鲁棒H_∞可靠性控制问题, 所得结果可将已有的连续与离散形式的结果统一起来。并给出在高速采样情形下离散控制器的实现形式, 避免了常规的 z 变换离散化方法带来的一些问题。

参考文献:

[1] Middleton R H, Goodwin G C. Digital control and estimation: A unified approach [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1990.

[2] Kanni K. 计算机控制系统入门——δ算子应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1996.

[3] 张瑞金, 杨成梧. 反馈控制Delta 算子理论的研究与发展[J]. 控制理论与应用, 1998, 15(2): 153-160.

[4] Xie L, De Souza C E. Robust H_∞ control for linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1992, 37(8): 1188-1191.

[5] Seo C J, Kim B K. Robust and reliable H_∞ controllers for linear systems with parameter uncertainty and actuator failure[J]. Automatica, 1996, 32(3): 465-467.

[6] Kim S W, Seo C J, Kim B K. Robust and reliable H_∞ controllers for discrete-time systems with parameter uncertainty and actuator failure[J]. Int J Syst Sci, 1999, 30(12): 1248-1258.

[7] De Souza C E, Fu M, Xie L. H_∞ analysis and synthesis of discrete-time systems time-varying uncertainty [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1993, 38(3): 459-462.