文章编号: 1001-0920(2001)04-0507-03

一种使用RBF网络辨识不定性上界的滑模控制器

刘英敏, 吴沧浦
(北京理工大学 自动控制系, 北京 100081)

摘 要: 研究使用RBF网络辨识满足匹配条件外干扰的未知上界,设计控制系统的滑模控制器问题。基于Lyapunov稳定性理论更新RBF网络的参数,证明了闭环系统的全局渐近稳定性。仿真结果表明了设计方法的有效性。

关键词: 滑模控制器; RBF网络; 匹配条件; 不定性; 上界; 稳定性
中图分类号: TP 13 文献标识码: A

A Sliding Mode Controller with Upper Bound Identifier Using RBF Network

LIU Ying-min, WU Cang-pu
(Department of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A novel device to design sliding mode controller is proposed in which a RBF network is used as an identifier to the system uncertainties with unknown upper bound. The parameters of RBF network are updated based on Lyapunov stability theory. Global asymptotic stability is proved. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: sliding mode controller; RBF network; matching condition; uncertainty; upper bound stability

1 引 言

控制问题的模型往往是不精确的,这种模型的不定性包括结构(或参数)的不确定性和非结构性(未建模的动态特性)。滑模变结构控制器的设计,为维持具有模型不定性系统的稳定性和保持良好一致的性能提供了有效的工具。滑模变结构的设计过程以系统中不定性的界限已知为前提[1]。当系统中不定性的界限未知时,可采用在线辨识上界值的方法实现滑模控制。本文利用RBF网络辨识满足匹配条件的不定性的上界,利用Lyapunov理论更新RBF神经网络的参数,从而得到全局渐近稳定的滑模控制器。

2 使用RBF网络辨识上界值的滑模控制器

考虑模型不确定性满足匹配条件[2,3]的系统,即被控对象为

$$\dot{x} = Ax + Bu + Bh(x,t) \tag{1}$$

其中, $x \in R^n$ 是系统的状态向量, $u \in R^m$ 是控制输

收稿日期: 2000-05-19; 修回日期: 2000-08-28
作者简介: 刘英敏(1973—),男,河北灵寿人,博士生,从事神经网络与智能控制的研究; 吴沧浦(1932—),男,福建晋江人,教授,博士生导师,从事系统最优化、大系统控制等研究。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

入, $A \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times m}$ 是已知矩阵, $h(x,t) \in R^m$ 是以非线性形式存在的干扰项, 其上界值未知。假设有 $h(x,t)$ 界, 即对 $h(x,t)$ 的任一分量 $h_i(x,t)$, 有

$$\left|h_i(x,t)\right| \le k_i(x,t) < \infty, \quad i = 1,2,\cdots,m \quad (2)$$

模型(1) 是较普遍的, 如实际控制系统中遇到的 SISO 非线性系统的运动微分方程, 通常可表述为[4]

$$x^{(n)}(t) + f(x(t),\dot{x}(t),\cdots,x^{(n-1)}(t)) = b(x(t),\dot{x}(t),\cdots,x^{(n-1)}(t))u(t)$$

其中 $f(\cdot)$ 和 $b(\cdot) \neq 0$ 分别为未知和已知的非线性函数。令 $X = [x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)}]^{\mathrm{T}}$, 则可化为状态方程形式的正则型

$$\dot{X} = AX + Bbu - Bf$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \\ 0 & & \cdots & & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [0, 0, \cdots, 1]^{\mathrm{T}}$$

即式(1) 的形式。

高斯型 RBF 网络是一种两层的神经网络, 其输入输出函数关系为

$$\bar{k}(x,t,\bar{\theta}) = \bar{\theta}^{\mathrm{T}}\Phi(x,t) \quad (3)$$

其中, $\bar{\theta}$ 是权值矩阵; Φ为向量值函数, 其元素为如下定义的高斯型函数(径向基函数)

$$\Phi_i(x,t) = \exp\left[-\frac{\|x - c_i\|^2 + (t - t_i)^2}{\sigma_i^2}\right] \quad (4)$$

由式(3) 知, 当径向基函数的中心 c_i, t_i 和宽度 σ_i 固定后, RBF 网络的误差函数对网络的权值将是线性的。

假设 1 对任意给定的正数 w, 存在 m 个最优权值向量 θ_i $(i = 1, 2, \cdots, m)$, 使得

$$\begin{aligned} &\left|h_i(x,t)\right| - k_i(x,t,\theta_i) = \\ &\left|h_i(x,t)\right| - \theta_i^{\mathrm{T}}\Phi(x,t) < w \\ &\forall i \in \{1,2,\cdots,m\} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 k_i 是 $k = \theta^{\mathrm{T}}\Phi(x,t)$ 的第 i 个分量函数。

注 1 假设 1 是合理的。此假设反映了 RBF 神经网络的逼近能力, 并且已被证明[5]。

假设 2 矩阵 B 列满秩, 矩阵对(A,B) 可控。

当假设 2 成立时, 根据变结构控制理论[2], 存在 $m \times n$ 矩阵 S 使得

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ Sx = 0 \end{cases} \quad (6)$$

描述的运动极点可任意配置, 且 $SB = I_m$, 其中 I_m 为 $m \times m$ 维单位阵。

当式(6) 描述的滑模运动存在时, 其对满足完全匹配条件的外干扰 $h(x,t)$ 具有完全自适应性, 即完全不受 $h(x,t)$ 的影响, 其动力学特性仅与 S 的选择有关。

关于利用 RBF 网络辨识不定性上界值的滑模控制器的设计, RBF 网络权值的调整和闭环系统的全局稳定性, 有如下定理:

定理 1 考虑式(1) 描述的系统, 假设 1 和假设 2 成立。如果选择矩阵 S 使得式(6) 全局渐近稳定, 且 $SB = I_m$, 则控制输入

$$u = u_{\mathrm{eq}} - \tilde{K}\,\mathrm{sign}(\sigma) \quad (7)$$

自适应调整机制

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i\Phi(x,t)\left|\sigma_i\right|, \quad i = 1,2,\cdots,m \quad (8)$$

使得闭环系统(1) 全局稳定。式(7) 中等价控制输入 $u_{\mathrm{eq}} = -SAx$, 滑动变量 $\sigma = Sx$, 矩阵 $\tilde{K}$ 是

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1^{\mathrm{T}}\Phi(x,t) + w + K(x,t) & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{\theta}_m^{\mathrm{T}}\Phi(x,t) + w + K(x,t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

定义的 $R^{m\times m}$ 矩阵, $\mathrm{sign}(\sigma)$ 是 σ 的各元符号函数构成的向量, $K(x,t) > 0$ 为预先选定的标量函数; 式(8) 中 $\hat{\theta}$ 为权值向量 θ 的估计, Γ_i 为正定自适应增益矩阵。

证明 考虑如下定义的 Lyapunov 函数

$$V = \sigma^{\mathrm{T}}\sigma/2 + \sum_{i=1}^{m}(\hat{\theta}_i - \theta_i)^{\mathrm{T}}\Gamma_i^{-1}(\hat{\theta}_i - \theta_i)/2 \quad (10)$$

式(10) 关于 t 求导得

$$\dot{V} = \sigma^{\mathrm{T}}\dot{\sigma} + \sum_{i=1}^{m}(\hat{\theta}_i - \theta_i)^{\mathrm{T}}\Gamma_i^{-1}\dot{\hat{\theta}}_i \quad (11)$$

考虑到 $\dot{\sigma} = S\dot{x}$, 并将式(1) 和式(8) 代入式(11) 得

$$\dot{V} = \sigma^{\mathrm{T}}SAx + \sigma^{\mathrm{T}}u + \sigma^{\mathrm{T}}h(x,t) + \sum_{i=1}^{m}(\hat{\theta}_i - \theta_i)^{\mathrm{T}}\Phi(x,t)\left|\sigma_i\right| \quad (12)$$

上述推导中使用了 $SB = I_m$。将式(7) 代入并整理得

$$\dot{V} = \sigma^{\mathrm{T}}h(x,t) - \sigma^{\mathrm{T}}\tilde{K}\,\mathrm{sign}(\sigma) + \sum_{i=1}^{m}(\hat{\theta}_i - \theta_i)^{\mathrm{T}}\Phi(x,t)\left|\sigma_i\right| \le$$

$$\sum_{i=1}^{m}\left|\sigma_i\right|\left[\left|h_i(x,t)\right| -\right.$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\theta^{T}\phi(x,t) - w - K(x,t)] \tag{13}$$

根据式(5),有$|h_i(x,t)| - \theta_i^{T}\phi(x,t) - w - K(x,t) < -K(x,t)$,所以

$$\mathring{V} < -K(x,t)\sum_{i=1}^{m}|\sigma_i| < 0$$

$$K(x,t) > 0 \tag{14}$$

由此可知,采用式(7)的控制输入,并用式(8)更新RBF的权值向量,能使系统(1)达到滑动面$S_x = 0$。考虑到滑模运动对$h(x,t)$的完全自适应性,则闭环系统是全局稳定的。(证毕)

注 2　上述基于RBF网络的滑模控制器的鲁棒性可总结如下:1)当闭环系统的状态因系统不定性偏离滑动平面时,RBF网络的输出则自适应增长,从而使控制增益增长到可以消除不确定动力学的影响,将滑动平面变量σ驱动到滑动面;2)该控制器保持了传统滑模控制器的闭环系统动力学特性,即系统的特性仅由滑动平面参数确定,而不受系统不定性和有界干扰的影响;3)RBF网络的权值在Lyapunov意义下更新,并不一定会收敛到其最优值,实际上,其权值向量的各分量会一直增长,直到σ收敛到零,然后保持不变,而系统状态在滑模运动中到达原点。

3　仿真结果

考虑下列动态系统

$$\begin{bmatrix}\mathring{x}_1\\ \mathring{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}7.35\sin x_1$$

假定$7.35\sin x_1$为未知外干扰,且该干扰的上界值未知。取滑动平面方程为$S_x = x_1 + x_2 = 0$, $K(x,t) = 0.1$,这相当于将滑模运动的极点配置到-1。根据式(7)和(8),系统的控制输入应为

$$u = -[\theta^{T}\phi(x_1) + 0.1]\,\mathrm{sign}(x_1 + x_2)$$

其中sign为符号函数,θ按下式更新

$$\dot{\theta} = \phi(x_1)|x_1 + x_2|$$

采用中心分别在$-1.0, -0.9, \cdots, -0.1, 0$,宽度均为2的RBF网络逼近不定项$7.35\sin x_1$的上界。当系统的初始状态为$[-1, 1]$,用积分步长为0.000 1的4阶龙格-库塔法进行仿真,得到系统的状态轨线和控制输入如图1和图2所示。

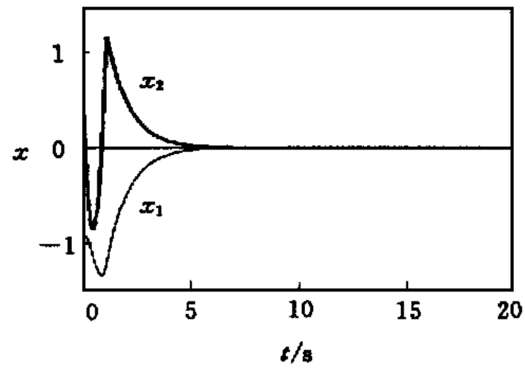

图 1　数值积分系统轨线

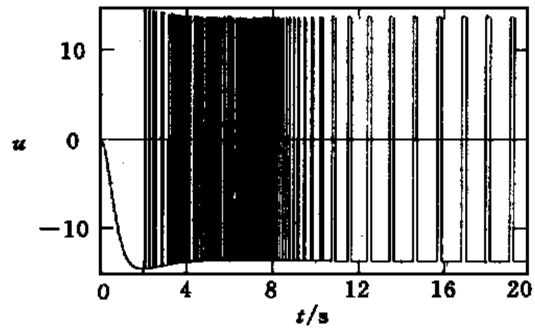

图 2　系统的控制输入

4　结　　语

本文使用RBF网络辨识满足匹配条件的未知外干扰的上界,完成不确定系统的滑模控制器设计。RBF网络的参数更新基于Lyapunov稳定性理论进行,保证了闭环系统的全局渐近稳定性。仿真结果验证了该设计方法的有效性。

参考文献:

[1] 斯洛廷,李为平. 应用非线性控制[M]. 蔡自兴,等译. 北京:国防工业出版社, 1992.

[2] 高为炳. 变结构控制理论基础[M]. 北京:中国科学技术出版社, 1990.

[3] 田宏奇. 滑模控制理论及其应用[M]. 武汉:武汉出版社, 1995.

[4] Zhihong M, Wu H R, Palaniswami M. An adaptive tracking controller using neural networks for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on neural networks, 1998, 9(5): 947-955.

[5] Sanner R M, Slotine J J E. Gaussian networks for direct adaptive control[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(6): 837-863.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net