文章编号: 1001-0920(2001)05-0602-04

一类含未建模动态和时滞系统的鲁棒二次镇定

夏元清, 贾英民
(北京航空航天大学 第七研究室, 北京 100083)

摘　要: 研究一类同时含有参数摄动和未建模动态的线性时滞系统的鲁棒控制问题。获得了系统可二次镇定的充分条件; 给出一种不依赖于系统时滞的状态反馈控制器设计方法; 最后给出了计算示例。

关键词: 不确定系统; 二次稳定; 时滞; 状态反馈
中图分类号: TP 114　　**文献标识码**: A

Robust Quadratic Stabilization for a Class of Uncertain Systems with Time-delay and Unmodeled Dynamics

XIA Yuan-qing, JIA Ying-min
(Seventh Division, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The problem of robust stabilization of linear time-delay systems with parameter variations and unmodeled dynamics is studied. A sufficient condition under which the systems can be robustly quadratically stabilized is obtained, and a controller design method independent of time-delay is also provided. A simple example illustrates the results

Key words: uncertain systems; quadratically stable; time-delay; state feedback

1 引　　言

时滞和不确定性是工业生产过程中普遍存在的现象, 这类系统的稳定性问题已为众多学者所关注, 并取得了许多重要的研究成果[1~4]。其中, 文献[1~3]主要考虑含有参数摄动的时滞系统; 文献[4]则对同时具有参数摄动和未建模动态的不确定性系统进行研究。实际上, 一个系统可能同时含有时滞、参数摄动和未建模动态不确定性, 因而, 本文研究一类同时具有参数摄动和未建模动态的线性时滞系统的鲁棒控制问题。

2 问题描述

考虑如下同时含有参数摄动和未建模动态的线性时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + \\ \qquad (A_d + \Delta A_d)x(t-\tau) + \\ \qquad B_1\theta(t) + (B_2 + \Delta B_2)u(t) \\ \xi(t) = Cx(t) \\ \theta(s) = \Delta(s)\xi(s) \\ x(t) = \phi(t), \quad t \in [-\tau, 0] \end{cases} \tag{1}$$

$$[\Delta A \quad \Delta A_d \quad \Delta B_2] = EF(t)[M_1 \quad M_2 \quad M_3]$$

收稿日期: 2000-04-24; **修回日期**: 2000-11-13
基金项目: 国家自然科学基金项目(69625506); 教育部高校博士点基金项目(1999000602)
作者简介: 夏元清(1971—), 男, 安徽天长人, 博士生, 从事鲁棒控制和时滞系统控制研究; 贾英民(1958—), 男, 山东金乡人, 教授, 博士生导师, 从事多变量系统、鲁棒控制和 H_∞ 理论等研究。

其中, $x(t) \in R^n$ 为状态, $u(t) \in R^h$ 为控制输入, $\theta(t) \in R^l$; A, A_d, B_1, B_2 和 C 为已知定常阵; $\tau > 0$ 为状态时滞, $\phi(t)$ 为连续的向量初值函数; $F(t)$ 为未知时变参数摄动阵, $\Delta(s)$ 为未建模动态, 分别属于如下定义的集合

$$\Omega = \{F: F(t)^{\mathrm{T}} F(t) \le I, F(t) \in R^{i \times j} \text{ 是元素为Lebesgue 可测未知函数矩阵}\} \quad (2)$$

$$\Pi = \{\Delta(s): \Delta(s) \in H_\infty, \|\Delta(s)\|_\infty < 1\} \quad (3)$$

对未建模动态 $\Delta(s) \in \Pi$, 设有如下状态空间实现

$$\begin{cases} \dot{x}_s(t) = A_s x_s(t) + B_s \xi(t) \\ \theta(t) = C_s x_s(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中, $x_s \in R^m$ 为未知状态; A_s, B_s 和 C_s 为未知矩阵。令

$$\begin{cases} x_c = \begin{bmatrix} x \\ x_s \end{bmatrix}, \quad \Psi(t) = \begin{bmatrix} \phi(t) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \overline{A} = \begin{bmatrix} A + \Delta A & B_1 C_s \\ B_s C & A_s \end{bmatrix} \\ \overline{A}_d = \begin{bmatrix} A_d + \Delta A_d & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \overline{B}_2 = \begin{bmatrix} B_2 + \Delta B_2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5)$$

则系统(1) 的状态空间实现为

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = \overline{A} x_c(t) + \overline{A}_d x(t - \tau) + \overline{B}_2 u(t) \\ \Psi(t) = \begin{bmatrix} \phi(t) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad t \in [-\tau, 0] \end{cases} \quad (6)$$

定义 1[3]　系统(1) 称为二次稳定的是指: 当 $u(t) = 0$ 时, 存在正定阵 $P, Q \in R^{n+m}$ 和标量 $\eta > 0$, 使得对所有 $F(t) \in \Omega$, Lyapunov 函数

$$V(x_{ct}) = x_c^{\mathrm{T}} P x_c + \int_{-\tau} x_c^{\mathrm{T}}(\mu) Q x_c(\mu) \mathrm{d}\mu \quad (7)$$

的导数满足 $\dot{V}(x_{ct}) \le -\eta \|x_c\|^2$, 对任意 $(x_c, t) \in R^{n+m+1}$ 均成立。

进一步, 系统(1) 是二次可稳定的是指: 存在线性状态反馈控制器 $u(t) = Kx$ 时, 使得闭环系统是二次稳定的。本文的目标是设计状态反馈阵 K, 使得系统(1) 是二次可稳定的。为此给出下述几个基本引理:

引理 1　对任何 $u, v \in R^l$, 有

$$2u^{\mathrm{T}} v \le u^{\mathrm{T}} u + v^{\mathrm{T}} v \quad (8)$$

引理 2[5]　设 $F \in \Omega, M \in R^{j \times n}$, 则如下各式成立:

1) 对任何标量 $\epsilon > 0$, 有

$$EFM + M^{\mathrm{T}} F^{\mathrm{T}} E^{\mathrm{T}} \le \epsilon^{-1} E E^{\mathrm{T}} + \epsilon M^{\mathrm{T}} M \quad (9)$$

2) 对任何矩阵 $P > 0, Q > 0$ 和标量 $\epsilon > 0$, 使得 $\epsilon I - M Q^{-1} M^{\mathrm{T}} > 0$, 有

$$\begin{aligned} &(A_d + EFM) Q^{-1} (A_d + EFM)^{\mathrm{T}} \le \\ &A_d Q^{-1} A_d^{\mathrm{T}} + A_d Q^{-1} M^{\mathrm{T}} (\epsilon I - \\ &M Q^{-1} M^{\mathrm{T}})^{-1} M Q^{-1} A_d^{\mathrm{T}} + \epsilon E E^{\mathrm{T}} \end{aligned} \quad (10)$$

引理 3[6]　设 $Q = Q^{\mathrm{T}}, S, R = R^{\mathrm{T}}$ 为适当维数的常数阵, 则线性矩阵不等式 $\begin{bmatrix} Q & S \\ S^{\mathrm{T}} & R \end{bmatrix} > 0$ 等价于

$$R > 0, \quad Q - S R^{-1} S^{\mathrm{T}} > 0 \quad (11)$$

引理 4[7]　设 $\Delta(s)$ 的状态空间实现为式(6), 则 $\|\Delta(s)\|_\infty < 1$ 的充要条件是存在正定阵 P_2, 使得下式成立

$$A_s^{\mathrm{T}} P_2 + P_2 A_s + P_2 B_s B_s^{\mathrm{T}} P_2 + C_s^{\mathrm{T}} C_s < 0 \quad (12)$$

3　主要结果

首先给出当 $u = 0$ 时系统(1) 二次稳定的充分条件:

定理 1　如果存在标量 $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$, 正定阵 P_1 和 Q_1, 使得下式成立

$$\epsilon_2 I - M_2 Q_1^{-1} M_2^{\mathrm{T}} > 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} &A^{\mathrm{T}} P_1 + P_1 A + P_1 (R_1 + B_1 B_1^{\mathrm{T}}) P_1 + \\ &\frac{1}{\epsilon_1} M_1^{\mathrm{T}} M_1 + Q_1 + C^{\mathrm{T}} C < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

则系统(1) 是二次稳定的。其中

$$\begin{aligned} R_1 = &A_d Q_1^{-1} A_d^{\mathrm{T}} + A_d Q_1^{-1} M_2^{\mathrm{T}} (\epsilon_2 I - \\ &M_2 Q_1^{-1} M_2^{\mathrm{T}})^{-1} M_2 Q_1^{-1} A_d^{\mathrm{T}} + (\epsilon_1 + \epsilon_2) E E^{\mathrm{T}} \end{aligned}$$

证明　因为 $\|\Delta(s)\|_\infty < 1$, 由引理 4 知存在正定阵 P_2 使得式(12) 成立, 则存在充分小的正数 δ 满足 $A_s^{\mathrm{T}} P_2 + P_2 A_s + P_2 B_s B_s^{\mathrm{T}} P_2 + C_s^{\mathrm{T}} C_s + \delta I < 0$。定义

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & \delta I \end{bmatrix}$$

其中 P_1, Q_1 满足式(13) 和(14), 则

$$\overline{A}^{\mathrm{T}} P + P \overline{A} + P \overline{A}_d Q^{-1} \overline{A}_d^{\mathrm{T}} P + Q := N := \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{12}^{\mathrm{T}} & N_{22} \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{aligned} N_{11} = &(A + \Delta A)^{\mathrm{T}} P_1 + P_1 (A + \Delta A) + \\ &P_1 (A_d + \Delta A_d) Q_1^{-1} (A_d + \Delta A_d)^{\mathrm{T}} P_1 + Q_1 \end{aligned}$$

$$N_{12} = P_1 B_1 C_s + C^{\mathrm{T}} B_s^{\mathrm{T}} P_2$$

$$N_{22} = A_s^{\mathrm{T}} P_2 + P_2 A_s + \delta I$$

由引理 2 知, 存在 $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$ 使得

$$N_{11} \le -W_1 - P_1 B_1 B_1^{\mathrm{T}} P_1 - C^{\mathrm{T}} C$$

其中

$$W_1 = -(A^TP_1 + P_1A + P_1(R_1 + B_1B_1^T)P_1 + \frac{1}{\epsilon_1}M_1^TM_1 + Q_1 + C^TC) > 0$$

取
$$W_2 = -(A_s^TP_2 + P_2A_s + C_s^TC_s + \delta I + P_2B_sB_s^TP_2) > 0$$

则
$$N_{22} = -W_2 - C_s^TC_s - P_2B_sB_s^TP_2$$

进一步, 对任意 $\zeta \in R^{n+m}$, 有

$$\zeta^TN\zeta = [\zeta_1^T \quad \zeta_2^T]\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{12}^T & N_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} \le$$
$$\zeta_1^T(-W_1 - P_1B_1B_1^TP_1 - C^TC)\zeta_1 +$$
$$2\zeta_1^T(C^TB_s^TP_2 + P_1B_1C_s)\zeta_2 +$$
$$\zeta_2^T(-W_2 - C_s^TC_s - P_2B_sB_s^TP_2)\zeta_2$$

再由引理 1 得

$$2\zeta_1^TC^TB_s^TP_2\zeta_2 \le$$
$$\zeta_1^TC^TC\zeta_1 + \zeta_2^TP_2B_sB_s^TP_2\zeta_2$$
$$2\zeta_1^TP_1B_1C_2\zeta_2 \le$$
$$\zeta_1^TP_1B_1B_1^TP_1\zeta_1 + \zeta_2^TC_s^TC_s\zeta_2$$

所以

$$\zeta^TN\zeta \le -\zeta_1^TW_1\zeta_1 - \zeta_2^TW_2\zeta_2 =$$
$$-\zeta^T\begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix}\zeta \le -\lambda\|\zeta\|^2$$

其中, $\lambda = \min\{\underline{\delta}(W_1), \underline{\delta}(W_2)\}$, $\underline{\delta}(\cdot)$ 表示矩阵的最小特征值。因为W_1和W_2均为正定阵, 所以$\lambda > 0$。故存在充分小的 λ_1 满足 $\lambda > \lambda_1 > 0$, 且使 $\zeta^T(N + \lambda_1 I)\zeta < 0$。从而有$\bar{A}^TP + P\bar{A} + P\bar{A}_dQ^{-1}\bar{A}_d^TP + Q + \lambda_1 I < 0$。引理 3 表明该式等价于

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^TP + P\bar{A} + \lambda_1 I + Q & P\bar{A}_d \\ \bar{A}_d^TP & -Q \end{bmatrix} < 0$$

因此当 $u(t) = 0$ 时

$$\mathring{V}(x_{ct}) <$$
$$\begin{bmatrix} x_c(t) \\ x_c(t-\tau) \end{bmatrix}^T\begin{bmatrix} -\lambda_1 I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_c(t) \\ x_c(t-\tau) \end{bmatrix} =$$
$$-\lambda_1 x_c^Tx_c$$

由定义 1 知, 系统(1) 是二次稳定的。(证毕)

假设 $\mathrm{rank}(M_2) =: k \le j, \Sigma \in R^{k\times m}$, 使得 $\mathrm{rank}(\Sigma) = k$, 且$M_3^TM_3 = \Sigma^T\Sigma$。取$\Phi \in R^{(m-k)}$, 使得 $\Phi\Sigma^T = 0$(如果 $k = m$, 则 $\Phi = 0$), $V = \Sigma^T(\Sigma\Sigma^T)^{-2}\Sigma$, 可得系统(1) 二次可稳的充分条件:

定理 2 如果存在标量 $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0, \epsilon_3 > 0$, 正定阵 P_1 和 Q_1 使得下式成立

$$\epsilon_2 I - M_2Q_1^{-1}M_2^T > 0 \tag{15}$$

$$(A - B_2VM_3^TM_1)^TP_1 +$$
$$P_1(A - B_2VM_3^TM_1) + P_1R_2P_1 + Q_2 < 0 \tag{16}$$

则取

$$K = -\left(\frac{1}{2\epsilon_3}\Phi^T\Phi + V\right)B_2^TP_1 - VM_3^TM_1 \tag{17}$$

系统(1) 是二次可稳定的。其中

$$R_2 = R_1 + B_1B_1^T - \epsilon_2B_2VB_2^T - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_3}B_2\Phi^T\Phi B_2^T$$

$$Q_2 = \frac{1}{\epsilon_1}M_1^T(I - M_3VM_3^T)M_1 + Q_1 + C^TC$$

证明略。

4 计算示例

为阐明上述结果的应用, 考虑如下线性不确定时滞系统

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ -0.2 & -0.3 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = [0.1 \quad 0.2], \quad M_2 = [1 \quad 1.3]$$

$$M_3 = [0.1 \quad 0.1], \quad \|\Delta(s)\|_\infty < 1$$

$$F(t) = \delta(t), \quad |\delta(t)| \le 1$$

取

$$P_1 = \begin{bmatrix} 7.098\,71 & -1.199\,1 \\ -1.199\,1 & 8.393\,1 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_1 = 0.1, \quad \epsilon_2 = 2, \quad \epsilon_3 = 1$$

容易验证它们满足式(15) 和(16), 因此可取

$$K = \begin{bmatrix} 0.599\,5 & -4.196\,6 \\ -7.108\,7 & 1.179\,1 \end{bmatrix}$$

使得系统(1) 是二次可稳定的。

5 结 论

本文基于二次稳定的概念, 导出了同时含有参数摄动和未建模动态的时滞系统二次可稳定的充分条件, 相应的闭环控制可通过解一个 Riccati 不等式获得。该方法具有简单易行的特点, 可进一步推广到含 H_∞ 干扰衰减约束问题的求解。

(下转第 620 页)

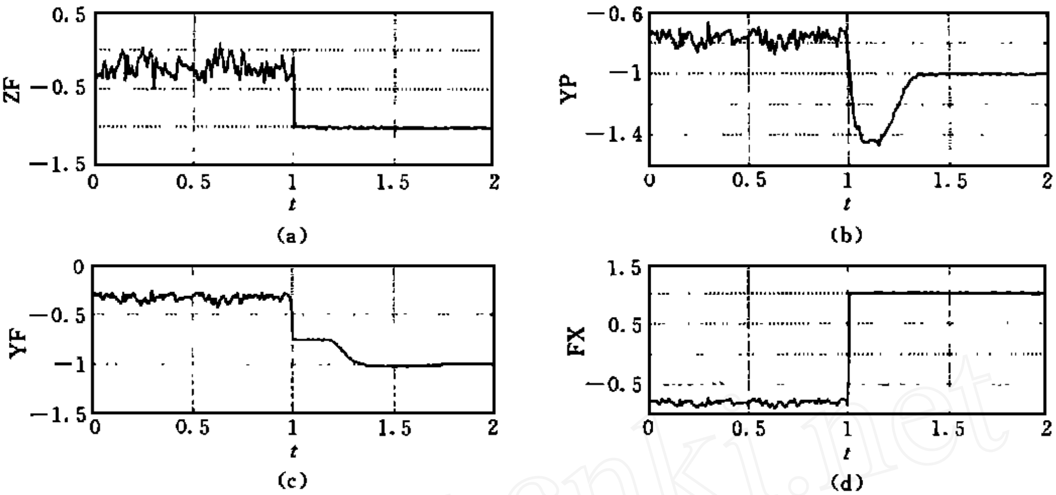

图1 各分类器的输出

(a) 决策函数输出ZF (b) 决策函数输出YP (c) 决策函数输出YF (d) 决策函数输出FX

5 结 论

本文提出了联想度的概念, 并由此设计出一种自组织模糊CMAC(SOFCMAC)及其学习算法, 证明了SOFCMAC能以任意精度对非线性特性一致逼近。给出了以SOFCMAC作为观测器, 以支持向量机作为诊断器的非线性系统故障检测与诊断方法。

参考文献:

[1] 胡寿松, 周川, 胡维礼. An approach to robust fault detection for nonlinear system based RBF neural network observer[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(6): 853-857.

[2] Ron J Patton, Jie Chen. Neural networks based fault diagnosis for nonlinear dynamic systems[J]. J Guidance, 1995, 18(4): 418-427.

[3] Nie Junhong, Linkens D A. FCMAC: A fuzzied cerebellar model articulation controller with self-organizing capacity[J]. Automatica, 1994, 30(4): 655-664.

[4] Scholkopf B, Burges C, Vapnik V. Extracting support data for a given task[A]. Proc of 1st Int Conf on Knowledge Discovery & Data Mining[C]. AAAI Press, 1995. 262-267.

[5] Vapnik V. The nature of statistical learning theory [M]. New York: Springer-Verlag, 1995.

(上接第604页)

参考文献:

[1] Eun Tae Jeung, Do Chang Oh, Jong Hae Kim *et al*. Robust controller design for uncertain systems with time delay: LMI approach[J]. Automatica, 1996, 32(8): 1229-1231.

[2] Jong Hae Kim, Hong Bae Park. H_∞ state feedback control for generalized continuous/discrete time-delay system[J]. Automatica, 1999, 35(8): 1443-1451.

[3] Magdi S Mahmoud, Naser F, Al Muthairi. Quadratic stabilization of counties time systems with state-delay and norm-bounded time-varying uncertainties[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39(10): 2135-2139.

[4] 申铁龙. H_∞控制理论与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.

[5] Carlos E, De Souza, Xi Li. Delay-dependent robust H_∞ control of uncertain linear state-delayed systems[J]. Automatica, 1999, 35(9): 1313-1321.

[6] Kreidler E, Jameson A. Conditions for nonnegatives of partioned matrices[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1972, 17(10): 147-148.

[7] Anderson B D, Vongpanitlerd S. Network analysis and synthesis: A modern systems theory approach[M]. Englewood Cliff: Prentice Hall, 1973.