

文章编号: 1001-0920(2001)06-0954-05

# 超混沌系统自周期轨道链接式控制

卢元元<sup>1</sup>, 胡庆彬<sup>1</sup>, 丘水生<sup>2</sup>

(1. 深圳大学 信息工程学院, 广东 深圳 518060; 2. 华南理工大学 电子与信息学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 基于混沌同步和周期轨道理论提出一种超混沌系统自周期轨道链接式控制法。从超混沌系统状态变量的时间序列中提取周期轨道并用于对系统的实时控制, 可使混沌系统稳定运行于某一周期轨道。将提取的周期轨道经链接组合后用于系统控制, 可得到大量的大周期轨道。对 4 阶蔡氏电路进行数字仿真实验, 获得了满意的结果。

**关键词:** 超混沌系统; 4 阶蔡氏电路; 周期轨道; 混沌控制; 混沌同步

**中图分类号:** TN 914.2

**文献标识码:** A

## Self Periodic Orbits Linking Control for Hyperchaotic Systems

LU Yuan-yuan<sup>1</sup>, HU Qing-bin<sup>1</sup>, QIU Shui-sheng<sup>2</sup>

(1. College of Information Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China; 2. College of Electronic and Information, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** Based on the chaotic synchronization and periodic orbits theories, a new control method in which a hyperchaotic system is controlled by its own periodic orbits is proposed. Periodic orbits are extracted out from the time series of state variables of a hyperchaotic system and used to the real-time control of the system. A hyperchaotic system could be made to run stably in a certain periodic orbit by this method. A large number of long periodic orbits could be obtained by applying the linking combination of the extracted periodic orbits to control the system. The simulation results for 4-order Chua's circuit are quite satisfactory.

**Key words:** hyperchaotic system; 4-order Chua's circuit; periodic orbit; chaotic control; chaotic synchronization

## 1 引言

有两个或两个以上正李氏指数的系统称为超混沌系统。与一般的混沌系统相比, 超混沌系统有更复杂的动态特性, 也更难预测, 它在保密通信等工程领域具有广阔的应用前景。

混沌和超混沌系统奇异吸引子中存在着无穷多个不稳定的周期轨道。10 多年来, 人们在混沌控制领域做了大量的研究, 希望能控制混沌系统稳定运行于某些周期轨道, 以便将其应用于通信等工程领域。目前已提出多种混沌控制方法<sup>[1]</sup>, 例如参数微扰法、偶然正比反馈法、连续反馈控制法、脉冲反馈法

收稿日期: 2000-08-01; 修回日期: 2000-12-04

基金项目: 国家自然科学基金项目(6979022); 教育部博士点基金项目(97056116)

作者简介: 卢元元(1955—), 女, 湖南衡阳人, 副教授, 硕士, 从事混沌及保密通讯等研究; 丘水生(1940—), 男, 广东平眼人,

教授, 博士生导师, 硕士, 从事功率电子学、混沌及保密通讯等研究。All rights reserved. <http://www.cnki.net>

等,但这些方法都难以实现大周期轨道控制。

本文基于连续变量反馈混沌同步法<sup>[2~4]</sup>和周期轨道理论<sup>[5~8]</sup>,提出一种自周期轨道链接式控制法。这一方法预先提取被控混沌或超混沌系统奇异吸引子中的一些小周期轨道,计算和存储其标量同步信号,并用于对该系统的实时控制。经链接式组合,由少量的小周期轨道同步信号可获得大量不同的大周期轨道控制结果。文中首次将链接式周期轨道理论<sup>[5,6]</sup>用于混沌控制,提出的控制方法具有存储信息量小、获得的周期轨道多且周期长、控制原理及系统结构简单等特点。对 4 阶蔡氏超混沌电路进行的数字仿真取得了满意的结果。

## 2 混沌系统连续变量反馈同步法<sup>[2~4]</sup>

设驱动系统  $S'$  的状态方程为

$$\dot{X}' = F(X') \quad (1)$$

式中,  $X' \in R^n$ ,  $F: R^n \rightarrow R^n$ 。取响应系统  $S$  的状态方程

$$\dot{X} = F(X) + B(q(X') - q(X)) \quad (2)$$

其中,  $X \in R^n$ ,  $q: R^n \rightarrow R$ ,  $q(X')$  是系统  $S'$  送出的标量同步信号,  $q(X)$  是系统  $S$  本身的反馈信号,  $B \in R^{n \times 1}$  称为控制向量。适当选择向量  $B$  及函数  $q$ , 可使任意初值下式(1), (2) 的解满足

$$e(t) = (X(t) - X'(t)) = 0, \quad t \quad (3)$$

即系统  $S$  和  $S'$  在任意初值下均可同步。

连续变量反馈同步采用闭环控制方式,对参数摄动等干扰有一定的抑制作用。若从抗干扰的角度对控制参数进行优化设计,则系统具有更强的抗干扰性能。

## 3 混沌吸引子中的周期轨道

文献[5,6]指出,混沌吸引子中存在无穷多个不稳定的周期轨道。其中一大类是  $m$  分频周期轨道,称为  $mP$  周期轨道;另一大类是由多个  $mP$  周期轨道链接组合而成的周期轨道,称为  $\Sigma mP$ (链接式)周期轨道。链接式周期轨道正是混沌吸引子中周期轨道的数目随周期增大而增大的主要原因,即为吸引子频谱连续而宽阔的主要原因。

根据文献[7,8]的算法,可在混沌系统状态向量的时间序列中寻找周期轨道。设定一个误差限  $\epsilon$ ,考察相空间中的某个相点,当系统从该点出发,运动一段时间之后又回到该点附近(两点距离小于  $\epsilon$ )时,则这两点之间的相轨可近似代表一个周期轨道。

实验表明,用该方法较容易找到混沌吸引子中  $10P$  以内较小周期的轨道,而大周期轨道却不易得到。

将找到的小周期轨道通过人为的组合可得到链接式大周期轨道,这在算法上很容易实现。混沌吸引子中存在无穷多个不稳定的周期轨道,由于某种随机因素的影响,系统可从一个周期轨道转到另一个周期轨道上运行。这说明不同的周期轨道总有一些相点是非常靠近的。只需找到不同周期轨道之间的最接近点,然后在这些点上将它们串起来,便可得到链接式周期轨道。通过这种组合方式,由少量的小周期轨道可获得大量的大周期轨道。例如若已找到  $1P, 2P, \dots, 10P$  共 10 种周期轨道,通过组合可得到  $\sum_{k=1}^{10} C_{10}^k = 1023$  种不同的周期轨道,其中最大周期为  $55P$ 。

## 4 自周期轨道链接式控制法

连续变量反馈同步法可实现结构和参数相同但初始条件不同的两个混沌系统之间的同步。若事先提取混沌系统  $S$  的周期轨道,计算并存储其同步信号于一数字系统中,然后由该系统对系统  $S$  施加同步控制,则系统  $S$  亦可同步于自身的周期轨道。系统  $S$  过去某一时段的运动轨迹(周期轨道),可看作与其结构参数相同但初始条件不同的另一系统现在的轨道,采用适当的反馈控制,可在二者之间实现同步。若将多个周期轨道的同步信号存于数字系统,并按链接组合方式依次送出,则可控制系统  $S$  稳定运行于链接式周期轨道。这一方法称为对混沌或超混沌系统的自周期轨道链接式控制法。

自周期轨道链接式控制分为前期准备和实时控制两部分。前期准备应做如下工作:

- 1) 同步设计,确定式(2)中反馈函数  $q$  及控制向量  $B$ 。
- 2) 分析混沌系统  $S$  状态变量的频谱以确定采样周期  $T$ 。采集该系统一段时间内状态向量的离散时间序列,记为矩阵  $X^*$  ( $X^* \in R^{l \times n}$ ,  $n$  为系统状态变量个数,  $l$  为采样点数)。
- 3) 在  $X^*$  中寻找周期轨道,设已找到  $j$  个周期轨道。
- 4) 寻找所有  $j$  个周期轨道相互间的最近相点,并存储于数字系统。
- 5) 根据 1) 中确定的函数  $q$  计算各周期轨道同步信号时间序列,记为  $Q = (Q^1, Q^2, \dots, Q^j) \in R^{l \times 1}$ ,  $m_i$  为第  $i$  个

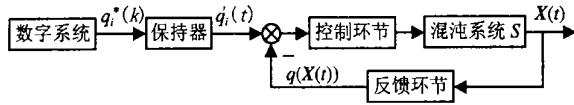


图1 实时控制系统原理

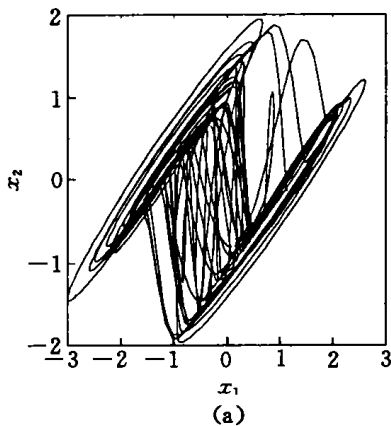
周期轨道的状态点数,  $i = 1, 2, \dots, j$ ), 并存储于数字系统。

实时控制系统如图1所示。其中数字系统存有各周期轨道同步信号时间序列  $Q_i^*$  ( $i = 1, 2, \dots, j$ ) 以及各周期轨道最接近点。对该数字系统发出指令, 令其循环往复地依次送出某个(例如第  $i$  个)同步序列  $Q_i^*$  的各元素, 即图1中的离散同步信号  $q_i^*(k)$ 。该信号经保持器后还原为连续同步信号  $q_i(t)$ , 并与被控混沌系统的反馈信号  $q(X(t))$  比较, 所得之差经控制环节作用于被控系统  $S$ , 使该系统与其第  $i$  个周期轨道同步。因为  $q_i^*$  是循环往复地送出, 所以系统  $S$  可稳定运行于该周期轨道。

若要求系统  $S$  运行于某链接式周期轨道, 则命令数字系统循环往复地轮流送出有关周期轨道的同步信号。例如有周期轨道1和周期轨道2, 轨道1的第  $a$  状态点与轨道2的第  $b$  状态点最接近, 则将  $a$  点作为轨道1的起点,  $b$  点作为轨道2的起点。数字系统从  $a$  点开始依次送出  $Q_1^*$  中的所有元素, 然后从  $b$  点开始依次送出  $Q_2^*$  中的所有元素, 再回到  $Q_1^*$  的  $a$  点。如此循环往复, 则可控制系统稳定运行于由轨道1和轨道2组合而成的链接式周期轨道。

图1中数字系统可由单片机构成, 反馈环节、控制环节及保持器可由运放实现。保持器的输入输出关系如下

$$\dot{q}_i(t) = q_i^*(k) + \int_0^{t-kT} \frac{q_i^*(k+1) - q_i^*(k)}{T} dt$$



$$kT \leq t < (k+1)T \quad (4)$$

## 5 4阶蔡氏电路仿真实例

4阶蔡氏电路归一化状态方程为<sup>[9,10]</sup>

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -20 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} g(x_2 - x_1) \quad (5)$$

其中  $g(x_2 - x_1) = 3(x_2 - x_1) + 1.6(|x_2 - x_1 - 1| - |x_2 - x_1 + 1|)$ 。该系统有两个正的李雅普诺夫指数, 是一个超混沌系统<sup>[9,10]</sup>。用 Matlab 软件对方程(5)进行数字仿真, 仿真结果如图2所示, 其中  $t$  为归一化时间。

取采样周期  $T = 0.05$ , 在  $t \in [0, 100]$  时段采集系统状态向量的离散时间序列, 得矩阵  $X^*$ 。对  $X^*$  用文献[7, 8]介绍的方法提取了多个周期轨道。本文在  $1P, 2P, 3P$  周期轨道中各选一个进行链接控制。

采用文献[4]介绍的4阶蔡氏电路非线性状态反馈同步法, 取反馈函数

$$q(X) = [0.8022 \quad -0.3698 \quad 0.0381 \quad -0.0308]X + g(x_2 - x_1) \quad (6)$$

控制向量

$$B = [2 \quad -20 \quad 0 \quad 0]^T \quad (7)$$

根据式(6)计算3个周期轨道的同步信号离散

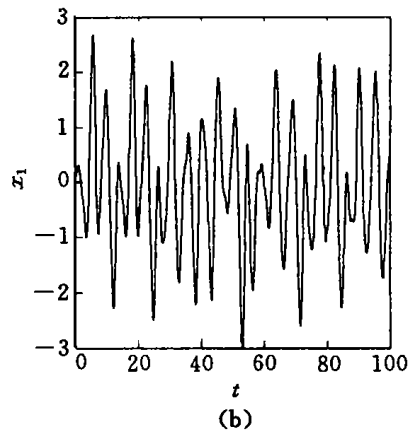


图2 4阶蔡氏电路归一化状态方程仿真结果

(a) 混沌吸引子在  $(x_1, x_2)$  平面投影 (b)  $x_1$  波形

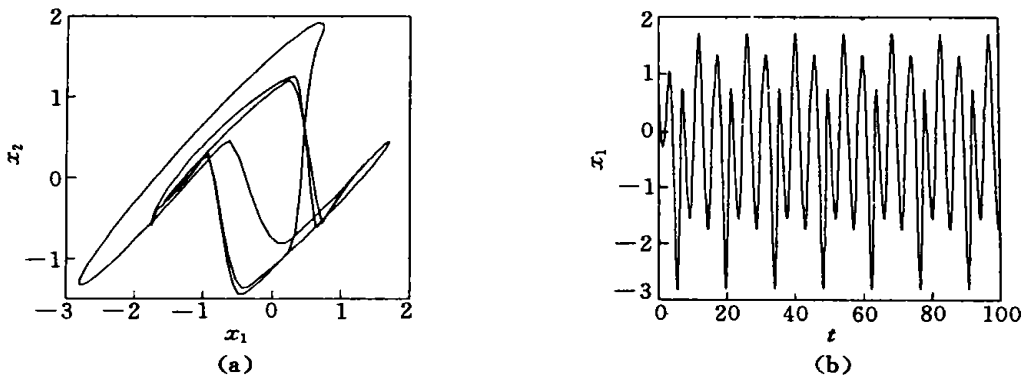


图 3 3P 周期轨道

(a) 周期轨道在  $(x_1, x_2)$  平面投影 (b)  $x_1$  波形

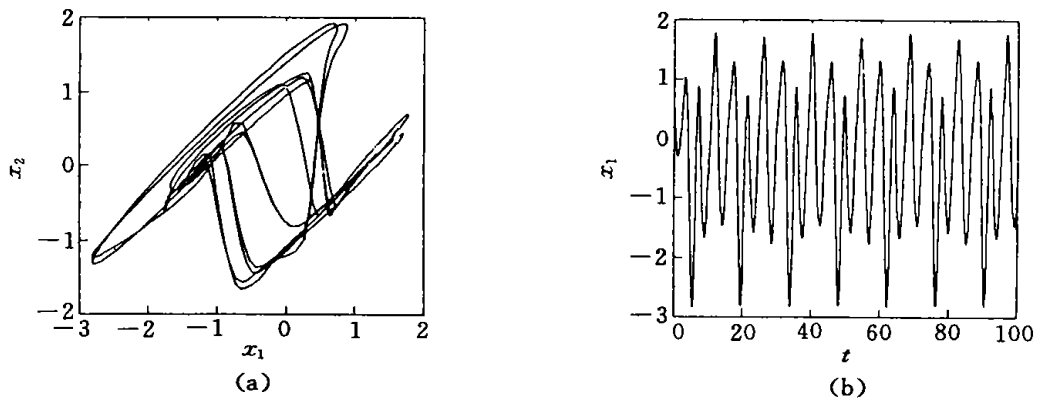


图 4  $(1+2+3)P$  周期轨道

(a) 周期轨道在  $(x_1, x_2)$  平面投影 (b)  $x_1$  波形

时间序列  $Q^*$  ( $i=1, 2, 3$ ) 并存储, 找出并存储 3 个周期轨道的最近相点。按图 1 对 4 阶蔡氏电路进行控制, 可获得 7 种不同的周期轨道控制结果, 它们分别为:  $1P, 2P, 3P, (1+2)P, (1+3)P, (2+3)P, (1+2+3)P$  周期轨道。图 3 和图 4 列出了其中两种周期轨道在  $(x_1, x_2)$  平面的投影及  $x_1$  波形。

图 3 与图 4 中的  $x_1$  波形似乎一样, 但仔细观察它们并不相同。由图 4 中  $x_1$  波形的下半部分可看出其周期为  $6P$ , 从  $(x_1, x_2)$  相图上也反映出这两种控制结果周期的不同。分析可知, 只有当  $3P$  周期轨道中包含  $1P$  和  $2P$  周期轨道时,  $(1+2+3)P$  周期轨道才会与  $3P$  周期轨道重合, 而寻找周期轨道的算法<sup>[7, 8]</sup>已保证所找到的任一高周期轨道中不包含低周期轨道, 因此采用链接式控制得到的所有周期轨道均是不同的。

## 6 结 语

本文提出的混沌系统自周期轨道链接式控制法原理简单, 系统较易实现, 需要存储的信息量少, 可获得稳定控制的周期轨道多。这种可产生众多周期轨道的混沌控制系统在信息编码、保密通信等工程领域具有广阔的应用前景。

### 参考文献:

- [1] 方锦清. 非线性系统中混沌的控制与同步及其应用前景(一)[J]. 物理学进展, 1996, 16(1): 1-74.
- [2] 方锦清. 非线性系统中混沌控制方法、同步原理及其应用前景(二)[J]. 物理学进展, 1996, 16(2): 137-202.

(下转第 961 页)

输出曲线(GNP 值)与实际值的比较。

表 2 从数值及语言变量中抽取的模糊规则

IF Part				THEN Part( Count/ Degrule)			
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	L	ML	MH	H
S	S	L	S	0	0	0	1/0.84
S	M	M	S	0	1/0.46	0	0
S	M	M	M	0	1/0.41	0	0
S	M	L	S	0	0	0	4/0.87
S	L	S	M	0	1/0.77	0	0
S	L	M	S	0	2/0.64	0	0
S	L	M	M	0	1/0.30	1/0.56	0
S	L	L	S	0	0	0	2/0.81
M	M	S	M	0	1/0.83	0	0
M	M	S	L	3/0.84	0	0	0
M	M	M	S	0	1/0.56	0	0
M	M	M	L	0	1/0.67	0	0
L	S	S	M	1/0.91	0	0	0

## 5 结 论

本文提出一种数值信息与语言信息融合的实现方法。融合是通过一个 4 层的模糊神经网络完成的。文中提出一种考虑决策者的偏好来描述语言变量的隶属函数的方法。这样,对语言变量的处理,便与对

数值变量的处理相一致。通过一个模糊神经网络实现了这两种变量的融合。仿真实例给出了具有混合变量与纯数值变量的系统的模型建立情况,结果显示了二者的相似性。

### 参考文献:

- [1] L L Rong, Z T Wang. An algorithm of extracting fuzzy rules directly from numerical examples by using FNN [A]. Proc of the 1996 IEEE Int Conf on Syst, Man and Cyb[C]. Beijing, 1996. 1067-1072.
- [2] L L Rong, Z T Wang. Using fuzzy neural network to build the model of the relationship between the GNP and the structure of industry[A]. Proc of 97 Int Conf on Manag Sci and Eng[C]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1997. 79-83.
- [3] 荣莉莉, 王众托. 用模糊神经网络建立 GNP 与产业结构的关系模型[J]. 大连理工大学学报, 1999, 39(1): 114-119.
- [4] 龚振中. 模糊逻辑控制技术及其应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1995. 35-47.
- [5] 世界银行. 1996 年世界发展报告[M]. 北京: 中国财政经济出版社, 1996.

(上接第 957 页)

- [3] 高金锋, 罗先觉, 马西奎, 等. 控制与同步连续时间混沌系统的非线性反馈方法[J]. 物理学报, 1999, 48(9): 1618-1627.
- [4] Giuseppe Grassi, Saverio Mascolo. Nonlinear observer design to synchronize hyperchaotic systems via a scalar signal[J]. IEEE Trans Circ Syst - , 1997, 44(10): 1011-1014.
- [5] Shui-sheng Qiu. A cell model of chaotic attractor[A]. IEEE ISCAS'97[C]. Hong Kong, 1997. 1033-1036.
- [6] Shui-sheng Qiu. Refined and extended description of the cell model of chaotic attractors-Part : Theory

- [J]. J South China Univ, 2000, 28(12): 18-23.
- [7] 钟晓旭. 混沌吸引子周期轨道的仿真研究[J]. 暨南大学学报, 1998, 19(1): 88-92.
- [8] D Auerbach, P Cvitanovic, J Eckmann *et al.* Exploring chaotic motion through periodic orbits [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(23): 2387-2389.
- [9] T Matsumoto L, O Chua, K Kobayashi. Hyperchaos: Laboratory experiment and numerical confirmation[J]. IEEE Trans Circ Syst, 1986, 33(11): 1143-1147.
- [10] 周小安, 丘水生, 陈艳峰. 超混沌系统的一种同步方法[J]. 电路与系统学报, 1999, 4(4): 74-77.