第16卷第6期 控 制 与 决 策 2001年11月
Vol.16 No.6 CONTROL AND DECISION Nov. 2001

文章编号: 1001-0920(2001)06-0859-05

一类具有相似结构的不确定非线性广义互联系统的鲁棒控制

石海彬, 张严心, 刘晓平, 张嗣瀛
(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 研究一类具有非线性互联作用的广义互联系统, 在其互联项中含有不确定性。以前人对广义系统和相似性的研究为基础, 定义了这类系统的相似结构, 提出了新的相似性概念, 对系统设计了鲁棒控制器。由于控制器本身也具有相似结构, 因此易于工程实现。

关键词: 相似结构; 广义互联系统; 鲁棒控制; 渐近稳定
中图分类号: TP 13 文献标识码: A

Robust Control for a Class of Uncertain Nonlinear Generalized Interconnected Systems with Similar Structure

SHI Hai-bin, ZHANG Yan-xin, LIU Xiao-ping, ZHANG Si-ying
(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: A class of generalized interconnected systems with nonlinear interconnections containing uncertainties is studied. The similar structure of nonlinear generalized interconnected systems is defined based on the studies of generalized system and similarity. New concept of similarity is proposed. Robust controllers for the systems are designed. Since the controllers possess similar structures, so they are easy to perform in engineering practice.

Key words: similar structure; generalized interconnected system; robust control; asymptotic stable

1 引 言

非线性广义互联系统是一种特殊形式的大系统, 在航空航天、化工、管理等领域广泛存在, 在大系统中占有重要地位。对于正常互联系统的研究已取得很多成果, 并建立了多种设计方法[1,2]。但对广义互联系统, 目前研究结果尚不多见, 且所得结果多为确定系统[3]。而对广义互联系统相似结构的研究, 尚未见文献报道。对一般的正常互联系统, 如级联系统[4], 对称系统[5], 可以充分利用其自身的结构属性进行研究。相似性结构也是系统的一种重要结构, 它是许多自然发展而形成的复杂系统的特征之一, 广泛存在于人们所设计的系统中[6]。

本文以前人对广义组合系统和相似性的研究[7,8]为基础, 结合广义线性系统理论中受限等价、导数-状态反馈[3]等概念, 定义了一类不确定非线性广义组合系统的相似结构, 提出了新的相似性概念。

收稿日期: 2000-04-06; 修回日期: 2000-07-07
基金项目: 国家自然科学基金项目(79970114, 69974007); 教育部博士点基金项目(97014508)
作者简介: 石海彬(1971—), 男, 山东淄博人, 博士生, 从事复杂系统的结构和控制研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 从事微分对策、复杂系统的结构和控制等研究。

本文所研究的系统,其互联项是非线性的且含有不确定性。研究结果表明,所设计的控制器本身也具有相似性结构,这样就在很大程度上简化了对系统的分析和控制器的设计。

2 广义组合系统相似性结构的描述

考虑如下不确定非线性广义组合系统

$$E_i\mathring{x}_i = A_ix_i + B_iu_i + \sum_{j=1,j\neq i}^{N}[H_{ij}(x_j,t) + \Delta H_{ij}(x_j,t)],\quad i=1,2,\cdots,N \tag{1}$$

其中,$x_i\in R^n$, $u_i\in R^m$ 分别是第 i 个子系统的状态和输入;E_i 和 A_i 是 n 阶常值矩阵, $\mathrm{rank}E_i< n$; B_i 是 $n\times m$ 常值矩阵;$H_{ij}(x_j,t)$, $\Delta H_{ij}(x_j,t)$ 分别是已知的确定互联项和结构不确定的互联项,不失一般性,假设 $H_{ij}(0,t)=0, \Delta H_{ij}(0,t)=0, i=1,2,\cdots,N,\ i\neq j$。假定每个子系统正则。

定义 1 称

$$E_i\mathring{x}_i = A_ix_i + B_iu_i \tag{2}$$

为系统(1)的理想子系统,并记为(E_i,A_i,B_i), $i=1,2,\cdots,N$。

定义 2 如果存在 $m\times n$ 矩阵 L_i 和 F_i, n 阶非奇异矩阵 Q_i 和 P_i,常值矩阵 E,A,B,使得

$$\begin{cases} Q_i(E_i+B_iL_i)P_i = E \\ Q_i(A_i+B_iF_i)P_i = A \\ Q_iB_i = B,\quad i=1,2,\cdots,N \end{cases} \tag{3}$$

则称系统(1)具有相似性结构,并称(Q_i,P_i,L_i,F_i)为第 i 个子系统的相似参量。

注 1 如果在系统(1)中取 $E_i=I_n$,这里 I_n 是 n 阶单位阵, $i=1,2,\cdots,N$,则系统(1)即为通常的组合系统。

根据文献[8],有如下定义:

定义 3[8] 如果存在 $m\times n$ 矩阵 F_i 和 n 阶非奇异矩阵 P_i,使得

$$P_i^{-1}(A_i+B_iF_i)P_i = A$$
$$P_i^{-1}B_i = B,\quad i=1,2,\cdots,N$$

则称系统(1)为不确定非线性相似互联系统,并称(P_i,F_i)为第 i 个子系统的相似参量。

注意到$P_i^{-1}(I_n+B\times 0)P_i=I_n$恒成立,在定义2中取 $E_i=E=I_n$, $L_i=0$, $Q_i=P_i^{-1}$,即得定义3。由此可见,在条件(3)下,系统(1)实质上是由一些经过导数-状态反馈后可受限等价的广义子系统互联而成。这种相似结构以广义线性系统的受限等价为基础,以导数-状态反馈[3]为特色,是文献[5,8~10]所研究系统的进一步推广。

3 广义相似组合系统的判别

本文沿用文献[3]中广义线性系统能控性的定义。

定理 1 如果理想子系统(E_i,A_i,B_i)均能控且为单输入系统,则系统(1)具有相似结构。

证明 由文献[3]知,如果(E_i,A_i,B_i)均能控,则存在导数反馈

$$u_i = -L_i\mathring{x}_i + v_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{4}$$

使之与系统(2)组成的闭环系统

$$(E_i+B_iL_i)\mathring{x}_i = A_ix_i + B_iv_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{5}$$

中$(E_i+B_iL_i)$非奇异,这里 v_i 是新的控制输入。令

$$x_i = (E_i+B_iL_i)^{-1}y_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{6}$$

则在坐标 $y=\mathrm{col}(y_1,y_2,\cdots,y_N)$ 下,系统(5)可化为

$$\mathring{y}_i = A_iy_i,\quad y_i = A_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{7}$$

由(E_i,A_i,B_i)能控可知,系统(2) R-能控,而导数反馈不改变系统(2)的 R-能控性,所以系统(7) R-能控。但系统(7)是正常线性系统,其 R-能控性与完全能控性一致,因此系统(7)完全能控。于是存在非奇异变换

$$y_i = T_i^{-1}z_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{8}$$

使得在坐标 $z=\mathrm{col}(z_1,z_2,\cdots,z_N)$ 下,系统(7)具有如下的能控标准型结构

$$\mathring{z}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \ddots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_1^i & \cdots & -a_{n-1}^i & -a_n^i \end{bmatrix} z_i + [0\ \cdots\ 0\ 1]^{\mathrm{T}}v_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{9}$$

记

$$S_i = T_i(E_i+B_iL_i),\quad i=1,2,\cdots,N \tag{10}$$

由式(6)和(8)知 S_i 非奇异,且

$$x_i = S_i^{-1}z_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{11}$$

在式(4)中令

$$v_i = F_iS_ix_i + w_i = F_iz_i + w_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{12}$$

其中

$$F_i = (a_1^i, a_2^i, \cdots, a_N^i),\quad i=1,2,\cdots,N \tag{13}$$

则系统(9)可化为

$$\mathring{z}_i = Az_i + Bw_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{14}$$

这里

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ 1\end{bmatrix}\tag{15}$$

综上所述,有

$$\begin{cases}T_i(E_i+B_iL_i)S_i^{-1}=I_n\\ T_i(A_i+B_iF_iS_i)S_i^{-1}=A\\ T_iB_i=B\end{cases}\tag{16}$$

由定义 2 可知,系统(1) 具有相似结构,$(T_i, S_i^{-1}, L_i, F_iS_i)$ 是相似参量。(证毕)

4　鲁棒控制器设计

在定理 1 的证明中(A, B) 能控,于是存在矩阵 K,使$(A+BK)$ 是 Hurwitz 稳定阵。所以对任一正定矩阵 Q,Lyapunov 方程

$$(A+BK)^{\mathrm T}P+P(A+BK)=-Q\tag{17}$$

有唯一正定解矩阵 P。

本文假定 $\Delta H_{ij}(x_j,t)\in \mathrm{Im}\,B_i$, $H_{ij}(x_j,t)\in \mathrm{Im}B_i$, 这里 $\mathrm{Im}B_i$ 表示矩阵 B_i 的象空间。于是存在 $\Delta h_{ij}(x_j,t)$ 和已知函数 $h_{ij}(x_j,t)$,使得

$$\begin{cases}H_{ij}(x_j,t)=B_ih_{ij}(x_j,t)\\ \Delta H_{ij}(x_j,t)=B_i\Delta h_{ij}(x_j,t)\end{cases}\tag{18}$$

定理 2　假设系统(1) 满足如下条件:

1) (E_i, A_i, B_i) 均能控且为单输入系统;

2) $$\|\Delta h_{ij}(x_j,t)\|\le \rho_{ij}(x)$$
$$i,j=1,2,\cdots,N,\ i\ne j$$

则存在鲁棒控制器,使系统(1) 在 $x=\mathrm{col}(x_1,x_2,\cdots,x_N)=0$ 的某个邻域上渐近稳定。

证明　由条件 1) 可知定理 1 成立,于是式(16) 和(17) 成立。设计控制器

$$u_i=u_i^1(x)+u_i^2(x)+u_i^3(x)$$
$$i=1,2,\cdots,N\tag{19}$$

这里

$$u_i^1(x)=-L_i\mathring{x}_i+(F_i+K)S_ix_i$$

$$u_i^2(x)=-\sum_{j=1,j\ne i}^{N}h_{ij}(x_j)$$

$$u_i^3(x)=-\mathrm{sign}((S_ix_i)^{\mathrm T}PB)\sum_{j=1,j\ne i}^{N}\rho_{ij}(x)$$

其中L_i, F_i, S_i 见定理 1 的证明。

结合式(18) 可知,控制器(19) 与系统(1) 组成的闭环系统是

$$(E_i+B_iL_i)\mathring{x}_i=$$
$$[A(E_i+B_iL_i)^{-1}+B_iF_iT_i+B_iKT_i]\times$$
$$T_i^{-1}S_ix_i+B_i[u_i^3(x)+\sum_{j=1,j\ne i}^{N}\Delta h_{ij}(x_j,t)]\tag{20}$$

对系统(20) 构造正定函数

$$V(x)=\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}(S_i^{\mathrm T}PS_i)x_i$$

结合式(16) ~(20),得 $V(x)$ 沿系统(20) 的状态轨线的导数

$$\mathring{V}(x)\big|_{(20)}\le-\sum_{i=1}^{N}(S_ix_i)^{\mathrm T}Q(S_ix_i)=$$
$$-\sum_{i=1}^{N}\|Q^{1/2}S_ix_i\|^2\le 0$$

因为 $Q^{1/2}$ 和 S_i 非奇异,$\mathring{V}(x)=0$ 当且仅当 $x=\mathrm{col}(x_1,x_2,\cdots,x_N)=0$,因此 $\mathring{V}(x)$ 是负定函数。

综上所述,系统(1) 可用控制器(19) 鲁棒镇定。(证毕)

注 2　控制器(19) 由三部分组成:第 1 部分是由相似参量确定的线性控制器,其中的导数反馈使广义子系统实现正常化,从而消除原来可能存在的脉冲效应,而状态反馈使广义子系统的线性部分实现渐近稳定;第 2 和第 3 部分是非线性控制器,分别用来抵消已知的确定互联项和抑制不确定互联项,同时 N 个控制器均有相似结构,因此借助于相似参量,可使控制器的设计工作大为简化。

5　仿真算例

考虑由 3 个三阶子系统组成的广义互联系统

$$\begin{bmatrix}1&0&1\\0&0&1\\1&0&2\end{bmatrix}\mathring{x}_1=$$
$$\begin{bmatrix}-3&-2&-3\\3&1&3\\-3&-3&-2\end{bmatrix}x_1+$$
$$\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}[u_1+\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}^{\mathrm T}x_2+\begin{bmatrix}1\\3\\2\end{bmatrix}^{\mathrm T}x_3+$$
$$\Delta h_{12}(x_2,t)+\Delta h_{13}(x_3,t)]$$

$$\begin{bmatrix}1&1&0\\1&0&1\\0&1&-1\end{bmatrix}\mathring{x}_2=$$
$$\begin{bmatrix}-18.5&-15&-13.5\\6&8&2\\29.5&31&16.5\end{bmatrix}x_2+$$

$$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ -0.5 \end{bmatrix}\left[u_2 + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_1 + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_3 + \Delta h_{21}(x_1, t) + \Delta h_{23}(x_3, t)\right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}\dot{x}_3 = \begin{bmatrix} -2 & 9.5 & 22.5 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & -0.5 & -0.5 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\left[u_3 + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_1 + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_2 + \Delta h_{31}(x_1, t) + \Delta h_{32}(x_2, t)\right]$$

其中的不确定互联项满足

$$\|\Delta h_{12}\| \leq 0.1\|x_1\|, \quad \|\Delta h_{13}\| \leq 0.1\|x_1\|$$
$$\|\Delta h_{21}\| \leq 0.08\|x_2\|, \quad \|\Delta h_{23}\| \leq 0.12\|x_2\|$$
$$\|\Delta h_{31}\| \leq 0.05\|x_3\|, \quad \|\Delta h_{32}\| \leq 0.15\|x_3\|$$

初值

$$x_1(0) = [-1 \quad 1 \quad 0.5]^{\mathrm{T}}$$
$$x_2(0) = [-0.2 \quad 0.1 \quad 0.2]^{\mathrm{T}}$$
$$x_3(0) = [0.1 \quad -0.1 \quad 0.05]^{\mathrm{T}}$$

可以验证此系统满足定理 2 的条件, 且相似参量可取为

$$(T_1, S_1^{-1}, L_1, F_1S_1) = \left[\begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, (1 \quad 1 \quad 1), (3 \quad 2 \quad 4)\right]$$

$$(T_2, S_2^{-1}, L_2, F_2S_2) = \left[\begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 3.5 & -0.25 \\ 0.5 & -2 & 0.25 \\ 1 & -2.5 & 0.25 \end{bmatrix}, (2 \quad 2 \quad 4), (15 \quad -2 \quad 21)\right]$$

$$(T_3, S_3^{-1}, L_3, F_3S_3) = \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.25 & -2.75 & 1 \\ -0.75 & 8.25 & -2 \\ 0.25 & -3.75 & 1 \end{bmatrix}, (1 \quad 1 \quad 2), (3 \quad -9 \quad -2)\right]$$

在式(17) 中取

$$K = (-6 \quad -11 \quad -6), \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

得

$$P = \begin{bmatrix} 1.85 & -0.5 & -1.1 \\ -0.5 & 1.1 & -1 \\ -1.1 & -1 & 3.2 \end{bmatrix}$$

按照式(19) 及相似参量, 给出如下控制器

$$u_1 = -\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \dot{x}_1 + \begin{bmatrix} -9 \\ -4 \\ -19 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_1 - \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_2 - \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_3 - \operatorname{sign}\left[\begin{bmatrix} 10.4 \\ 3.1 \\ 9.4 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_1\right] \sum_{j=1, j\neq i}^{N} \rho_{ij}(x)$$

$$u_2 = -\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \dot{x}_2 + \begin{bmatrix} -38 \\ -38 \\ -20 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_2 - \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} x_1 -$$

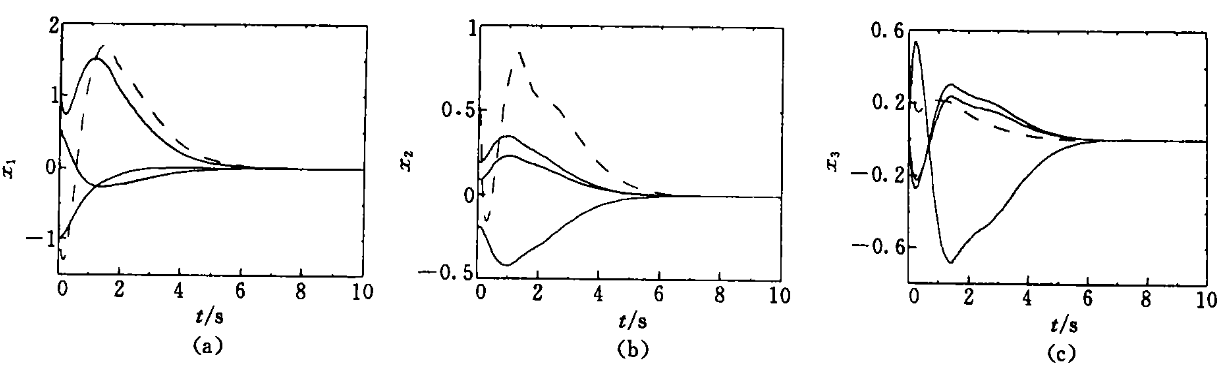

图 1　3 个子系统状态和控制的变化图像

(a) 子系统 1　(b) 子系统 2　(c) 子系统 3

$$
\begin{bmatrix}2\\3\\1\end{bmatrix}^{\mathrm T} x_3-\operatorname{sign}\left[\begin{bmatrix}16.5\\27\\1.9\end{bmatrix}^{\mathrm T} x_2\right]\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\rho_{ij}(x)
$$

$$
u_3=
$$

$$
-\begin{bmatrix}1\\1\\2\end{bmatrix}^{\mathrm T}\dot{x}_3+\begin{bmatrix}-44\\9\\15\end{bmatrix}^{\mathrm T} x_3-\begin{bmatrix}3\\1\\2\end{bmatrix}^{\mathrm T} x_1-
$$

$$
\begin{bmatrix}3\\2\\1\end{bmatrix}^{\mathrm T} x_2-\operatorname{sign}\left[\begin{bmatrix}5\\7.5\\2.1\end{bmatrix}^{\mathrm T} x_3\right]\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\rho_{ij}(x)
$$

3 个子系统的状态(实线) 和控制(虚线) 随时间变化的图像如图 1 所示。

6　结　　语

本文把相似性概念推广到广义互联系统, 并针对所研究的系统设计了具有相似结构的控制器。研究表明, 为了镇定全部子系统, 只需求解一个 Lyapunov 方程, 所以相似结构能简化广义互联系统的分析设计。

参考文献:

[1] 刘永清, 徐维鼎. 大型动力系统的理论与应用(卷 2)[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1988.

[2] Siljac D D. Large scale dynamic systems —— Stability and structure[M]. New York: Elsevier North-Holland, 1977.

[3] Dai L. Singular control systems[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989.

[4] Qu Zhihua, Darren M D. Robust control of cascaded and individually feedback linearization nonlinear systems [J]. Automatica, 1994, 30(6): 1057-1064.

[5] Yang Guanghong, Zhang Siying. Stabilizing controllers for uncertain symmetric composite systems[J]. Automatica, 1995, 30(2): 337-340.

[6] 张嗣瀛. 复杂控制系统的对称性及相似性结构[J]. 控制理论与应用, 1994, 11(2): 231-237.

[7] 温香彩, 刘永清. 具有非线性关联的广义分散系统的镇定问题[J]. 控制与决策, 1997, 12(4): 301-306.

[8] 严星刚, 张嗣瀛. 不确定非线性相似组合大系统的结构相似鲁棒控制器设计[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(4): 513-519.

[9] Yang Guanghong, Zhang Siying. Structural properties of large-scale systems possessing similar structures[J]. Automatica, 1995, 31(7): 1011-1017.

[10] Liu Xiaoping. Optimal control problems for large-scale composite systems with similarity[J]. Contr Theory and Adv Tec, 1993, 9(2): 597-606.

(上接第 858 页)

[47] G Anandalingam, T Friesz. Hierarchical optimization: An introduction[J]. Annals of Operations Research, 1992, 34: 1-11.

[48] U P Wen, W Bialas. The hybrid algorithm for solving the three-level linear programming problem[J]. Computers and Operations Research, 1986, 13: 367-377.

[49] G Anandalingam. A mathematical programming model of decentralized multi-level systems[J]. J of the Operational Research Society, 1988, 39: 1021-1033.

[50] D J White. Penalty function approach to linear trilevel programming[J]. J of Optimization Theory and Application, 1997, 93(1): 183-197.

[51] K Shimizu, E Aiyoshi. Optimality conditions and algorithms for parameter design problems with two-level structure[J]. IEEE Trans on Autom Contr, 1985, 30: 986-993.

[52] Y Ishizuka. Optimality conditions for quasi-differentiable programs with applications to two-level optimization[J]. SIAM J on Control and Optimization, 1988, 26: 1388-1398.

[53] J Outrata. Necessary optimality conditions for Stackelberg problems[J]. J of Optimization Theory and Applications, 1993, 76: 305-320.

[54] J J Ye, D L Zhu. Optimality conditions for bilevel programming problems[J]. Optimization, 1995, 33(1): 9-27.