第 16 卷 第 5 期
Vol. 16 No. 5

控 制 与 决 策
CONTROL AND DECISION

2001 年 9 月
Sept. 2001

文章编号: 1001-0920(2001)05-0599-04

一类非线性系统的鲁棒无源化控制

关新平, 华长春, 唐英干
(燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘 要: 研究一类带有结构不确定性和外部干扰的非线性系统的鲁棒无源化控制问题, 分别在 HJI 不等式和一定的匹配条件下构造出状态反馈控制器, 使得闭环系统内部渐近稳定且外部无源。
关键词: 非线性系统; 无源化; 不确定性; 状态反馈
中图分类号: TP 273　　　文献标识码: A

Robust Passive Control for a Class of Nonlinear Systems

GUAN Xin-ping, HUA Chang-chun, TANG Ying-gan
(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Robust passive control for a class of nonlinear systems with structural uncertainties and external disturbances is considered. A state feedback controller is constructed under HJI inequality and matching conditions of the uncertainties, respectively, such that the closed-loop system is internally asymptotically stable and externally passive.
Key words: nonlinear systems; passivation; uncertainty; state feedback

1 引　言

耗散性系统理论在系统稳定性研究中起着重要的作用。其本质含义是存在一个非负的能量函数(即存储函数), 使得系统的能量损耗总小于能量的供给率。而无源性则是耗散性的一个重要特例, 它将输入输出的乘积作为能量的供给率, 体现了系统在有界输入条件下能量的衰减特性。事实上, 基于李亚普诺夫函数的镇定理论, 也可从无源性的角度加以解释, 可以说, 无源性是稳定性的一种更高层次的抽象。在对系统进行镇定时, 人们常常需要构造一个李亚普诺夫函数, 现有文献表明, 这一过程可转化为构造一个使系统无源的存储函数。

近年来, 许多学者在无源性理论方面做了大量工作。冯纯伯等[1~3]讨论了非线性系统的无源性问题, 取得了许多开创性成果, 然而他们的结果虽然适用于所有维的情形, 但在解高维时将遇到求解复杂微分方程组的问题, 从而带来相当大的实际应用难度。梅生伟等[4]则基于微分几何理论, 进一步考虑了一类非线性系统的控制器构造问题。所有这些工作都极大地促进了无源性理论的发展。

本文从一个较新的角度, 基于已有结果研究一类带有不确定性和干扰的非线性系统的鲁棒无源化控制问题, 分别在 HJI 不等式和一定的匹配条件下, 构造出了状态反馈控制器, 使得闭环系统内部渐近稳定且外部无源。

收稿日期: 2000-05-22; 修回日期: 2000-09-01
基金项目: 国家杰出青年基金项目(69925308)
作者简介: 关新平(1963—), 男(满族), 黑龙江齐齐哈尔人, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统和时滞系统的鲁棒控制及应用研究; 华长春(1979—), 男, 江苏泰州人, 硕士生, 从事非线性系统的鲁棒控制研究。

2 问题描述和预备知识

考虑如下带有不确定性的仿射非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + g_1(x)w + \\ \qquad g_2(x)(\Delta g_2(x) + u) \\ y = h(x) + k(x)w \end{cases} \tag{1}$$

其中, $x \in R^n, w \in R^m, u \in R^p, y \in R^m$ 分别表示系统的状态, 干扰输入, 控制输入和输出; $f(x)$, $g_1(x), g_2(x), h(x)$ 和 $k(x)$ 均为具有适当维数的光滑映射; $\Delta f(x)$ 和 $\Delta g_2(x)$ 具有某种不确定性; $k(x)$ 为正定对称阵。不失一般性, 假设 $f(0) = h(0) = 0$, 系统零状态可检测。

设系统的不确定性满足如下假设:

假设 1 $\Delta f(x) = e_f(x)\delta_1(x)$

$$\Delta g_2(x) = e_g(x)\delta_2(x)$$

其中, $e_f(x)$ 和 $e_g(x)$ 为给定的光滑映射; $\delta_1(x)$ 和 $\delta_2(x)$ 表示系统的不确定项, 是未知的光滑映射, 但属于由

$$\Omega_1 = \{\delta_1 \mid \|\delta_1(x)\| \leq \|m_f(x)\|, \forall x \in R^n\}$$

$$\Omega_2 = \{\delta_2 \mid \|\delta_g(x)\| \leq \|m_g(x)\|, \forall x \in R^n\}$$

定义的紧集, 且

$$\|\delta_1(x)\|^2 + \|\delta_2(x)\|^2 \leq \|n(x)\|^2$$

其中 $m_f(x), m_g(x)$ 和 $n(x)$ 为给定的有界映射。

系统(1) 的标称系统为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g_1(x)w \\ y = h(x) + k(x)w \end{cases} \tag{2}$$

定义 1 对于系统(2), 若存在连续可微正定函数 $V(x), V(0) = 0$, 使得不等式

$$V(x_{(t)}) - V(x_{(0)}) \leq \int y^{\mathrm{T}} w \, \mathrm{d}s \tag{3}$$

对任一输入 w 恒成立, 则称系统是无源的。

3 主要结果

首先引入如下引理:

引理 1 系统(2) 无源且内部渐近稳定的一个充分条件是存在一正定函数 $V(x), V(0) = 0$, 满足下列不等式

$$\frac{\partial V}{\partial x}f + \frac{1}{4}\left(\frac{\partial V}{\partial x}g_1 - h^{\mathrm{T}}\right)k^{-1}\left(\frac{\partial V}{\partial x}g_1 - h^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{T}} < 0 \tag{4}$$

下面分别针对两种不同情形讨论控制器的设计问题。

3.1 HJI 不等式情形

定理 1 对于系统(1), 给出状态反馈控制器

$$u = -\frac{\alpha(x)}{2}g_2^{\mathrm{T}}\frac{\partial V^{\mathrm{T}}}{\partial x}$$

若存在一正定可微函数 $V(x)$ 和正实函数 $\lambda_1(x)$, $\lambda_2(x)$ 和 $\alpha(x)$, 满足 HJI 不等式

$$\frac{\partial V}{\partial x}f + \frac{1}{2}\frac{\partial V}{\partial x}[\lambda_1 e_f e_f^{\mathrm{T}} + g_2(\lambda_2 e_g e_g^{\mathrm{T}} - \alpha(x)I)g_2^{\mathrm{T}}]\frac{\partial V^{\mathrm{T}}}{\partial x} + \frac{1}{2\lambda_1}m_f^{\mathrm{T}}m_f + \frac{1}{2\lambda_2}m_g^{\mathrm{T}}m_g + \frac{1}{4}\left[\frac{\partial V}{\partial x}g_1 - h^{\mathrm{T}}\right]k^{-1}\left[\frac{\partial V}{\partial x}g_1 - h^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} < 0 \tag{5}$$

则控制器使系统(1) 无源且内部渐近稳定。

证明 由引理 1 得

$$\frac{\partial V}{\partial x}[f + \Delta f + g_2(\Delta g_2(x) + u)] + \frac{1}{4}\left[\frac{\partial V}{\partial x}g_1 - h^{\mathrm{T}}\right]k^{-1}\left[\frac{\partial V}{\partial x}g_1 - h^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} \leq$$

$$\frac{\partial V}{\partial x}f + \frac{\lambda_1}{2}\frac{\partial V}{\partial x}e_f e_f^{\mathrm{T}}\frac{\partial V^{\mathrm{T}}}{\partial x} + \frac{1}{2\lambda_1}m_f^{\mathrm{T}}m_f + \frac{\lambda_2}{2}\frac{\partial V}{\partial x}g_2 e_g e_g^{\mathrm{T}} g_2^{\mathrm{T}}\frac{\partial V^{\mathrm{T}}}{\partial x} + \frac{1}{2\lambda_2}m_g^{\mathrm{T}}m_g - \frac{\alpha(x)}{2}\frac{\partial V}{\partial x}g_2 g_2^{\mathrm{T}}\frac{\partial V^{\mathrm{T}}}{\partial x} + \frac{1}{4}\left[\frac{\partial V}{\partial x}g_1 - h^{\mathrm{T}}\right]k^{-1}\left[\frac{\partial V}{\partial x}g_1 - h^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} < 0$$

则系统为外部无源且内部渐近稳定。

注 1 在实际求反馈控制器时, 首先求 $L_{g_1}V = h^{\mathrm{T}}$ 的一个正定解 $V(x)$, 然后利用不等式(5) 的前一部分求出 $\alpha(x)$, 从而构造出状态反馈控制器。这种方法可降低求取控制器的难度。

3.2 匹配条件情形

设 $g_1(x) = g_2(x)d(x)$, 其中 $d(x)$ 为具有适当维数的光滑映射。且系统从控制输入 u 到输出 ξ 具有相对阶 1。考虑坐标变换

$$\begin{bmatrix} z \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi(x) \\ h(x) \end{bmatrix} = \Phi(x)$$

则系统(1) 变形为

$$\dot{z} = f_0(z,\xi) + f_1(z,\xi)\hat{\delta}_1(z,\xi)$$

$$\dot{\xi} = a(z,\xi)u + b_0(z,\xi) + c(z,\xi)w + f_2(z,\xi)\hat{\delta}_1(z,\xi) + f_3(z,\xi)\hat{\delta}_2(z,\xi)$$

$$y = \xi + \hat{k}(z,\xi)w$$

其中 $f_0(z,\xi) = \left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}f\right|_{x=\Phi^{-1}(z,\xi)}$

$f_1(z,\xi) = \left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}e_f\right|_{x=\Phi^{-1}(z,\xi)}$

$$a(z,\xi) = \frac{\partial h}{\partial x} g_2 \Big|_{x=\Phi^{-1}(z,\xi)}$$

$$b_0(z,\xi) = \frac{\partial h}{\partial x} f \Big|_{x=\Phi^{-1}(z,\xi)}$$

$$c(z,\xi) = \frac{\partial h}{\partial x} g_1 \Big|_{x=\Phi^{-1}(z,\xi)}$$

$$f_2(z,\xi) = \frac{\partial h}{\partial x} e_f \Big|_{x=\Phi^{-1}(z,\xi)}$$

$$f_3(z,\xi) = \frac{\partial h}{\partial x} g_2 e_g \Big|_{x=\Phi^{-1}(z,\xi)}$$

$$\hat{k}(z,\xi) = k(x) \Big|_{x=\Phi^{-1}(z,\xi)}$$

$a(z,\xi)$ 可逆, 取状态反馈控制 $v = a(z,\xi)u + b_0(z,\xi)$。则系统(1) 可进一步改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0(z,\xi) \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(z,\xi) & 0 \\ f_2(z,\xi) & f_3(z,\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ c(z,\xi) \end{bmatrix} w \tag{6}$$

$$y = \xi + \hat{k}(z,\xi) w \tag{7}$$

其中

$$f_0(z,\xi) = f_0^*(z) + \hat{f}_0(z,\xi)\xi$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} f_1(z,\xi) = \frac{\partial W}{\partial z} f_1^*(z) + \xi^T \hat{f}_1(z,\xi)$$

$$n(z,\xi) = n^*(z) + \hat{n}(z,\xi)\xi$$

假设存在连续可微的正定函数 $W(z)$, 使得如下不等式成立

$$L_{f_0^*(z)} W + \frac{\lambda(z)}{2} \| L_{f_1^*}^T W \|^2 + \frac{1}{2\lambda(z)} \| n^*(z) \|^2 \leq 0 \tag{8}$$

定理 2　设系统(1) 满足如上假设, 取反馈控制器

$$u = -a^{-1}(z,\xi)\left\{ c_1(z,\xi) + \frac{\lambda(z)}{2} c_2(z,\xi) + \frac{1}{2\lambda(z)} c_3(z,\xi) \right\} - a^{-1}(z,\xi) b_0(z,\xi) \tag{9}$$

其中

$$c_1(z,\xi) = \hat{f}_0^T(z,\xi) \frac{\partial W}{\partial z}^T + \frac{1}{4}[c(z,\xi) - I]\hat{k}^{-1}[\xi^T c(z,\xi) - \xi^T]^T + \xi$$

$$c_2(z,\xi) = [\hat{f}_1(z,\xi)\hat{f}_1^T(z,\xi) + f_2(z,\xi)f_2^T(z,\xi) + f_3(z,\xi)f_3^T(z,\xi)]\xi + 2f_2(z,\xi)f_1^T(z,\xi)\xi + 2[\hat{f}_1(z,\xi) + f_2(z,\xi)]\left[\frac{\partial W}{\partial z} f_1^*(z)\right]^T$$

$$c_3(z,\xi) = \hat{n}^T(z,\xi)[2n^*(z) + \hat{n}(z,\xi)\xi]$$

则系统(1) 为外部无源且内部渐近稳定。

证明　取正定函数

$$U = W + \frac{1}{2}\xi^T\xi$$

令

$$F = \begin{bmatrix} f_0^*(z) + \hat{f}_0(z,\xi)\xi \\ v \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} f_1(z,\xi) & 0 \\ f_2(z,\xi) & f_3(z,\xi) \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ c(z,\xi) \end{bmatrix}$$

由式(4), (6), (8) 和(9) 有

$$\begin{aligned} & L_F U + L_E U \delta + \frac{1}{4}(L_G U - \xi^T)\hat{k}^{-1}(L_G U - \xi^T)^T \leq \\ & L_{f_0^*} W + \frac{\lambda(z)}{2} \| L_{f_1^*}^T W \|^2 + \frac{1}{2\lambda(z)} \| n^*(z) \|^2 + \xi^T v + \\ & \frac{\partial W}{\partial z}\{\hat{f}_0(z,\xi) + \lambda(z) f_1^*(z)[\hat{f}_1(z,\xi) + f_2(z,\xi)]^T\}\xi + \frac{\lambda(z)}{2}\xi^T\{\hat{f}_1(z,\xi) + \\ & f_2(z,\xi)\}\{\hat{f}_1^T(z,\xi) + f_2^T(z,\xi)\}\xi + \\ & \frac{\lambda(z)}{2}\xi^T f_3(z,\xi) f_3^T(z,\xi)\xi + \\ & \frac{1}{\lambda(z)}\xi^T \hat{n}^T(z,\xi)\left\{ n^*(z) + \frac{1}{2}\hat{n}(z,\xi)\xi \right\} + \\ & \xi^T\left\{ \frac{1}{4}[c(z,\xi) - I]\hat{k}^{-1}[\xi^T c(z,\xi) - \leq \xi^T]^T \right\} - \xi^T\xi \leq -\xi^T\xi \end{aligned}$$

由系统可检测, 得知系统外部无源且内部渐近稳定。(证毕)

注 2　在求取控制器时, 先根据式(8) 得到一正定解 $W(z)$, 再结合式(9) 构造出状态反馈控制器。

4　结　　论

对于非线性控制系统, 无源化和内部稳定的综合指标是一个较高的性能要求。现有文献给出了这方面很多有益的成果。本文则进一步扩展了这些成果, 在两种典型情形下完成了相关的控制器设计。可以证明, 一些相关文献的成果都可归结为本文结果的特殊情形。

(下转第 608 页)

$$\frac{\delta}{\epsilon^2}\lambda_{\max}(BB^{\mathrm{T}})\bar{b}^2(x,y)\ \|y\|^2 \tag{25}$$

由式(21) ～(25) 及 $\delta > \lambda_0$, 如果式(23) 成立, 则 $V(x)$ 沿系统(20) 的时间导数为

$$\mathring{V}(x) \le - \left[\left(\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\delta} - 2\epsilon^2\right)\epsilon^2 - \lambda_{\max}(C^{\mathrm{T}}C)\bar{a}^2(x,y) - \lambda_{\max}(B^{\mathrm{T}}B)\lambda_{\max}(C^{\mathrm{T}}C)\bar{b}^2(x,y)\right]\frac{\delta}{\epsilon^2}\ \|x\|^2 \tag{26}$$

注意到如果 $\delta > \lambda_0$, δ 按下列条件选取

$$\delta^2 + \delta\lambda_{\min}(\bar{P}BDC + C^{\mathrm{T}}D^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}\bar{P}) - \lambda_{\max}(\bar{P}^2) > 0 \tag{27}$$

那么式(26) 成立, $\delta > \lambda_0$ 和式(27) 等价于式(16)。于是定理 2 得证。

注意到 $(\lambda_{\min}(Q)/\delta - 2\epsilon^2)\epsilon^2$ 当 $\epsilon^2 = \lambda_{\min}(Q)/4\delta$ 时, 有最大值 $2(\lambda_{\min}(Q)/4\delta)^2$, 因此由定理 2 可得下列推论:

推论 2 考虑系统(14), 如果假定 3, 4 和下列条件成立

$$\lambda_{\max}(C^{\mathrm{T}}C)[\bar{a}^2(x,y) + \lambda_{\max}(B^{\mathrm{T}}B)\bar{b}^2(x,y)] < 2(\lambda_{\min}(Q)/4\delta)^2 \tag{28}$$

那么系统(14) 经由下列线性输出反馈控制器在平衡点 $x = 0$ 处一致渐近鲁棒镇定。

$$\begin{cases} u = u^a + u^b \\ u^a = Ky \\ u^b = -\dfrac{\lambda_{\min}(Q)}{2\delta}Dy \end{cases} \tag{29}$$

注 8 条件(19), (28) 容易得到检验。可调矩阵 D 的选取应保证式(19), (28) 成立, 并兼顾控制器(18), (29) 具有合适的增益。

4 结 论

通过使用合适的代数方法和 Lyapunov 方法, 针对带有不确定性的线性系统, 只需利用不确定项的界函数和标称系统的稳定信息, 便可设计出简单的线性鲁棒控制器。这种控制器由功能特点明显的部分组成, 它所具有的可调参数可以根据不确定性和控制增益的大小来选取, 具有一定的灵活性。特别是对于带有输出的系统, 这种控制器避免了检验类似于文献[6]中的条件, 具有容易验证条件的特点。

参考文献:

[1] I R Petersen. A Riccati equation approach to the design of stabilizing controllers and observers for a class of uncertain linear systems[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1985, 30(9): 1412-1420.

[2] I R Petersen, C K Hollot. A Riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems[J]. Automatica, 1986, 22(7): 762-769.

[3] W E Schmitendorf. Designing stabilizing controllers for uncertain systems using the Riccati equation approach [J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1988, 33(4): 376-379.

[4] Juergen, Ackermann, Vadim Utkin. Sliding mode control design based on Ackermann's formula[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1998, 43(2): 234-237.

[5] M Marcus, H Minc. A survey of matrix theorem and matrix inequalities[M]. Boston: Allyn and Bacon, 1964.

[6] X G Yan, S Y Zhang. Decentralized output feedback robust stabilization for a class of nonlinear interconnected system with similarity[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1998, 43(2): 294-299.

(上接第 601 页)

参考文献:

[1] 冯纯伯. 反馈系统的无源性分析及其应用[J]. 自动化学报, 1985, 11(2): 111-117.

[2] 冯纯伯. 应用无源性研究时变非线性系统的稳定性[J]. 自动化学报, 1997, 23(6): 775-781.

[3] 冯纯伯, 张侃健, 费树岷. 基于无源性分析的鲁棒控制系统设计[J]. 自动化学报, 1999, 25(5): 577-582.

[4] Mei S W, Shen T L. Passivation control of nonlinear systems with disturbance[J]. Control Theory and Applications, 1999, 16(6): 797-801.

[5] Lin W. Global robust stabilization of minimum-phase nonlinear systems with uncertainty[J]. Automatica, 1997, 33(3): 453-459.

[6] Lin W, Shen T L. Robust passivity and feedback design for minimum-phase nonlinear systems with structural uncertainty[J]. Automatica, 1999, 35(1): 35-47.

[7] Isdori A. Dissipative inequalities in nonlinear H_∞ control[A]. Proc 31st Conf Decision Control[C]. Tucson, 1992. 3265-3270.

[8] 申铁龙. H_∞控制理论与应用. 北京: 清华大学出版社, 1996.