

文章编号: 1001-0920(2001)06-0914-04

移动机械手的跟踪控制

董文杰, 徐文立

(清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘要: 讨论一类不确定非完整移动机械手的跟踪控制问题。在系统惯性参数不精确知道的情况下, 提出一种鲁棒控制器。为提高跟踪性能, 进一步设计出使跟踪误差指数收敛的控制器。计算机仿真验证了所提出控制律的有效性。

关键词: 移动机械手; 非完整约束; 跟踪控制; 不确定性; 鲁棒控制

中图分类号: TP 27 **文献标识码:** A

Tracking Control of Nonholonomic Mobile Manipulator

DONG Wen-jie, XU Wen-li

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The control problem of an uncertain nonholonomic mobile manipulator is considered. By newly defined tracking errors, a robust controller is proposed when the inertia parameters of the system are uncertain. To improve the tracking performance, a controller which ensures the tracking errors exponentially converge to zero is proposed. Simulation results show the effectiveness of the proposed controllers.

Key words: mobile manipulator; nonholonomic constraint; tracking control; uncertainty; robust control

1 引言

受非完整约束移动机械手是把机械手固定在一个受非完整约束移动基座上的机器人。近年来, 这类系统的控制问题已成为研究的热点, 其原因之一是这类系统的基座可以移动, 使得机械手的工作范围比常规机械手更大且操作性能更好。但因这类系统受非完整约束, 其控制问题便成为研究的难点^[1-3]。目前对移动机械手的控制研究主要集中于控制系统的部分状态, 并没有很好地考虑到系统的不确定性(见文献[4]及其中相关文献)。为此, 本文讨论具有不确定性移动机械手全部状态的鲁棒跟踪控制问

题, 提出能使系统全部状态渐近跟踪期望轨迹的鲁棒控制器。该控制器不仅能使闭环系统的全部状态快速趋于给定的期望轨迹, 而且对系统惯性参数的不确定性具有鲁棒性。

2 问题描述

考虑图 1 所示受非完整约束移动机械手的控制问题。图 1 中的移动基座是轮式移动机器人, 其前两个同轴的轮子可以分别独立驱动, 后一个轮子是从动轮(其导向可自由变动)。基座上的机械手是 n 自由度常规机械手。该系统的运动可由如下方程描

收稿日期: 2000-08-12; 修回日期: 2000-11-24

作者简介: 董文杰(1970—), 男, 山东曹县人, 博士后, 从事机器人控制、欠驱动系统控制等研究; 徐文立(1947—), 男, 北京人, 教授, 从事运动控制、计算机视觉等研究

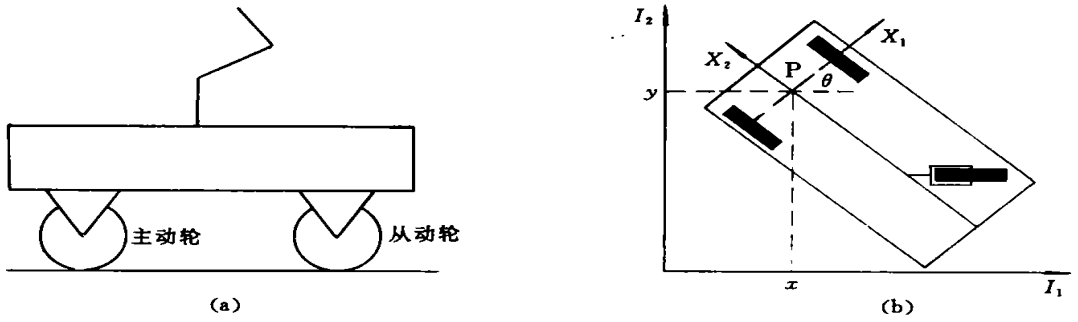


图 1 受非完整约束移动机械手

(a) 移动机械手示意图 (b) 移动基座机械图

述^[1,4]

$$M_{11}(q)\ddot{q}_I + M_{12}(q)\ddot{q}_{II} + C_{11}(q, \dot{q})\dot{q} + G_{11}(q) = J_1^T(q_1)\lambda + B_{11}(q_1)\tau_I \quad (1)$$

$$M_{21}(q)\ddot{q}_I + M_{22}(q)\ddot{q}_{II} + C_{21}(q, \dot{q})\dot{q} + G_{21}(q) = \tau_{II} \quad (2)$$

$$J_1(q_1)\dot{q}_I = 0 \quad (3)$$

其中 $q_I = [x, y, \theta]^T$ 是移动基座的广义坐标, (x, y) 是基座上 P 点的坐标, θ 是基座的姿态角, q_{II} 是机械手的 n 维广义坐标, $q = [q_I^T, q_{II}^T]^T$ 是整个系统的广义坐标, $\tau_I \in R^2$ 和 $\tau_{II} \in R^n$ 分别是基座和机械手的控制输入, $B_{11} \in R^{3 \times 2}$ 是基座动力学方程的控制输入阵, $M_{ij} (i, j = 1, 2)$ 是分块惯性矩阵, C_{11} 和 C_{21} 表示离心力和哥氏力, G_{11} 和 G_{21} 是重力向量, λ 是对应于约束的 Lagrange 乘子, 非完整约束 $J_1 = [\cos\theta, \sin\theta, 0]^T$.

记

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) \\ M_{21}(q) & M_{22}(q) \end{bmatrix}, \quad G(q) = \begin{bmatrix} G_{11}(q) \\ G_{21}(q) \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11}(q, \dot{q}) \\ C_{21}(q, \dot{q}) \end{bmatrix}, \quad B(q) = \begin{bmatrix} B_{11}(q_1) & 0 \\ 0 & I_{n \times n} \end{bmatrix}$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} J_1(q_1) & 0 \\ 0 & 0_{n \times n} \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_I \\ \tau_{II} \end{bmatrix}$$

则式(1)~(3)可写成如下紧凑形式

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = J^T(q)\lambda + B(q)\tau \quad (4)$$

$$J(q)\dot{q} = 0 \quad (5)$$

且有如下性质:

性质 1 $M(q)$ 是有界正定矩阵, 且对适当定义的 $C(q, \dot{q}), \dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 是斜对称阵.

性质 2 对任意可微向量 $\xi \in R^{n+3}$, 有

$$M(q)\dot{\xi} + C(q, \dot{q})\xi + G(q) = Y(q, \dot{q}, \xi, \dot{\xi})a$$

其中, a 是系统的惯性参数向量, $Y(q, \dot{q}, \xi, \dot{\xi})$ 称为系

统的集结矩阵.

对于系统(4)和(5), 假定已知集结矩阵 Y 和惯性参数向量 a 的估计值 a_0 , 且 $\tilde{a} := a - a_0$

ρ , 其中 $\rho (> 0)$ 为已知, 给定可微的期望轨迹 $q^*(t) = [q_I^{*T}(t), q_{II}^{*T}(t)]^T$ 且满足非完整约束 $J_1(q_I^*)\dot{q}_I^* = 0$. 本文讨论的控制问题是如何设计控制律 τ , 使得 $\lim_t (q(t) - q^*(t)) = 0, \lim_t (\dot{q}(t) - \dot{q}^*(t)) = 0$.

为了解决该问题, 对系统(4)和(5)做如下变换: 取 $f(q_I) = [\cos\theta, -\sin\theta, 0]^T, \text{cof}\{0, 0, 1\}]$, 则式(5)等价于 $\dot{q}_I = f(q_I)v_I$, 其中 $v_I = [v_1, v_2]^T$ 为适当定义的向量. 记 $v_{II} = \dot{q}_{II}$, 于是

$$\dot{q} = g(q)v \quad (6)$$

其中 $g(q) = \text{diag}\{f(q_I), I_{n \times n}\}, v = [v_I^T, v_{II}^T]^T$. 对式

(6)求导, 有 $\dot{q} = \dot{g}v + g\dot{v}$, 代入式(4)且两边左乘 $g^T(q)$, 有

$$M_1(q)\dot{v} + C_1(q, \dot{q})v + G_1(q) = B_1(q)\tau \quad (7)$$

其中 $M_1(q) = g^T(q)M(q)g(q)$

$$C_1(q, \dot{q}) = g^T(q)C(q, \dot{q})g(q) + g^T(q)\dot{C}(q, \dot{q})g(q)$$

$$G_1(q) = g^T(q)G(q)$$

$$B_1(q) = g^T(q)B(q)$$

取同胚变换

$$\begin{cases} z_I = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \Phi(q_I) = \begin{bmatrix} \theta \\ x \cos\theta + y \sin\theta \\ -x \sin\theta + y \cos\theta \end{bmatrix} \\ z_{II} = q_{II} \\ u_I = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \Phi^{-1}(q_I)v_I = \begin{bmatrix} x \cos\theta + y \sin\theta & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} v_I \\ u_{II} = v_{II} \end{cases} \quad (8)$$

系统(6)和(7)等价于

$$\dot{z}_1 = u_1, \dot{z}_2 = z_3 u_1, \dot{z}_3 = u_2, \dot{z}_{II} = u_{II} \quad (9)$$

$$M_2(z)\dot{u} + C_2(z, \dot{z})u + G_2(z) = B_2(z)\tau \quad (10)$$

其中

$$z = [z_1^T, z_{II}^T]^T, \quad u = [u_1^T, u_{II}^T]^T$$

$$M_2(z) = \Omega^T(q)M(q)\Omega(q) \Big|_{\{q_1 = \phi^1(z_1), q_{II} = z_{II}\}}$$

$$C_2(z, \dot{z}) = \Omega^T(q)[M(q)\dot{\Omega}(q) + C(q, \dot{q})M(q)\Omega(q)] \Big|_{\{q_1 = \phi^1(z_1), q_{II} = z_{II}\}}$$

$$G_2(z) = \Omega^T(q)G(q) \Big|_{\{q_1 = \phi^1(z_1), q_{II} = z_{II}\}}$$

$$B_2(z) = \Omega^T(q)B(q) \Big|_{\{q_1 = \phi^1(z_1), q_{II} = z_{II}\}}$$

$$\Omega(q) = \text{diag}[f(q_1)\phi(q_1), I_{n \times n}]$$

易证明,式(10)有如下性质:

性质3 $M_2(z)$ 是正定矩阵且 $M_2(z) - 2C_2(z, \dot{z})$ 是斜对称阵.

性质4 对任意可微向量 $\xi \in R^{n+2}$,有

$$M_2(z)\dot{\xi} + C_2(z, \dot{z})\xi + G_2(z) = Y_2(z, \dot{z}, \xi, \dot{\xi})a$$

其中 $Y_2(z, \dot{z}, \xi, \dot{\xi})$ 是已知矩阵.

对期望轨迹 $q_1^*(t)$,存在 $v_1^*(t) = [v_1^*(t), v_2^*(t)]^T$ 使得 $\dot{q}_1^* = f(q_1^*)v_1^*$.令 $z_1^* = [z_1^*, z_2^*, z_3^*]^T = \phi(q_1^*)$, $z_{II}^* = q_{II}^*$, $u_1^* = [u_1^*, u_2^*]^T = \phi^1(q_1^*)v_1^*$, $u_{II}^* = q_{II}^*$,则 $z_1^* = u_1^*$, $z_2^* = z_3^* u_1^*$, $z_3^* = u_2^*$, $z_{II}^* = u_{II}^*$.于是本文讨论的跟踪问题可描述为设计系统(9)和(10)的控制律 τ ,使得

$$\begin{cases} \lim_t (z_1(t) - z_1^*(t)) = 0 \\ \lim_t (u_1(t) - u_1^*(t)) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \lim_t (z_{II}(t) - z_{II}^*(t)) = 0 \\ \lim_t (u_{II}(t) - u_{II}^*(t)) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

3 控制器设计

令 $e = [e_1^T, e_{II}^T]^T$,其中

$$e_1 = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 - z_1^* \\ z_2 - z_2^* - (z_1 - z_1^*)z_3 \\ z_3 - z_3^* + k_2 e_2 u_1^* \end{bmatrix}$$

$$e_{II} = z_{II} - z_{II}^*$$

则有如下定理:

定理1 假定 z_2^*, z_3^*, z_{II}^* 和 z_1^* 有界,且 $\lim_t \inf |z_1^*(t)| > 0$,取控制律

$$\tau = B_2^{-1}(z)[Y_2(z, \dot{z}, \eta, \dot{\eta})(a_0 -$$

$$\frac{\rho Y_2^T(z, \dot{z}, \eta, \dot{\eta})(u - \eta)}{Y_2^T(z, \dot{z}, \eta, \dot{\eta})(u - \eta) + \delta(t)} - K_p(u - \eta) - \Lambda] \quad (13)$$

则式(11),(12)成立,其中

$$\eta = [\eta, \eta, \eta_{II}]^T$$

$$\eta = u_1^* - k_1 e_1 + \eta(k_2 u_1^* e_3 + e_2)$$

$$\eta = u_2^* - k_2(z_3 - z_3^*)u_1^{*2} -$$

$$k_2 e_2 u_1^* - u_1^* e_2 - k_3 e_3$$

$$\eta_{II} = z_{II}^* - K_{II}(z_{II} - z_{II}^*)$$

$$\Lambda = [-e_1, e_1 e_2 - e_3 + k_2 u_1^* e_1 e_3, z_{II}^T - z_{II}^{*T}]^T$$

$k_1 \sim k_3$ 均为大于零的常数, K_{II} 和 K_p 是常值对称正定矩阵, $\delta(t) > 0$ 且满足 $\int_0^\infty \delta(t) dt < \infty$.

证明 令 $\tilde{u} = [\tilde{u}_1^T, \tilde{u}_{II}^T]^T = [[\tilde{u}_1, \tilde{u}_2], \tilde{u}_{II}^T]^T = [[u_1 - \eta, u_2 - \eta], u_{II}^T - \eta_{II}]^T$,取 $V = (e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_{II}^T e_{II} + \tilde{u}^T M_2 \tilde{u})/2$,沿闭环系统方程对 V 求导,有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_1 e_1^2 - k_2 u_1^{*2} e_2^2 - k_3 e_3^2 - e_{II}^T K_{II} e_{II} - \\ & \tilde{u}^T K_p \tilde{u} + (\tilde{u}^T Y_2(a_0 - a)(Y_2^T \tilde{u} + \delta) - \\ & \rho Y_2^T \tilde{u}^2)/(Y_2^T \tilde{u} + \delta) \\ & - k_1 e_1^2 - k_2 u_1^{*2} e_2^2 - k_3 e_3^2 - e_{II}^T K_{II} e_{II} - \\ & \tilde{u}^T K_p \tilde{u} + (a_0 - a + 1)\delta \end{aligned} \quad (14)$$

V 两边积分,有

$$V(t) - V(0) + (a_0 - a + 1) \int_0^t \delta(w) dw < \infty$$

因 δ 可积,故 V 有界,于是 e 和 \tilde{u} 均有界.注意到闭环系统方程, \dot{e} 和 $\dot{\tilde{u}}$ 也有界.

下面证明式(11),(12)成立.因

$$\begin{aligned} & \int_0^t [k_1 e_1^2(w) + k_2 u_1^{*2}(w) e_2^2(w) + \\ & k_3 e_3^2(w) + e_{II}^T(w) K_{II} e_{II}(w) + \\ & \tilde{u}^T(w) K_p \tilde{u}(w)] dw = V(0) - V(t) + \\ & (a_0 - a + 1) \int_0^t \delta(w) dw < \infty \end{aligned}$$

及 $V(t)$ 有界, $e_1, |u_1^*| e_2, e_3, e_{II}$ 和 \tilde{u} 均平方可积.由扩展的Barbalat引理^[3]及 $\lim_t \inf |z_1^*(t)| > 0$ 知 e_1, e_2, e_3, e_{II} 和 \tilde{u} 均趋于零.注意到闭环系统方程, \dot{e} 趋于零是显然的.由 e 及 \tilde{u} 的定义易证明式(11)和(12)成立.(证毕)

由定理1知,在系统惯性参数不精确知道的情况下,控制器(13)能使系统的所有状态渐近趋于期望轨迹,这便是本文区别于已有文献的重要特点.在

控制器 (13) 中, 控制参数是 $k_i (i = 1, 2, 3), K_{II}, K_p$ 和 δ 满足条件的 δ 有多种取法, 如 $\delta(t) = 1/(1+t)^2$ 或 $\delta(t) = e^{-2t}$ 等。 δ 影响闭环系统跟踪误差趋于零的速度, 如下定理说明了这一点。

定理 2 在定理 1 中, 若 $\delta = e^{-\alpha t}$, 其中 $\alpha > \min\{k_1, u_1^2 k_2, k_3, \sigma(K_{II}), \sigma(K_p)\}$, $\sigma(\bullet)$ 表示最小特征根, 则跟踪误差 e 和 \tilde{u} 均指数趋于零。

证明略。

4 仿真研究

为验证所提出控制律的有效性, 对图 1 中机械手只有两个转动关节的特殊例子进行仿真。 由 Lagrange 方法不难得出该系统的运动由方程 (4),

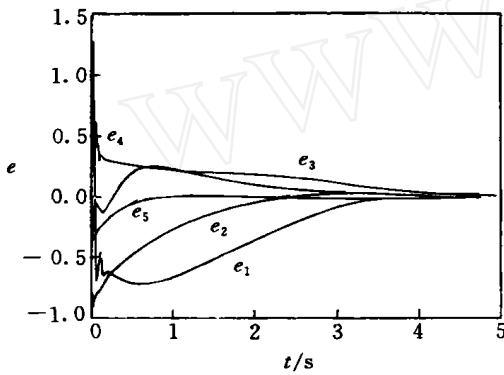


图 2 e 的响应曲线

(5) 描述, 其中 $q_{II} = [\theta, \dot{\theta}]^T$, 其它矩阵略去。 给定期望轨迹 $(q_I^*, q_{II}^*) = ((x^*, y^*, \theta^*), (\dot{\theta}^*, \ddot{\theta}^*))$ 如下: $x^*(t) = \cos t, y^*(t) = \sin t, \theta^*(t) = t, \dot{\theta}^*(t) = \sin t, \ddot{\theta}^*(t) = \cos t$ 。 按照上节的结果不难得到控制器 (13)。 仿真中, 假定惯性参数向量的真值 $a = [1, 1, 1, 1, 1, 1]$ 。 控制中, 惯性参数向量 a 的估计值 $a_0 = [0.8, 0.8, 0.8, 0.8, 0.8, 0.8]^T, \rho = 0.4$, 当系统初始条件 $q(0) = [-1.6, 7.6, 1, 0.3, 0.6], \dot{q}(0) = [0, 0, 0, 0, 0]$ 时, 取控制参数 $k_1 = k_2 = k_3 = 5, K_{II} = \text{diag}[5, 5], K_p = \text{diag}[10, 10, 10, 10]$ 和 $\delta(t) = 1/(1+t)^2$ 时, 图 2 和图 3 分别给出了 e 和 \tilde{u} 的响应曲线。

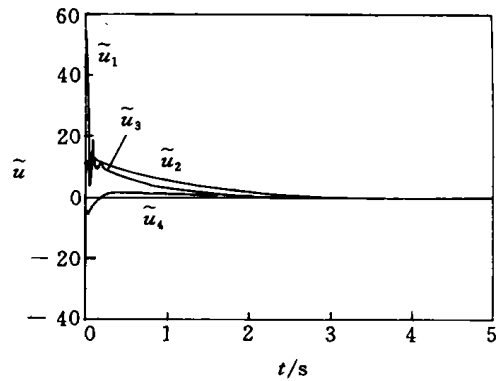


图 3 u-tilde 的响应曲线

参考文献:

[1] A M Bloch, R Reyhanoglu, N H Mcclamroch. Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(11): 1746-1757.
 [2] Wenjie Dong, Wei Huo. Adaptive stabilization of uncertain dynamic nonholonomic systems[J]. Int J of Control, 1999, 72(18): 1689-1700

[3] Wenjie Dong, Wei Huo, W L Xu. Trajectory tracking control of dynamic nonholonomic systems with unknown dynamics[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 1999, 9(13): 905-922
 [4] Y Yamamoto, X Yun. Effect of the dynamic interaction on coordinated control of mobile manipulators[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1996, 42(4): 816-824