

文章编号: 1001-0920(2001)05-0630-04

## 基于 T-S 模糊模型的辨识算法

王守唐, 高东杰

(中国科学院 自动化研究所, 北京 100080)

**摘要:** 提出一种新的基于 T-S 模糊模型的辨识算法。该算法可分为 2 步, 第 1 步是比较粗糙的辨识, 按子空间的线性程度来划分输入空间, 规则前件参数由子空间的中心和大小决定, 规则后件线性参数由最小二乘法确定; 第 2 步是模型的精细调整, 利用梯度下降法调节隶属函数和规则后件的线性参数。仿真实验说明了该算法的有效性。

**关键词:** 模糊辨识; T-S 模糊模型; 最小二乘法; 梯度下降法

**中图分类号:** TP 18

**文献标识码:** A

## Identification Method Based on T-S Fuzzy Model

WANG Shou-tang, GAO Dong-jie

(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** A new identification algorithm of Takagi-Sugeno fuzzy model is proposed. The identification process consists of two steps. First, coarser identification is carried out. The input space is partitioned according to linear degree of the subspaces. The center and size of each subspace determine the parameters of the corresponding rule premise. The consequent parameters of every rule are identified by the least square method. Second, the initial model is fine-tuned by the gradient descent algorithm. The objective function emphasizes accuracy of local model. A simulation example shows the effectiveness of the method.

**Key words:** fuzzy identification; T-S fuzzy model; least square method; gradient descent algorithm

### 1 引言

Takagi-Sugeno 模糊模型可以任意精度逼近定义在紧集上的非线性函数<sup>[1]</sup>, 因而引起了人们广泛的关注。T-S 模糊模型可看成近似分段线性模型。该模型相当于将输入空间分为若干个模糊子空间, 首先在每个模糊子空间建立一个局部线性模型, 然后使用隶属函数平滑地将各个局部模型连接起来, 从而形成非线性函数的全局模糊模型<sup>[1]</sup>。

利用模糊聚类方法划分模糊空间, 难以保证模糊子空间良好的线性化程度。为此, 本文采用输入空间逐次对半分的方法, 即比较各个子空间的线性程度, 选出线性程度最差的子空间进行分割。首先根据子空间的位置和大小决定规则前件的初始参数, 然后利用梯度下降法优化各个参数, 以使空间划分和线性参数的确定更加合理。为了强调局部模型的精确性, 本文以各条规则的局部误差作为目标函数进行优化。

收稿日期: 2000-06-20; 修回日期: 2000-09-14

作者简介: 王守唐(1972—), 男, 天津人, 博士生, 从事模糊控制与模糊建模、智能控制等研究; 高东杰(1943—), 男, 辽宁凤城人, 研究员, 博士生导师, 从事系统辨识、过程控制和智能控制等研究。

## 2 模糊模型的描述

T-S 模型由如下一组规则组成<sup>[2,3]</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} R_j: \text{ If } x_1 \text{ is } A_{j1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{j2} \\ \quad \text{and } x_M \text{ is } A_{jM} \\ \quad \text{then } y_j = a_{j0} + a_{j1}x_1 + \dots + a_{jM}x_M \\ y_m = \frac{\sum_{j=1}^N w_j y_j}{\sum_{j=1}^N w_j} \\ w_j = \prod_{i=1}^M A_{ji}(x_i) \\ A_{ji}(x_i) = \exp\{- (x_i - c_{ji})^2 / \rho_{ji}^2\} \end{array} \right. \quad (1)$$

其中,  $R_j (j = 1, 2, \dots, N)$  为第  $j$  条规则,  $x_i (i = 1, 2, \dots, M)$  为第  $i$  个输入变量,  $A_{ji}$  为模糊集合,  $y_j$  为第  $j$  条规则的输出,  $a_{ji}$  为规则后件的线性参数,  $y_m$  为模型的输出,  $w_j$  为第  $j$  条规则的满足程度,  $A_{ji}(x_i)$  为  $x_i$  对  $A_{ji}$  的隶属度函数(采用高斯型函数),  $c_{ji}$  和  $\rho_{ji}$  为高斯型函数的参数。规则的有效函数定义为

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_j(x) = w_j(x) / \sum_{r=1}^N w_r(x) \\ x = [x_1, x_2, \dots, x_M] \end{array} \right. \quad (2)$$

## 3 模糊模型的粗糙辨识

模糊模型的粗糙辨识可分为以下两部分: 1) 前件结构和参数的辨识; 2) 后件线性参数的辨识。

前件结构的辨识问题就是输入模糊空间的划分问题。在此采用类似于文献[3]的方法, 可认为是一种根据线性程度进行聚类的方法。该方法采用超矩形表示模糊子空间, 将矩形的中心确定为隶属度函数的中心,  $\rho$  与超矩形的相应边长成正比。其辨识过程如下: 将整个模糊空间沿垂直于各个坐标轴的方向进行平分; 按上述方法和最小二乘法分别确定规则的前后件参数; 分别计算模型总误差, 选择使总误差最小的方向来分割模糊空间; 计算每个模糊子空间的局部误差

$$J_j = \sum_{k=1}^L \Phi_j(k) e^2(k)$$

该值最大的子空间被认为是局部线性化拟合最差的子空间, 并将其按上述方法分割。如此反复, 直到模型总误差小于设定值为止。

后件线性参数的辨识采用最小二乘法。本文每次只估计一个规则的后件参数, 不同于文献[2]需要同时估计所有规则的后件参数, 因而大大降低了计算的复杂度。

第  $j$  条规则的输出可表示为

$$y_j = \Phi_{a_j} \quad (3)$$

其中

$$\Phi = [1, x_1, x_2, \dots, x_M], \quad a_j = [a_{j0}, a_{j1}, \dots, a_{jM}]$$

用有效函数表示数据对子空间模型的重要性。它可使各个子空间中心附近的数据对该子空间建模更加重要, 而远离子空间中心的数据对该子空间线性模型的影响不大。后件参数可由下式计算

$$a_j = (\Psi^T Q_j \Psi)^{-1} \Psi^T Q_j y_d \quad (4)$$

其中

$$Q_j = \text{diag}[\Phi_j(x(1)), \Phi_j(x(2)), \dots, \Phi_j(x(L))]$$

$$\Psi = [\Phi(1), \Phi(2), \dots, \Phi(L)]^T$$

$$y_d = [y(1), y(2), \dots, y(L)]^T$$

在计算过程中, 每次只分割一个子空间, 在  $M$  个方向上将产生  $2M$  个子空间, 需调用最小二乘法  $2M$  次。最小二乘法每次辨识一个规则的后件参数, 因而粗糙建模的效率是比较高的。

## 4 模糊模型的精细调节

上述建模方法适合于 T-S 模型规则后件为线性的情况。但是模糊空间的划分显然不是最优的, 而且隶属度函数参数是根据模型和隶属度函数本身的特点定性人为选择的, 因而模型是粗糙的。为解决这一问题, 可采用梯度下降法进行调节, 同时调节规则后件线性参数。

尽量减少各个子空间隶属度的重叠程度有利于模糊模型的应用<sup>[4]</sup>, 这就要求局部模型应尽量精确。为此, 本文不同于文献[5]以总误差  $\sum_{k=1}^L e^2(k)$  为指标进行优化, 而是为每条规则定义如下指标

$$J_j = \sum_{k=1}^L \Phi_j(k) e^2(k) \quad (5)$$

该指标相当于规则的局部误差。优化该指标可保证局部模糊模型的精确性, 也可减小模型的总误差。

指定  $c_{ji}$  为  $p_{ji1}$ ,  $\rho_{ji}$  为  $p_{ji2}$ , 则有

$$p_{jiu}(t+1) = p_{jiu}(t) + \Delta p_{jiu} \quad (6)$$

其中,  $u$  为 1 或 2, 而

$$\Delta p_{jiu} = - \lambda \left\{ \sum_{k=1}^L \frac{\partial \Phi_j(k)}{\partial p_{jiu}} e^2(k) + \sum_{k=1}^L \Phi_j(k) \frac{\partial e^2(k)}{\partial p_{jiu}} \right\} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial p_{jiu}} = \frac{\left[ \sum_{r=1}^{j-1} w_r + \sum_{r=j+1}^N w_r \right] \frac{\partial w_j}{\partial p_{jiu}}}{\left( \sum_{r=1}^N w_r \right)^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial p_{jiu}} = -2(y_d - y_m)(y_j - y_m) \frac{1}{N} \frac{\partial v_i}{\partial p_{jiu}} \quad (9)$$

$$\frac{\partial v_j}{\partial p_{ji1}} = \sum_{h=1}^{i-1} A_{jh}(x_h) \sum_{h=i+1}^M A_{jh}(x_h) \frac{2(x_i - c_{ji})}{\rho_{ji}^2} \times \exp\{- (x_i - c_{ji})^2 / \rho_{ji}^2\} \quad (10)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial p_{ji2}} = \frac{x_i - c_{ji}}{\rho_{ji}} \frac{\partial v_i}{\partial p_{ji}} \quad (11)$$

为研究简便,上述公式中的k没有标出。下面给出用梯度下降法调节规则后件参数的方法,即

$$a_{ji}(t+1) = a_{ji}(t) + \Delta a_{ji} \quad (12)$$

$$\Delta a_{ji} = 2\eta \sum_{k=1}^L \Phi^2(k) (y_d - y_m) x_i(k) \quad (13)$$

上述公式中 $\gamma$ 和 $\eta$ 表示学习率。对规则参数的调整是在综合所有模式数据的基础上统一进行的,对各个规则参数的调整是轮流进行的。

### 5 仿真实验

下面用仿真实例来说明本文算法的有效性。选取如下非线性函数

$$y(k) = 2.0 \frac{x(k)}{1 + x(k)^2} + 1$$

作为建模对象,其中,x的范围限定为[-5,5]。随机选取100个训练样本组成训练集对该对象进行辨识,粗糙建模的平均误差为0.0503,得到6条规则。精细调节采用学习率为0.005,学习次数为800(每次只调节一个规则的参数),精细调节后的平均误差为0.0083。如果不进行精细调节,达到同样的精度则需要9条规则。辨识结果如图1所示,图中虚线为模型输出,实线为对象输出,表1列出了各条规则的参数。由此可以看出,该算法是有效的,且能达到很

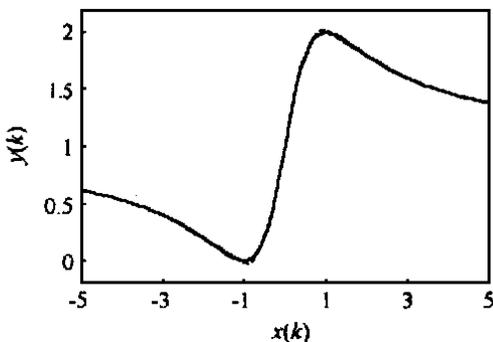


图1 辨识结果

高的辨识精度。

本文同时给出了使用全局误差作为目标函数,达到相同误差时的局部模型(见图2),并与采用本文方法得到的局部直线(见图3)进行比较。由图2和图3可以看出,本文的分规则优化方法使局部模型的精确性更好。

表1 规则参数

规则	c	$\rho$	$a_1$	$a_2$
1	-3.898 0	1.201 7	-0.100 8	0.120 9
2	-1.868 0	1.212 5	-0.191 5	-0.199 5
3	-0.356 7	0.416 5	0.979 5	0.747 4
4	-0.430 1	0.427 1	0.886 4	1.288 7
5	1.994 3	1.320 6	-0.195 9	2.198 8
6	4.098 8	1.201 6	-0.101 5	1.886 9

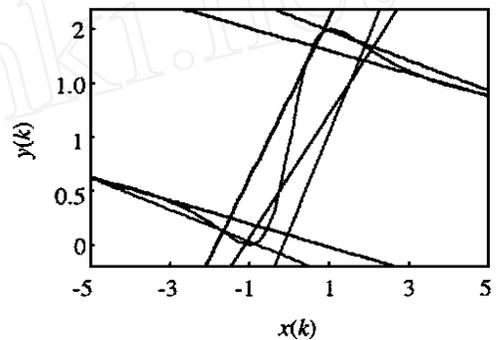


图2 全局误差优化方法得到的局部直线

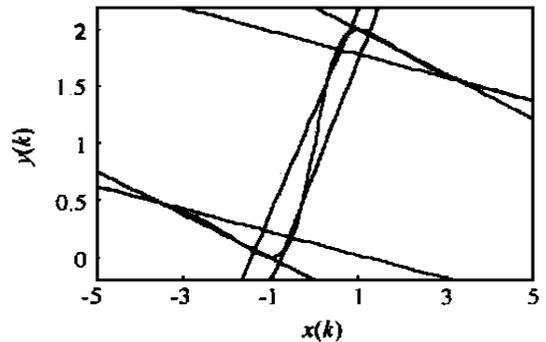


图3 采用本文方法得到的局部直线

### 6 结 语

本文提出一种新的辨识算法,首先利用T-S模糊模型后件部分线性的特点来划分输入空间,由此得到规则前后件的初始参数,然后利用梯度下降法对规则的前后件参数进行优化。目标函数的选择更注重局部模型的精确性。仿真结果表明该算法是有效的,但由于使用了优化算法,使得该方法的速度较慢。

(下转第636页)

图2为应用本文控制策略对该对象进行控制的效果。由图2(a)和2(b)可以看出,在无干扰的情形下( $a = b = 0$ )控制效果良好;在输出有白噪声干扰的情形下( $a = 0, b = 0.005$ )也取得了良好效果。图2(c)为对象受结构不确定性扰动( $a = 0.1, b = 0$ )时的控制效果,而文献[10]的图8为与本文图2(c)同样条件,但取 $a = 0.001, b = 0$ 。可以看出,在扰动幅度很大的情况下,本文方法比文献[10]的控制效果好得多。这是因为,改进型VPBF网络的基函数为原非线性对象的某种变换按泰勒级数展开的低阶项,结构不确定性干扰主要部分表现为某些基函数参数的变化,很容易通过在线自适应学习跟踪这种变化,而其它神经网络控制器则不具有这一特点。因此,改进型VPBF网络较其它神经网络控制器具有更好的鲁棒性能。

## 5 结 论

本文提出一种用于控制的神经网络——改进型Volterra基函数网,并基于该网络设计了非线性系统的直接自适应逆控制方案,证明了闭环系统的一致最终有界性。仿真结果表明,基于改进型VPBF网络的直接自适应逆控制方法,其鲁棒性比一般神经元网络控制器好得多。

### 参考文献:

- [1] Narendra K S, Parthasarathy K. Identification and control of dynamical systems using neural networks [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1990, 1(1): 4-27.

- [2] Liu G P, Kadiramanathan V, Billings S A. On-line identification of nonlinear systems using Volterra polynomial basis function neural networks [J]. Neural Networks, 1998, 5(11): 1645-1657.
- [3] Hernández E, Arkun Y. Control of nonlinear systems using polynomial ARMA models [J]. AChE Journal, 1993, 39(3): 446-460.
- [4] 党映农, 韩崇昭. 基于Volterra基函数网络的自适应逆控制方法[J]. 西安交通大学学报, 2000, 34(9): 8-12.
- [5] Chen L J, Narendra K S. On a new approach to the design of tracking controllers for nonlinear dynamical systems [A]. Proc Amer Contr Conf [C]. San Diego, 1999. 3534-3538.
- [6] Diaz H, Desrochers A A. Modeling of nonlinear discrete-time systems from input-output data [J]. Automatica, 1988, 24(5): 629-641.
- [7] N Ssadegh. A perceptron network for functional identification and control of nonlinear systems [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1993, 4(6): 982-988.
- [8] Billings S A, Chen S, Korenberg M J. Identification of M MO nonlinear systems using a forward-regression orthogonal estimator [J]. Int J Contr, 1988, 49: 2157-2189.
- [9] G C 古德温, 孙贵生. 自适应滤波、预测与控制[M]. 北京: 科学出版社, 1992.
- [10] Liang J, Peter N N. Dynamic recurrent neural networks for control of unknown nonlinear systems [J]. ASME J Dyn Syst, Meas & Contr, 1994, 116(12): 567-576.
- [11] 马晓敏. 基于神经网络的动态系统逆模型辨识及闭环控制[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(6): 829-836.

(上接第 632 页)

### 参考文献:

- [1] S G Cao, N W Rees, G Feng. Analysis and design for a class of complex control systems- Part I: Fuzzy modeling and identification [J]. Automatica, 1997, 33(6): 1017-1027.
- [2] T Takagi, M Sugeno. Fuzzy identification of system and its applications to modeling and control [J]. IEEE Trans on Syst, Man and Cyb, 1985, 15(1): 116-132.
- [3] M Fisher, O Nell, R Isemann. Predictive control based on local linear fuzzy models [J]. Int J of Syst Sci, 1998, 29(7): 679-697.
- [4] S G Cao, N W Rees, G Feng. Quadratic stability analysis and design of continuous-time fuzzy control systems [J]. Int J of Syst Sci, 1996, 7(2): 193-203.
- [5] M Park, S Ji, E Kim. A new approach to the identification of a fuzzy model [J]. Fuzzy Sets and Syst, 1999, 104(2): 169-181.