

文章编号: 1001-0920(2001)06-0910-04

关于状态反馈预测控制系统的极点配置

胡品慧, 袁璞

(石油大学 自动化研究所, 北京 102200)

摘要: 讨论按极点配置方法的设计问题, 给出极点可任意配置的充分必要条件。基于状态空间模型, 给出按极点配置方法设计时选取预测时域的方法。通过引入控制作用衰减系数及状态反馈加权系数, 状态反馈预测控制系统的极点可任意配置。设计参数实时在线调整方便, 增强了预测模型的适应范围, 使预测控制系统具有较好的控制性能和鲁棒性。

关键词: 预测控制; 极点配置; 系统设计; 状态反馈; 状态空间模型

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

On Pole Placement of State Feedback Model Predictive Control Systems

HU Pin-hui, YUAN Pu

(Research Institute of Automation, University of Petroleum, Beijing 102200, China)

Abstract: Necessary and sufficient conditions are given for arbitrary pole placement of the state feedback model predictive control (SPC) systems. Based on the state space model, the design procedure is introduced step by step for choosing the design parameter—the prediction horizon. By introducing new design parameters such as control move damping coefficient and state feedback weighting fact, the poles of the closed loop predictive control systems can be assigned arbitrarily. The design parameters can be adjusted easily on line. Therefore the predictive model can be widely used. The closed loop predictive control system has good performance and robustness.

Key words: predictive control; pole placement; system design; state variable feedback; state space model

1 引言

近年来,生产和科学技术的迅速发展,促进了计算机应用技术的发展,现代控制理论和最优控制理论的实际应用也取得了很大进展,其中最有代表性的成果之一就是模型预测控制技术。模型预测控制技术,如动态矩阵控制(DMC)^[1],广义预测控制(GPC)^[2,3],状态反馈预测控制SPC^[4-7]等算法,以

其独有的特点:模型预测、反馈校正和滚动优化,越来越受到广大科技工作者的重视,并在实际工程应用中取得了可喜的成果^[8,9]。预测控制系统的性能与相关的设计参数选取有关^[10,11],其中选取预测时域是设计预测控制系统的重要步骤之一。

本文讨论在状态反馈预测控制系统设计中按极点配置方法的设计问题,给出了闭环系统极点可任

收稿日期: 2000-05-26; 修回日期: 2000-10-12

作者简介: 胡品慧(1959—),男,天津人,副教授,博士,从事预测控制、先进过程控制研究;袁璞(1934—),男,北京人,教授,博士生导师,从事多变量协调预测控制、先进过程控制等研究。

意配置的必要条件和按极点配置时选取预测时域的方法。通过在线实时调整设计参数——预测时域、控制作用衰减系数和状态反馈加权系数, 增强了预测模型的适应范围, 使控制系统具有较好的控制性能和鲁棒性, 从而为状态反馈预测控制系统的分析、设计及实际应用提供了理论依据。

2 主要结果

假设被控过程数学模型由离散状态空间描述为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x \in R^n, y \in R^r, u \in R^m, A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, C \in R^{r \times n}$ 。不失一般性, 设矩阵 C 是行满秩的, 即 $\text{rank } C = r$, 并以行向量形式表示为

$$C = [c_1^T \quad c_2^T \quad \dots \quad c_r^T]^T$$

使用模型预测被控变量 $y(k)$ 的未来值, 对第 j 个输出在未来 p_j 采样时刻的预测值

$$\begin{aligned} \hat{y}_j(k+p_j) = & c_j A^{p_j} x(k) + \sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B u(k+p_j-i) \\ & j = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $r = \text{rank } C$, r 是系统输出维数, p_j 是对第 j 个输出 $y_j(k)$ 选取的预测时域。

使用当前输出实测值 y 和当前输出预测值 \hat{y} 的偏差, 对未来 p_j 时刻的预测输出进行反馈修正, 即

$$y_{c_j}(k+p_j) = \hat{y}_j(k+p_j) + y_j(k) - \hat{y}_j(k) \quad (3)$$

其中

$$\hat{y}_j(k) = c_j A^{p_j} x(k-p_j) + \sum_{i=1}^{p_j} c_j A^{i-1} B u(k-i) \quad (4)$$

是对当前输出的预测值。

应用状态反馈单值预测控制算法^[4-7], 控制时域 $L = 1$, 即只在 k 时刻改变控制作用的大小, 其后控制作用维持不变, 亦即 $u(k+i) = u(k), i > 0$, 使反馈修正后的输出预测值等于输出给定值。由式(3)和(4)得

$$\begin{aligned} \hat{y}_j^s(k+p_j) = & c_j A^{p_j} x(k) + y_j(k) - \hat{y}_j(k) + s_j(p_j) u(k) \end{aligned} \quad (5)$$

假设多变量系统输入维数与输出维数相等, 由此得到其状态反馈预测控制系统的最优控制律为

$$u(k) = S^{-1}(P) [Y^s(k) - y(k) - Kx(k) + \hat{Y}(k)] \quad (6)$$

其中, $Y^s(k)$ 是输出给定值, $y(k)$ 是输出实测值, $\hat{Y}(k)$ 是输出预测值, 而

$$K = \begin{bmatrix} c_1 A^{p_1} \\ c_2 A^{p_2} \\ \vdots \\ c_r A^{p_r} \end{bmatrix}, \quad Y^s(k) = \begin{bmatrix} y_1^s(k) \\ y_2^s(k) \\ \vdots \\ y_r^s(k) \end{bmatrix}$$

$$S(P) = \begin{bmatrix} s_1(p_1) \\ s_2(p_2) \\ \vdots \\ s_r(p_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & & & \\ & c_1 A^{i-1} B & & \\ & & p_2 & \\ & & & c_2 A^{i-1} B \\ & & & & \vdots \\ & & & & & p_r \\ & & & & & & c_r A^{i-1} B \end{bmatrix} \quad (7)$$

这里 $P = [p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_r]^T$ 是选定的预测时域。由式(6)知, 选取 P 的必要条件是使矩阵 $S(P)$ 的逆存在。

假设预测模型准确, 即输出测量值等于输出预测值, 有 $y(k) = \hat{Y}(k)$, 则

$$u(k) = S^{-1}(P) [Y^s(k) - Kx(k)] \quad (8)$$

将式(8)代入式(1), 得闭环状态反馈预测控制系统的状态空间描述为

$$\begin{cases} x(k+1) = A_c x(k) + B_c Y^s(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$A_c = A - BS^{-1}(P)K, \quad B_c = BS^{-1}(P) \quad (10)$$

则得闭环预测控制系统的脉冲传递函数

$$G_c(z) = C(zI - A_c)^{-1} B_c \quad (11)$$

对式(1)的被控对象 (C, A, B) , 应用线性系统理论中的一般状态反馈控制方法^[12], 则状态反馈形式为

$$u(k) = F_x x(k) \quad (12)$$

由一般状态反馈控制(12)构成的闭环控制系统可表达为

$$A_x = A - BF_x, \quad B_x = B, \quad C_x = C \quad (13)$$

其中 $F_x \in R^{r \times n}$ 是待定的状态反馈常数矩阵。

已知式(1)的被控过程 (C, A, B) 是可控制的, 可用状态反馈控制(12)使闭环控制系统(13)的极点任意配置。对状态反馈预测控制系统的极点配置, 有以下定理:

定理 1 对于式(1)的被控过程 (C, A, B) , 一般状态反馈控制如式(12), 则用状态反馈预测控制算法(6)实现的充分必要条件是

$$\text{Ker}F_x \supset \text{Ker}K \quad (14)$$

这里 Ker 表示核空间。

证明 定理的条件等价于下列矩阵方程对 S_P

$$F_x = S_P K \quad (15)$$

可解, 且有 $S^{-1}(P) = S_P$ 成立。

引理 1 对于式(1)的被控过程 (C, A, B) , A 是对角阵, 则定理条件简化为

$$\text{Ker}F_x \supset \text{Ker}C \quad (16)$$

在实际工程应用中, 为了在线调整方便灵活, 使状态反馈预测控制算法有较强的鲁棒性, 提高对生产过程变化的适应能力, 按状态反馈预测控制计算出的最优控制律(6), 先乘以一个相应的衰减系数再送出, 使预测控制器送出的控制作用适当减小。这一衰减系数称为预测控制律衰减系数, 用 β_i $R^{m \times r}$ 表示。

在状态反馈预测控制系统中, 加入预测控制作用衰减系数 β_i 后, 由式(8)和(10), 状态反馈预测控制系统的闭环特性可表达为

$$\begin{cases} A_c = A - B \beta_i S^{-1}(P) K \\ B_c = B \beta_i S^{-1}(P) \\ C_c = C \end{cases} \quad (17)$$

同样, 为使在线调整方便灵活, 提高状态反馈预测控制算法的鲁棒性和适应能力, 在计算最优控制律(6)之前, 把实测的状态变量先乘以一个相应的加权系数, 再计算预测控制律。这一加权系数称为预测控制状态反馈加权系数, 用 β_x $R^{n \times n}$ 表示。

在状态反馈预测控制系统中, 加入状态反馈加权系数 β_x 后, 由式(8)和(10), 状态反馈预测控制系统的闭环特性可表达为

$$\begin{cases} A_c = A - B S^{-1}(P) K \beta_x \\ B_c = B S^{-1}(P) \\ C_c = C \end{cases} \quad (18)$$

推论 1 对形如式(9)的状态反馈预测控制闭环系统, 只通过选取预测时域

$$P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_r]^T$$

不能实现极点的任意配置。

推论 2 加入预测控制作用衰减系数 β_i 后, 对形如式(17)的状态反馈预测控制闭环系统, 如果条件(14)满足, 则通过选取衰减系数 β_i 及预测时域 $P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_r]^T$, 预测控制系统(17)和一般状态反馈控制(13), 可以实现相同的极点配置; 如果条件(14)不满足, 则无论如何选取预测控制作用衰减

系数 β_i , 都不可能使状态反馈预测控制系统的闭环极点(17)与一般状态反馈系统的闭环极点(14)相同。

如果首先选取适当的预测时域 P , 这时矩阵 $S(P)$ 和 K 如式(7)均已确定, 假设条件(14)满足, 则可选取 $\beta_i = S(P)S_P$ 。但此时预测控制作用衰减系数 β_i 一般不是对角矩阵。

推论 3 加入状态反馈加权系数 β_x 后, 对形如式(18)的多变量预测控制闭环系统, 通过适当选取状态反馈加权系数 β_x 及预测时域 $P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_r]^T$, 可以实现状态反馈预测控制系统(18)闭环极点的任意配置。

可以首先选取适当的预测时域 P , 当 P 选定后, 矩阵 $S(P)$ 和 K 如式(7)均已确定; 然后选取适当的状态反馈加权系数 β_x , 几乎对任意给定的 F_x , 总可使条件(14)满足, 即有 $\text{Ker}F_x \supset \text{Ker}K \beta_x$ 成立。

综合上述分析, 对多变量状态反馈预测控制系统, 只通过选取预测时域

$$P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_r]^T$$

不能实现闭环预测控制系统极点的任意配置, 只有适当地选取预测控制作用衰减系数 β_i 和状态反馈加权系数 β_x , 才能实现预测控制系统闭环极点的任意配置。

上述分析还表明, 选取不同的预测时域 P , 适当地选取预测控制作用衰减系数 β_i 和状态反馈加权系数 β_x , 可使状态反馈预测控制系统具有相同的闭环极点。

状态反馈预测控制系统, 按极点配置方法设计的一般步骤如下:

1) 按一般状态反馈(12)设计一组期望的闭环极点, 确定出一般形式的状态反馈矩阵 F_x 。

2) 使用非奇异的线性变换, 将式(1)的被控过程 (C, A, B) 变换成对角规范型 (C, Λ, B) 。

3) 检查条件(15)是否满足, 即 $\text{Ker}F_x \supset \text{Ker}C$ 是否成立。如果不满足, 则适当选取状态反馈加权系数 β_x , 这时加权系数 β_x 一般不是对角矩阵, 使 $\text{Ker}F_x \supset \text{Ker}C \beta_x$ 成立。

4) 适当选取预测时域

$$P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_r]^T$$

并按式(7)确定矩阵 $S(P)$ 和 K , 要保证 $S(P)$ 的逆存在。求出预测控制作用衰减系数 β_i , 即 $\beta_i = S(P)S_P$ 。

5) 确定状态反馈预测控制系统设计的 3 个参数, 即预测时域 P , 预测控制作用衰减系数 β_i 及状态

反馈加权系数 β 。至此, 按极点配置方法设计状态反馈预测控制系统便已完成。

为使闭环极点配置在期望的区域内, 有时要调整状态反馈加权系数 β 矩阵元素的大小, 但应注意, 如果选取的加权系数 β 矩阵元素较小, 一般说明状态反馈作用较弱, 例如 β 为对角阵时, 对提高控制系统的抗干扰能力及改善系统的鲁棒性不利。如果选取的预测控制作用衰减系数 β 矩阵元素过大, 则预测控制系统的最大控制作用可能不满足要求。所以在设计状态反馈预测控制系统的 3 个参数时, 要从系统的综合控制性能考虑, 对控制系统的动态性能、抗干扰性及鲁棒性要适当兼顾。

在实际工程应用中, 一般不苛求极点位置完全相同, 只要落在适当的区域内就能满足要求。所以, 预测控制作用衰减系数 β 及状态反馈加权系数 β 可以在线实时调整, 以提高对生产过程变化的适应能力, 保证先进控制系统的正常运行。

3 结 论

本文针对状态反馈预测控制系统的设计, 分析了极点配置方法问题, 给出了极点可任意配置的充分必要条件及按极点配置时选取预测时域的方法, 通过适当调整设计参数——预测时域、控制作用衰减系数及状态反馈加权系数, 可提高状态反馈预测控制系统对生产过程变化的适应能力, 使控制系统

具有较好的控制性能和鲁棒性, 为状态反馈预测控制系统的分析、设计及实际应用提供了理论依据。

参考文献:

- [1] Culter C R, Ramaker B L. Dynamic matrix control——A computer control algorithm [A]. JACC[C]. San Francisco, 1980
- [2] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized predictive control[J]. Automatica, 1987, 23(2): 137-148
- [3] Clarke D W, Mohtadi C. Properties of generalized predictive control[J]. Automatica, 1989, 25(6): 859-875
- [4] 袁璞, 左信, 郑海涛. 状态反馈预估控制[J]. 自动化学报, 1993, 19(5): 569-577.
- [5] 袁璞. 单值预估控制[J]. 石油大学学报, 1992, 16(5): 100-109
- [6] 胡品慧. 多变量状态反馈预测控制及应用[D]. 北京: 石油大学机电工程学院, 1999.
- [7] 胡品慧, 袁璞. 状态反馈预测控制系统研究[J]. 石油大学学报, 2000, 24(2): 98-100
- [8] 舒迪前. 预测控制系统及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998
- [9] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993
- [10] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990
- [11] Wonham W M. Linear multivariable control: A geometrix approach [M]. New York: Springer-Verlag, 1979

下 期 要 目

Internet 业务流的自相似性——建模、分析与控制	汪小帆 等
衰减激励条件下递阶最小二乘辨识的均方收敛性	丁 锋 等
一类非线性反馈混沌系统分析和同步控制	陈从颜 等
考虑环境因素的企业DEA 有效性分析	王 波 等
小波分析在板形缺陷识别中的应用	宋君烈 等
一种快速收敛的混合遗传算法	向 丽 等
状态时滞系统故障诊断问题的LM I方法研究.....	钟麦英 等
论资本市场的分形结构: 以青岛市为例.....	伍海华 等
基于快速神经网络算法的非特定人语音识别	田 岚 等
基于分片线性化方法的非线性系统多模型自适应控制	李晓理 等
混合优化策略统一结构的探讨	王 凌 等
拟人控制二维单倒立摆	张明廉 等